

**Die Bestimmung der für Forstbetriebe  
ökonomisch optimalen Holznutzungsmengen  
- Ein kontrolltheoretischer Ansatz -**

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades der  
Studienfakultät für Forstwissenschaft und  
Ressourcenmanagement der  
Technischen Universität München

vorgelegt  
von  
Herbert Borchert

Freising 2000

0. Zusammenfassung	5
1. Einleitung	9
2. Theoretische Betrachtungen	10
2.1 Grundlagen der Modelle	10
2.1.1 Das Faustmann-Modell	11
2.1.2 Das Fischerei-Modell	16
2.1.2.1 Grafische Lösung	19
2.1.2.1.1 Maximaler Holzerlös	19
2.1.2.1.2 Höchste Rentabilität	20
2.1.2.2 Analytische Lösung	22
2.1.2.2.1 Formulierung der dynamischen Optimierungsaufgabe	22
2.1.2.2.2 Das lineare Modell	23
2.1.2.2.3 Lösungsansätze	24
2.2 Interpretation der Lösung zum linearen Modell	26
2.2.1 Der autonome Fall	26
2.2.1.1 Produktionstheoretische Interpretation	26
2.2.1.1.1 Bedingung für die optimale Produktionsmenge	27
2.2.1.1.2 Der Schattenpreis als Faktorrente	29
2.2.1.2. Investitionstheoretische Erklärungen	30
2.2.1.2.1 Kapitalerträge versus Kapitalkosten	30
2.2.1.2.2 Rentabilität	31
2.3 Modellerweiterungen	33
2.3.1 Der Weg hin zum Optimum - Ein nichtlineares Modell	33
2.3.1.1 Der Schattenpreis im nichtlinearen Modell	35
2.3.1.2 Grenzkapitalerträge und Grenzkapitalkosten	36
2.3.1.3 Die Preis- und Kostenfunktion	36
2.3.2 Das nicht autonome Modell	38
2.3.2.1 Zeitliche Änderungen der Produkt- und Faktorpreise	38
2.3.2.2 Preisentwicklung natürlicher Ressourcen	40
2.3.2.2.1 Preisentwicklung bei nicht erneuerbaren Ressourcen - Hotelling-Regel -	40
2.3.2.2.2 Preisentwicklung bei erneuerbaren Ressourcen	41
2.4 Die Wirkung des Zinses	43
2.4.1 Unendlich hohe Zinsforderung - Tragödie der Allmende	43
2.4.2 Nutzung ohne Ansatz von Zinsen	45
2.5 Die Berücksichtigung von weiteren Kostenbestandteilen in Forstbetrieben	46
2.5.1 Verwaltungskosten	46
2.5.2 Kulturkosten	47
2.6 Vergleich mit anderen Optimierungsansätzen für die Forstwirtschaft	48
2.6.1 Bodenreinertragslehre	48
2.6.1.1 Nutzung eines Waldbestandes	48
2.6.1.2 Nutzung einer Betriebsklasse	52

2.6.2 Waldreinertragslehre	55
2.6.3 Das Grenzertragsprozent	57
2.6.3.1 Vergleich des Grenzertragsprozents mit dem Faustmann-Modell	61
2.6.3.1.1 Anpassung der Alterszusammensetzung	62
2.6.3.1.2 Wechselwirkungen zwischen den Bäumen bzw. Waldbeständen	63
2.7 Die Bewertung des Fischerei-Modells für die Forstwirtschaft nach der Literatur	64
2.7.1 Die Auswahl des zu nutzenden Holzes	65
2.8 Das Durchforstungsproblem	67
2.8.1 Ansätze zur Lösung des Durchforstungsproblems im Rahmen des Faustmann-Modells	67
2.8.2 Ansätze zur Lösung des Durchforstungsproblems unter Verwendung des Grenzertragsprozents	69
2.9 Die Eignung der Modelle für die Forstwirtschaft	70
2.10 Weitere Ansätze aus der Forstwissenschaft	70
3. Empirische Grundlagen zur Spezifikation des Modells am Beispiel von Fichtenwäldern	72
3.1 Die naturalen Größen Holzvorrat und Zuwachs	72
3.1.1 Datengrundlagen	72
3.1.2 Die Beziehung von Holzvorrat und Zuwachs	73
3.1.2.1 Der Einfluss weiterer Variablen auf den Zuwachs	79
3.2 Herleitung der Preis- und Kostenfunktionen	87
3.2.1 Die Erntekostenfunktion	88
3.2.2 Die Erlösfunktion	92
3.3 Die Herleitung zeitlicher Änderungen der Produkt- und Faktorpreise	95
3.4 Die Herleitung der Kulturkosten	100
3.5 Sonstige Betriebskosten	105
4. Ergebnisse	110
4.1 Die Wirkung des Grenzwertzuwachses	111
4.2 Die Wirkung unterschiedlicher Kostenfunktionen	112
4.3 Der Weg zum Optimum	113
4.4 Der Einfluss zeitlicher Änderungen der Produkt- und Faktorpreise	120
4.4.1 Vorübergehende Preisänderung	120
4.4.2 Anhaltende Preisänderungen	122
4.4.3 Empirische Befunde zum Angebotsverhalten von Forstbetrieben auf den Rohholzmärkten	125
4.4.4 Das optimale Angebotsverhalten	128
4.5 Die Rentabilität in den Forstbetrieben	132
4.5.1 Der höchste Waldreinertrag als Betriebsziel	133
4.5.2 Gewinnmaximierung als Betriebsziel	135
4.5.3 Die Wirkung von Kultur- und Waldpflegekosten	136
4.5.4 Vergleich mit anderen Vermögensanlagen	138
5. Bewertung des Modells	140
5.1 Die Einordnung des Modells in das Theoriegebäude der Betriebswirtschaftslehre	140
5.2 Das Modell im wissenschaftstheoretischen Kontext	144
5.3 Kritik an den Prämissen des Modells	144
5.3.1 Die Ernte des Wertzuwachses	144

5.3.2 Die betriebliche Zielsetzung	145
5.3.2.1 Budgetbeschränkungen	146
5.3.2.2 Schutz- und Erholungsleistungen	148
5.3.3 Kritik an der Methodik	149
5.3.4 Kritische Würdigung der Ergebnisse	149
5.4 Abschließende Beurteilung des erweiterten Fischerei-Modells	155
Literatur	156
Anhang 1	165
Anhang 2	166
Anhang 3	168
Anhang 4	170
Anhang 5	172
Sachregister	173

## 0. Zusammenfassung

Die Frage nach den optimalen Holznutzungsmengen in Wäldern ist für die Forstwirtschaft seit den Anfängen einer nachhaltigen Waldbewirtschaftung aktuell. In dieser Arbeit wird ein Modell aus der Ressourcenökonomie, einem Teilgebiet der Umweltökonomie, für die Nutzungsplanung in Wirtschaftswäldern eingesetzt. Bisher wurde dieses Modell nur bei anderen natürlichen Ressourcen für die Optimierung der Erntemengen angewendet. Das Modell wird für die Anwendung auf die Ressource Holz erweitert und anhand empirischer Daten aus dem bayerischen Staatswald auf seine Eignung für die Forstwirtschaft geprüft. Es erweist sich dabei vor allem für die langfristige Forstbetriebsplanung als ein geeignetes Instrument, um Entscheidungen auf Betriebsebene über die Vorratshaltung und die Nutzungsmengen zu unterstützen.

Das von der Forstwissenschaft entwickelte klassische ökonomische Kalkül für Entscheidungen über den Umfang der Holznutzungen in Wäldern ist vom Ansatz her eine Investitionsrechnung. Eine bestimmte Bodenfläche wird von der Pflanzung eines Waldbestandes bis hin zu dessen Ernte sowie über alle nachfolgenden „Umtriebe“ betrachtet. Alle Ausgaben und Einnahmen, die in der zeitlichen Entwicklung auftreten, werden auf die Gegenwart bezogen. Der so errechnete Kapitalwert wird in der Forstwissenschaft traditionell als „Bodenertragswert“ bezeichnet. Die Methode zur Berechnung des Bodenertragswertes hat FAUSTMANN 1849 beschrieben, weshalb dieses Modell in der vorliegenden Arbeit als „Faustmann-Modell“ bezeichnet wird. Die Höhe des Kapitalwertes hängt unter anderem von dem gewählten Wuchszeitraum (Umtriebszeit) des Waldbestandes ab. Es kann die Umtriebszeit berechnet werden, bei der der Kapitalwert maximiert wird. Eine geeignete Optimierungsmethode dazu hat erstmals PRESSLER 1859 vorgestellt. Dieser Ansatz beschreibt nur die Situation mehr oder weniger gleichaltriger Wälder. Bei einer Tendenz der Abkehr von gleichaltrigen Wäldern hin zu dauerhaft bestockten, ungleichaltrigen Waldbeständen ist er immer weniger geeignet, die Realität treffend abzubilden.

Das alternative ökonomische Kalkül, das in dieser Arbeit vorgestellt wird, geht ursprünglich auf HOTELLING (1931) zurück. Er bezog es noch allein auf die Nutzung nicht erneuerbarer Ressourcen. Später wurde dieses Kalkül für die Anwendung auf erneuerbare natürliche Ressourcen erweitert und hat sich z.B. für die Hochseefischerei zum Standardmodell entwickelt, weshalb es hier als „Fischerei-Modell“ bezeichnet wird.

Dem Fischerei-Modell liegt die Überlegung zugrunde, dass das mögliche Einkommen aus der Nutzung einer erneuerbaren Ressource vom Ressourcenbestand abhängig ist. Wie der Zuwachs einer Fischpopulation variiert auch der laufende Holzzuwachs von Wäldern mit dem vorhandenen Ressourcenbestand, in diesem Fall dem Holzvorrat. Der Holzvorrat kann durch Nutzungen über oder unter dem Zuwachs verändert werden. Im begrifflichen Kontext der Betriebswirtschaftslehre kann der Holzvorrat eines Forstbetriebs als dessen Produktionsapparat bezeichnet werden. Die Frage nach den optimalen Nutzungsmengen stellt sich dann als Produktionsplanungsaufgabe dar. Dabei sind die Produktionsmenge und die Anpassung des Produktionsapparates (Betriebsgröße) simultan zu planen. Der Holzvorrat kann entweder für den Konsum (Holznutzung) oder durch Reinvestition zur Erhaltung und zum Wachstum des Produktionsapparates (Nichtnutzung) verwendet werden.

Das Fischerei-Modell unterstellt, dass die Ressource laufend genutzt werden kann. In der Forstwirtschaft kann es auf ungleichaltrig aufgebaute Waldbestände oder ganze Forstbetriebe angewendet werden. Die laufend erzielbaren Nettoerlöse aus der Ressourcennutzung werden

wie im Faustmann-Modell auf die Gegenwart bezogen und ihr Kapitalwert wird berechnet. Die Höhe des Kapitalwertes hängt davon ab, wieviel Holz zu bestimmten Zeitpunkten entnommen und welcher Nettostückerlös dabei erzielt wird. Die Höhe des Nettostückerlöses ist abhängig vom Holzvorrat (1), der Nutzungsmenge (2) und der Zeit (3):

1. Rohholz ist kein homogenes Produkt, sondern ein Bündel aus unterschiedlichen Holzsorten. Bei einem großen Holzvorrat können mehr stärkere Bäume geerntet werden, die auch einen höheren Preis erzielen. Aufgrund der größeren Stückmasse der Bäume sind auch die Erntekosten niedriger. Der Nettostückerlös variiert deshalb mit der Höhe des Ressourcenbestandes. Dies erfordert eine Erweiterung des eigentlichen Fischerei-Modells, da dort nur die Fangkosten als bestandsabhängig betrachtet werden.
2. Im Modell wird unterstellt, dass bei der Ernte immer zuerst die stärksten Bäume entnommen werden. Mit zunehmender Erntemenge werden immer schwächere Bäume genutzt. Der Durchschnittserlös ist deshalb beim ersten Baum am größten und sinkt mit jedem zusätzlichen Baum. Der Nettostückerlös ist daher von der Nutzungsmenge abhängig. Auch diese Annahme ist eine Erweiterung gegenüber dem Fischerei-Modell. Maximal kann der gesamte Holzvorrat zu einem bestimmten Zeitpunkt geerntet werden.
3. Die Erlöse und Kosten unterliegen auch Einflüssen der Umwelt. Es können sich die Konjunktur oder der technische Fortschritt auswirken. Stellvertretend für diese Einflüsse auf den Nettostückerlös steht in dem Modell die Variable Zeit.

Nach dem Fischerei-Modell sind die Nutzungsmengen so zu wählen, dass der Kapitalwert der Nettoerlöse maximiert wird. Der Handlungsspielraum wird dadurch eingeschränkt, dass die Nutzungsmengen nur zwischen null und maximal dem gesamten Holzvorrat schwanken können. Außerdem verändert sich der Holzvorrat laufend entsprechend der Differenz von Holzzuwachs und Erntemenge.

In dieser Formulierung wird das Optimierungsproblem mit den Methoden der Kontrolltheorie gelöst. Die Nutzungsmengen sind dann optimal, wenn ein Zuwachs des Holzerlöses, der durch eine marginale Erhöhung des Holzvorrats, eine marginale Erhöhung der Nutzungsmengen und durch eine marginale zeitliche Verschiebung der Holzernte möglich ist, dem Zuwachs der dadurch bedingten Kapitalkosten entspricht. In investitionstheoretischer Interpretation bedeutet dies, dass die Grenzproduktivität des Kapitals im Optimum den Grenzkapitalkosten entspricht. Nach der produktionstheoretischen Interpretation sind die Nutzungsmengen dann optimal, wenn der Grenzerlös der Summe aus den Grenzkosten und dem Schattenpreis der Ressourcennutzung entspricht. Der Schattenpreis repräsentiert die Kosten für die Erhaltung des Produktionsapparates.

Wenn angenommen wird, dass mit der Ernte des Holzzuwachses auch exakt der Wertzuwachs abgeschöpft wird, ist das erweiterte Fischerei-Modell einem Ansatz ähnlich, der in der Forstwissenschaft im angelsächsischen Sprachraum als „marginal value growth percent“ (DUERR und BOND, 1952) und in Deutschland unter der Bezeichnung „Grenzertragsprozent“ (KROTH, 1968) bekannt ist. Die Idee zu diesem Ansatz formulierte bereits ABETZ (1929). Dieser Ansatz berücksichtigt allerdings nur die Abhängigkeit des Holzerlöses vom Vorrat. Das hier vorgestellte Optimierungsmodell geht aber über den Ansatz des Grenzertragsprozents hinaus, da es auch den Einfluss der Nutzungsmenge auf den Nettostückerlös und den der Variable Zeit abbildet. Es kann die angemessene Anpassung an zeitliche Veränderungen der Holzpreise und

Faktorkosten deutlich machen. Außerdem zeigt es die optimalen Nutzungsmengen auf, die zu einer optimalen Vorratshöhe hinführen.

Die Anwendung dieses Optimierungsmodells auf die Forstwirtschaft wird am Beispiel der forstlichen Nutzung der Fichtenwälder im bayerischen Staatswald vorgestellt. Die natürlichen Beziehungen werden aus Daten der permanenten Stichprobeninventuren hergeleitet. Der Holzzuwachs kann als quadratische Funktion aus dem Holzvorrat mit großer Genauigkeit geschätzt werden. Die in den bayerischen Forstämtern untersuchten Fichtenwälder haben Holzvorräte von 140 bis 450 EFm/ha. Aus der Kalkulation der Abtriebserlöse für diese Fichtenwälder mit den ganz unterschiedlichen Vorratsniveaus wird der Zusammenhang zwischen den Erlösen und Kosten und dem Holzvorrat hergeleitet.

In dem Optimierungsmodell können neben den Holzerntekosten auch andere Betriebskosten berücksichtigt werden, wenn diese in ihrer Höhe vom Holzvorrat abhängig sind. Anhand von Daten mehrerer Landesforstverwaltungen werden für die Kultur- und Waldpflegekosten mögliche Zusammenhänge zum Holzvorrat aufgezeigt. In beiden Fällen sinken die flächenbezogenen Kosten bei steigenden Vorräten.

Die untersuchten Fichtenwälder haben einen Holzvorrat von durchschnittlich rund 290 EFm/ha. Wenn dieser konstant gehalten und stets der laufende Wertzuwachs geerntet wird, errechnet sich eine interne Verzinsung der letzten in den Holzvorrat investierten Mengeneinheit von 2,2 %. Im Durchschnitt würde sich das im Holzvorrat gebundene Vermögen mit 3,9 % verzinsen. Die Rentabilität der letzten investierten Mengeneinheit ist deutlich niedriger als die durchschnittliche Verzinsung. Für das Kalkül ist jedoch die Rentabilität der letzten investierten Mengeneinheit entscheidend. Wenn sich das mit einer zusätzlichen Mengeneinheit investierte Vermögen niedriger verzinst als eine alternative Vermögensanlage, ist mit weiteren Investitionen besser auf die Alternative auszuweichen. Mit wachsendem Holzvorrat sinkt die interne Verzinsung. Ihre Entwicklung wird von zwei Größen entscheidend bestimmt, dem Grenzmassenzuwachs und dem Grenzwertzuwachs. Der Grenzmassenzuwachs beschreibt die physische Produktivität der Wälder. Dies ist die Zunahme des Holzzuwachses mit steigendem Holzvorrat. Steigt der Zuwachs bei Erhöhung des Holzvorrates steil an, so ist der Grenzmassenzuwachs hoch. Der Grenzwertzuwachs beschreibt die Veränderung des Holzerlöses mit wachsendem Vorrat, die allein auf den höheren Preisen und sinkenden Erntekosten beruht. Im Bereich niedriger Holzvorräte bestimmt überwiegend der Grenzmassenzuwachs die Höhe der internen Verzinsung. Bei hohen Holzvorräten dominiert der Einfluss des Grenzwertzuwachses.

Die interne Verzinsung der jeweils letzten investierten Mengeneinheit in den 23 untersuchten Forstbetrieben schwankt zwischen - 3,6 und 5,8 %. Sie korreliert sehr eng mit dem Holzvorrat. Für mehrere Forstbetriebe, die gemeinhin als besonders leistungsfähig gelten, errechneten sich negative Rentabilitäten. Hohe Rentabilitäten ergaben sich nur bei niedrigen Fichtenvorräten. Die Renditen des Kapitalmarktes könnten mit der Forstwirtschaft auch bei niedriger Vorratshaltung nicht von allen Forstbetriebe erzielt werden. Unrentabel wären insbesondere einige Forstbetriebe der Mittelgebirge. Forstbetriebe aus dem Alpenraum wurden nicht untersucht. Die Verzinsung von Waldvermögen ist aufgrund der physischen Leistungsfähigkeit der Wälder schlicht begrenzt. Wird keine Verzinsung verlangt, können auch die Holzvorräte berechnet werden, die den höchsten Waldreinertrag gewähren. Es wurde festgestellt, dass die Fichtenwälder in den untersuchten Forstbetrieben trotz ganz unterschiedlicher Vorräte und Produktivitäten auf eine einheitliche Umtriebszeit eingeregelt sind.

Die interne Verzinsung des eingesetzten Vermögens wird auch von der zeitlichen Preis- und Kostenentwicklung bestimmt. Die bisherigen empirischen Studien zum Angebotsverhalten von Forstbetrieben auf den Rohholzmärkten in Mitteleuropa haben den Einfluss des Schattenpreises der Ressource nicht berücksichtigt. Es wird gezeigt, dass die optimale Anpassung der Nutzungen an Preis- und Kostenänderungen davon abhängt, ob zeitlich anhaltende Änderungen oder nur Preis- oder Kostensprünge erwartet werden. Bei kurzfristigen Schwankungen im Preis- oder Kostenniveau kann den Entscheidungsträgern Gelassenheit empfohlen werden.

Das Optimierungsmodell unterstellt die Gewinnmaximierung als Zielsetzung für die Forstbetriebe. Einige Gründe sprechen dafür, dass deutsche Forstbetriebe eher nach Gesichtspunkten der Liquidität gesteuert werden. Die Forderung nach laufenden finanziellen Überschüssen könnte durch Erweiterung des Ansatzes zu einem Budgetmodell berücksichtigt werden.

Der Nutzen aus den Wäldern geht über die Nutzung des Rohstoffes Holz hinaus. Die Schutz- und Erholungsleistungen des Waldes werden in Deutschland überwiegend nicht über den Markt koordiniert. Insbesondere beim öffentlichen Wald umfassen die Zielsetzungen auch ausdrücklich die nicht über den Markt vermittelten Leistungen. Die Bewirtschaftung der Wälder soll dort den gesamten Nutzen für die Gesellschaft maximieren. Theoretisch können auch die Schutz- und Erholungsleistungen der Wälder in dem Optimierungsmodell berücksichtigt werden. Einen Einfluss auf die optimalen Nutzungsmengen und Vorräte haben sie allerdings nur dann, wenn der gesellschaftliche Nutzen vom Ressourcenbestand abhängt. Wenn etwa der Erholungsnutzen des Waldes mit dem Holzvorrat in den Wäldern wächst, wirkt dies in Richtung höherer optimaler Vorräte. Es bestehen zwar indirekte Methoden, mit denen die Schutz- und Erholungsleistungen an der Nachfrage orientiert monetär bewertet werden können. Zusammenhänge zum Holzvorrat der Wälder wurden in empirischen Studien bisher aber nicht untersucht, weshalb ihre Bedeutung für die optimalen Nutzungsmengen und Vorräte in dieser Arbeit nicht beurteilt werden kann.

Die Arbeit ist inhaltlich in fünf Teile gegliedert. Nach dem einführenden Teil wird im zweiten Kapitel das Modell theoretisch entwickelt, interpretiert und in seiner Beziehung zu anderen Optimierungsansätzen diskutiert. Im dritten Kapitel werden anhand empirischer Daten die funktionalen Zusammenhänge zwischen den im Modell berücksichtigten Größen spezifiziert. Die Ergebnisse, die bei der Anwendung auf die Forstwirtschaft erzielt wurden, werden im vierten Kapitel vorgestellt. Abschließend wird in Kapitel fünf das Modell in seiner Eignung für die Forstwirtschaft beurteilt.

## 1. Einleitung

Den Leitern von Forstbetrieben stellt sich regelmäßig die Aufgabe, ökonomisch motivierte Entscheidungen über den Umfang der Holznutzungen in Wäldern zu treffen. Das von der Forstwirtschaft empfohlene Kalkül für solche Entscheidungen geht auf FAUSTMANN zurück, wengleich dies nicht das Ziel seines Beitrags von 1849 war. FAUSTMANN wollte vielmehr den Waldwert kalkulieren. Sein besonderer Verdienst ist, dass er neben dem Wert des stehenden Holzes auch den Vorwert aller künftigen Erträge, die Bodenrente, in der Kalkulation berücksichtigte.<sup>1</sup> Als Waldwert wurde der Kapitalwert aller zukünftigen Einnahmen und Ausgaben, „welche bis ins Unendliche in einem Wald erfolgen“<sup>2</sup>, zugrunde gelegt. Der Kapitalwert war über die Festlegung des durchschnittlichen Wuchszeitraums der Waldbestände, der Umtriebszeit, zu maximieren.<sup>3</sup> Nur indirekt ist dem Beitrag FAUSTMANN'S zu entnehmen, welchen Zinssatz er dieser Kalkulation zugrunde legte. Da er den Wald als Betriebskapital<sup>4</sup> und dieses als Alternative zu „Geldkapitalien“<sup>5</sup> betrachtete, kann angenommen werden, dass er den Kapitalmarktzins meinte. Die Entscheidungsregel FAUSTMANN'S verlangt dann eine einzelwirtschaftliche Rentabilität im Vergleich zu einer Finanzanlage auf dem Kapitalmarkt. Dieses Kalkül gilt nach wie vor als rational für Entscheidungen über Sachinvestitionen von Unternehmen.<sup>6</sup> Die Lösung FAUSTMANN'S konnte sich bis heute gegenüber anderen Entscheidungsregeln behaupten.<sup>7</sup>

Wenn auch die ökonomische Rationalität der Lösung FAUSTMANN'S nicht in Frage gestellt werden soll, erscheint Kritik daran aus folgendem Grund angebracht: Mit der Umtriebszeit wird ein Zeitraum optimiert. Dieser Zeitraum wird zwar im Hinblick auf die optimalen Nutzungsmengen bestimmt. Die Nutzungsmengen werden dennoch nur mittelbar gefunden. Die Umtriebszeit ist ein Konstrukt, das zum Modell einer (normal aufgebauten) Betriebsklasse gehört. In Zeiten der Abkehr vom schlagweisen Hochwald hin zu dauerhaft bestockten Waldbeständen verliert die Umtriebszeit zunehmend ihren Realitätsbezug.

Auf der Suche nach einer alternativen Lösungsmöglichkeit für die genannte Optimierungsaufgabe wird in dieser Arbeit ein Modell aufgegriffen, das für die Nutzung anderer natürlicher Ressourcen als Holz in der Ressourcenökonomie als Teilgebiet der Umweltökonomie entwickelt wurde. Die frühesten Ansätze zur Entwicklung dieses Modells gehen auf HOTELLING (1931) zurück, beziehen sich dort aber noch auf die Nutzung nicht erneuerbarer Ressourcen. Dieses ökonomische Kalkül wurde später für die Anwendung auf erneuerbare natürliche Ressourcen erweitert und hat sich für die Hochseefischerei zum Standardmodell entwickelt. Nach diesem „Fischerei-Modell“ wird ebenfalls ein Kapitalwert maximiert. Während im „Faustmann-Modell“ die Wertentwicklung der Ressource in der Zeit betrachtet wird, beleuchtet das Fischerei-Modell die Wert- bzw. Erlösentwicklung in Abhängigkeit vom Ressourcenbestand. Im Folgenden soll zunächst das Faustmann-Modell in groben Zügen vorgestellt werden. Der Leser erhält dadurch die Möglichkeit, das anschließend dargestellte Fischerei-Modell direkt vergleichen zu können.

---

<sup>1</sup> vgl. SAMUELSON, 1976, S. 472.

<sup>2</sup> FAUSTMANN, 1849, S. 445.

<sup>3</sup> FAUSTMANN, 1849, S. 444, 447, 455.

<sup>4</sup> FAUSTMANN, 1849, S. 454.

<sup>5</sup> FAUSTMANN, 1849, S. 444, 454.

<sup>6</sup> HARDES, MERTES, 1991, S. 310.

<sup>7</sup> vgl. KNEESE, 1995, S. 9; ODERWALD u. DUERR, 1990, S. 170 u. 171.

## 2. Theoretische Betrachtungen

### 2.1 Grundlagen der Modelle

Es wird die einzelwirtschaftliche Perspektive des Betriebsleiters eines im Markt der vollkommenen Konkurrenz agierenden Unternehmens eingenommen, für den der Absatzpreis exogen vorgegeben und nicht beeinflussbar ist. Außerdem gelten Annahmen über funktionale Beziehungen für die Holzerntekosten für alle Forstwirtschaft betreibenden Unternehmen gleichermaßen. Es werden nur Erlöse aus Holznutzungen betrachtet. Auch die ökonomische Bedeutung externer Effekte der Holzernte wird außer Acht gelassen.<sup>8</sup>

Betrachten wir zunächst die Entwicklung des Holzvorrats eines Waldbestandes in der Zeit. In Abb. 1 ist der Kurvenverlauf dieser Wachstumsfunktion dargestellt. Da wir zum Holzvorrat

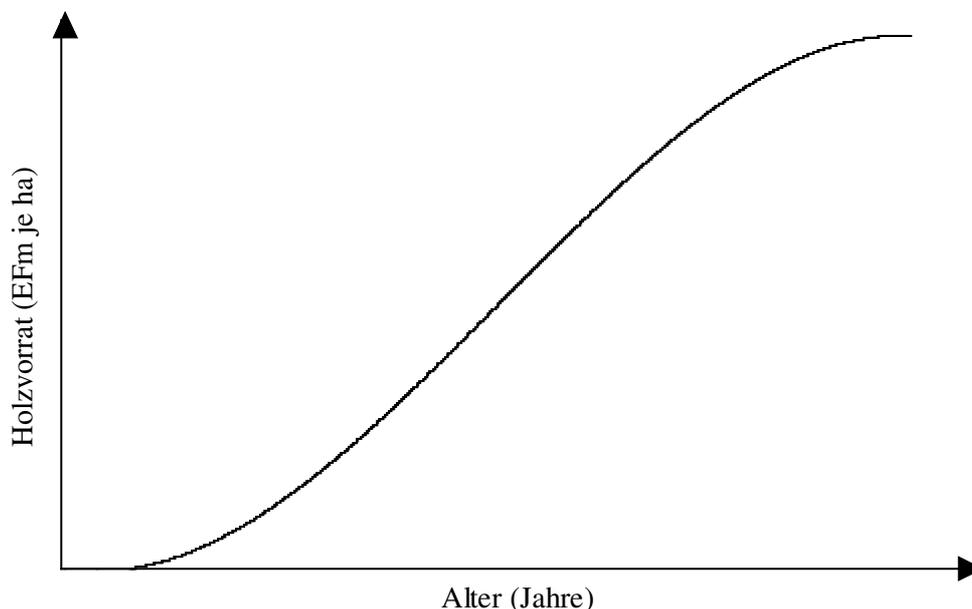


Abb. 1: Die Entwicklung des Holzvorrats eines Waldbestandes in der Zeit.

nur das Derbholz rechnen, wächst der Holzvorrat nicht vom Startzeitpunkt an, sondern etwas später. Im Folgenden soll der Holzzuwachs mit  $M$  symbolisiert werden. Die Steigung der Kurve in Abb. 1 stellt den laufenden Holzzuwachs dar. Die Steigung ist die 1. Ableitung des Holzvorrats nach der Zeit. Der laufende Zuwachs ist eine Funktion des Holzvorrats und soll deshalb mit  $f(M(t))$  bezeichnet werden. Da während des Bestandeslebens ein Teil der Bäume auf natürlichem Wege ausscheidet, ist der laufende Holzzuwachs ein Nettozuwachs, also die Differenz aus Bruttozuwachs und natürlichem Abgang.

Wir können nun den laufenden Zuwachs entweder in seiner zeitlichen Entwicklung oder in seiner Abhängigkeit vom Holzvorrat betrachten. In der grafischen Darstellung nimmt der Zuwachs sowohl über dem Alter des Waldbestandes als auch über dem Holzvorrat einen parabelförmigen Kurvenverlauf ein (Abb. 2).

---

<sup>8</sup> vgl. STRÖBELE, 1987, S. 142: „Der Wert bspw. eines Waldes bemißt sich eben nicht nur nach dem Holzeinschlag, sondern der Wald hat eine Vielzahl positiver externer Effekte (...), die dem Waldbesitzer in der Regel nicht vergütet werden. Der Grenznutzen des Waldes liegt also über dem Marktpreis für das eingeschlagene Holz.“

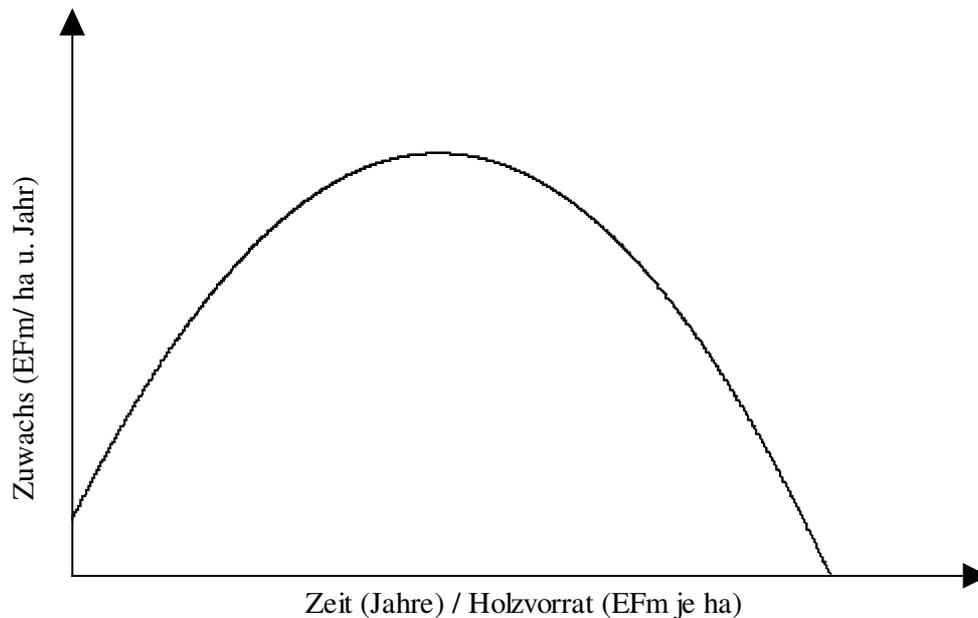


Abb. 2: Holzzuwachs in Abhängigkeit von der Zeit und der Höhe des Holzvorrats.

Das Faustmann-Modell verwendet die zeitliche Perspektive, während das in dieser Arbeit vorgestellte Modell den Zuwachs in Abhängigkeit vom Holzvorrat betrachtet.

### 2.1.1 Das Faustmann-Modell

Der Wert des Holzvorrats in Abb. 1 ist der um die Holzerntekosten verminderte Holzerlös, der erzielt wird, wenn der gesamte Holzvorrat geerntet wird. Dieser Nettoerlös wird als Abtriebswert bezeichnet. Der Nettoerlös einer Mengeneinheit des Holzvorrats wird in der Forstwirtschaft gelegentlich als „erntekostenfreie Qualitätsziffer“ bezeichnet. Hier soll er Nettostückerlös genannt werden. Der durchschnittlich erzielte Preis soll mit  $p$  und die durchschnittlichen Erntekosten, also die Stückkosten, mit  $c$  symbolisiert werden. Der Nettostückerlös ist dann  $p - c$  und der Abtriebswert (stumpage value)  $A(t) = M \cdot (p - c)$ .

Je größer der Holzvorrat je Flächeneinheit ist, desto dicker sind die Bäume im Durchschnitt. Die Stückmasse der Bäume steigt mit zunehmendem Holzvorrat. Dickere Stammstücke erzielen einen höheren Holzpreis als dünnere Stücke. Außerdem sinken die Holzerntekosten mit zunehmender Stückmasse.<sup>9</sup> Der Holzpreis und die Erntekosten sind deshalb beide von der Höhe des Holzvorrats abhängig und können als Funktionen des Vorrats,  $p(M)$  und  $c(M)$ , geschrieben werden. Diese Abhängigkeit von der Höhe des Holzvorrats ist dadurch bedingt, dass Rohholz kein homogenes Gut ist, sondern sich aus unterschiedlichen Sorten zusammensetzt, für die jeweils ein bestimmter Marktpreis besteht und deren Bereitstellung unterschiedliche Kosten verursacht. Der Absatzpreis der einzelnen Sorten ist für das Unternehmen ein Datum und nicht beeinflussbar, da es im Markt der vollkommenen Konkurrenz agiert. Der über alle Sorten durchschnittlich erzielbare Stückerlös ist dagegen über die Steuerung des Holzvorrats beeinflussbar. Dieser Stückerlös wird hier mit  $p$  bezeichnet, wohlwissend, dass es sich dabei tatsächlich um einen Mischpreis handelt.

<sup>9</sup> vgl. PRESSLER, 1860, S. 184, wonach der „Qualitätszuwachs“ sich auf zwei Faktoren zurückführen läßt: „a) verhältnismäßige Verminderung der Erntekosten des älteren Bestandes; b) höherer Werth und Preis der reiferen und stärkeren Hölzer (Gütezuchs).“

Über den Vorrat  $M(t)$  sind die Preise und Kosten indirekt auch von der Zeit  $t$  abhängig. Die Preise und Kosten unterliegen aber unabhängig vom Holzvorrat auch Änderungen, die z.B. durch konjunkturelle Schwankungen oder technischem Fortschritt ausgelöst werden können. Die Variablen „Preise“ und „Kosten“ sind deshalb auch direkt von der Zeit  $t$  durch  $p(M(t),t)$  und  $c(M(t),t)$  abhängig. Der mögliche Kurvenverlauf des Nettostückerlöses ist in Abb. 3 dargestellt. Dieser Nettostückerlös wird auch als Stockpreis (stumpage price) bezeichnet.

Wir betrachten hier die Entwicklung aller Größen in stetiger Zeit. Die Ressource Wald mit dem saisonalen Holzzuwachs und die überwiegend (noch) saisonale Holzernte kann selbstverständlich auch in einem diskreten Modell abgebildet werden.<sup>10</sup> In einem kontinuierlichen Modell ist die jeweilige Höhe einer ökonomischen Größe für jeden einzelnen Augenblick definiert. Bestandsgrößen, wie z.B. der Holzvorrat, können zu jedem Zeitpunkt gemessen werden. Stromgrößen, wie z.B. der Holzzuwachs oder die Erntemengen, sind als Raten aufzufassen. Ihre Dimension ist eine Mengeneinheit pro Zeiteinheit.<sup>11</sup>

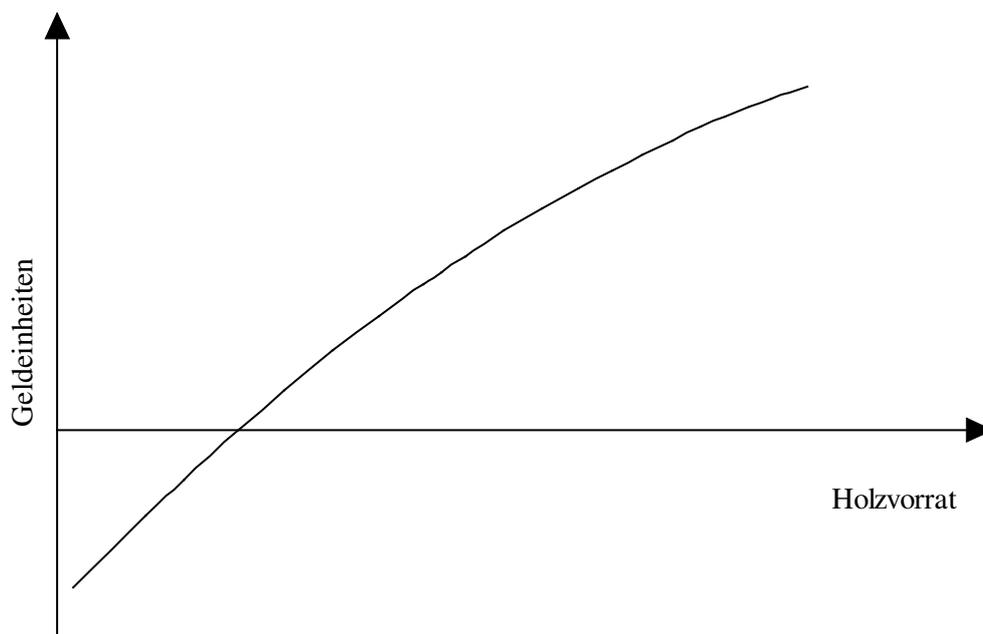


Abb. 3: Die Entwicklung des Nettostückerlöses des Abtriebswertes ( $p - c$ ) über dem Holzvorrat.

Nach dem Faustmann-Modell soll von Zeit zu Zeit der gesamte Waldbestand geerntet werden. Die mögliche Entwicklung des Abtriebswertes über der Zeit ist in Abb. 4 dargestellt. Einen Abtriebserlös  $A(t)$  erzielen wir jeweils im Zeitpunkt der Endnutzung ( $u_1, u_2, u_3$ ). Der Wuchszeitraum zwischen den Endnutzungen ist immer gleich lang und entspricht der Umtriebszeit. Wir können den Abtriebserlös deshalb als eine ewige Rente auffassen, die periodisch im Abstand der Umtriebszeit eingeht. Mit dem Nenner von Gleichung (1) können wir entsprechend den Methoden der dynamischen Investitionsrechnung den Kapitalwert dieser ewigen periodischen Rente berechnen.

$$\text{Kapitalwert} = \frac{A(t)}{e^{rt} - 1} \quad (1)$$

<sup>10</sup> vgl. BOOM und GRIFT, 1999, S. 737.

<sup>11</sup> PELZION, 1993, S. 58; vgl. auch HENDERSON u. QUANDT, 1983, S. 359.

Der Diskontfaktor  $e^{-rt}$  ist bei stetiger Verzinsung anstelle von  $(1+r)^{-t}$  in diskreten Modellen anzuwenden,<sup>12</sup> wobei  $r$  den Kalkulationszinssatz bezeichnet.

Wenn sich der Waldbestand nicht durch natürliche Verjüngung regeneriert, müssen auch Kulturkosten in dem Modell berücksichtigt werden. Diese können als einmalige Auszahlung im Startzeitpunkt und periodische Auszahlungen im Abstand der Umtriebszeit in Rechnung gestellt werden. In der Regel werden die Waldbestände während des Bestandeslebens mehrfach durchforstet. Die dabei anfallenden Holzerlöse können als Einzahlungen in die Investitionsrechnung eingestellt werden. Im Faustmann-Modell kann dem einzelnen Waldbestand auch ein Teil der Verwaltungskosten angelastet werden. Der Kapitalwert der Holznutzungen, der sich unter Berücksichtigung all dieser Ein- und Auszahlungen errechnet, wird als Bodenertragswert bezeichnet. Die klassische Formel zur Berechnung des Bodenertragswertes

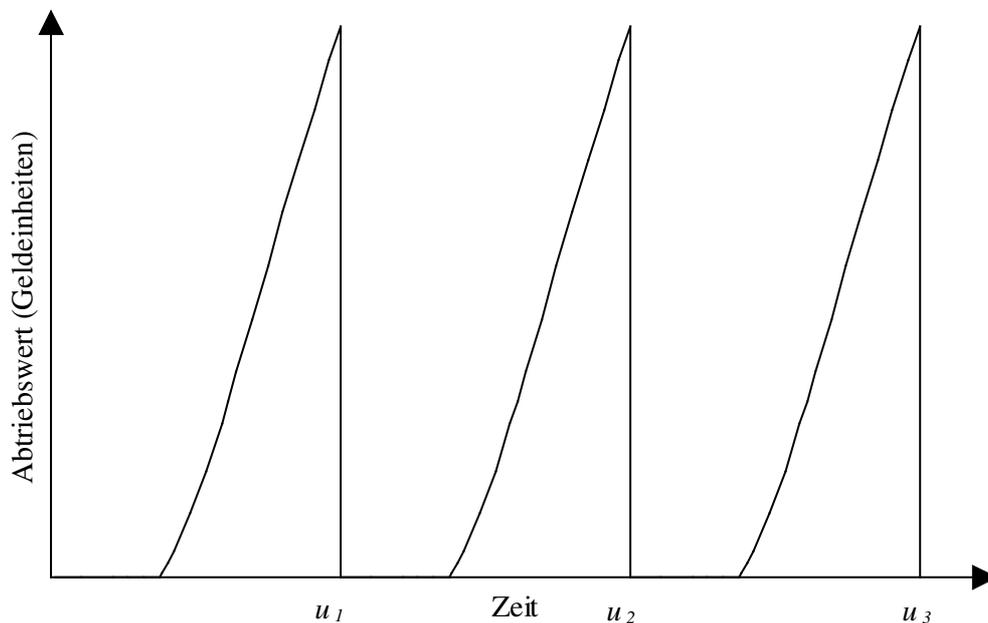


Abb. 4: Die Entwicklung des Abtriebswertes in der Zeit bei Endnutzungen im Abstand von  $u$  Jahren.

(Faustmann'sche Formel) eines Waldbestandes wird in diskreter Schreibweise folgendermaßen notiert:<sup>13</sup>

$$B_u = \frac{A_u + D_a \cdot (1+r)^{u-a} + \dots + D_q \cdot (1+r)^{u-q} - c \cdot (1+r)^u}{(1+r)^u - 1} - \frac{v}{r} \quad (2)$$

- $B$  = Bodenertragswert
- $A$  = Abtriebswert (erntekostenfreier Abtriebslös)
- $D$  = erntekostenfreier Durchforstungserlös
- $c$  = Kulturkosten
- $v$  = jährliche Verwaltungskosten
- $u$  = Umtriebszeit (Bestandesalter im Jahr des Abtriebs)

<sup>12</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 4.

<sup>13</sup> FAUSTMANN, 1849, S. 443, allerdings mit den im deutschen Sprachraum heute üblichen Symbolen. Den gleichen Ansatz wie FAUSTMANN hatte schon KÖNIG, 1835, S. 119, verfolgt, allerdings ohne Berücksichtigung der Kulturkosten.

$a, q$  = Durchforstungsalter  
 $r$  = Kalkulationszinssatz

Da in dieser Formel alle forstbetrieblichen Ein- und Auszahlungen berücksichtigt sind, wird das Gewinnmaximum durch Maximierung des Bodenertragswertes erreicht. Die Höhe des Bodenertragswertes variiert mit der Umtriebszeit und den Durchforstungsmengen und -zeitpunkten. Die Aufgabe besteht nun darin, die Umtriebszeit und die Durchforstungszeitpunkte und -mengen so festzulegen, dass der Bodenertragswert  $B$  bei einer bestimmten Zinsforderung maximiert wird.<sup>14</sup> Die simultane Optimierung von Durchforstungs- und Endnutzungszeitpunkten ist ein komplexes Optimierungsproblem. Der klassische Ansatz zur Optimierung der Umtriebszeit mit dem Faustmann-Modell unterstellt gegebene Zeitpunkte und Mengen für die Durchforstungen. Die Optimierung allein der Umtriebszeit ist dann mit einfachen funktionsanalytischen Methoden möglich. Um diese Optimierung darzustellen, lassen wir jetzt die Kulturkosten, Durchforstungserlöse und Verwaltungskosten außer Acht und unterstellen wieder eine stetige Entwicklung. Der Kapitalwert des Abtriebserlöses könnte mit der Länge der Umtriebszeit wie in Abb. 5 dargestellt variieren.

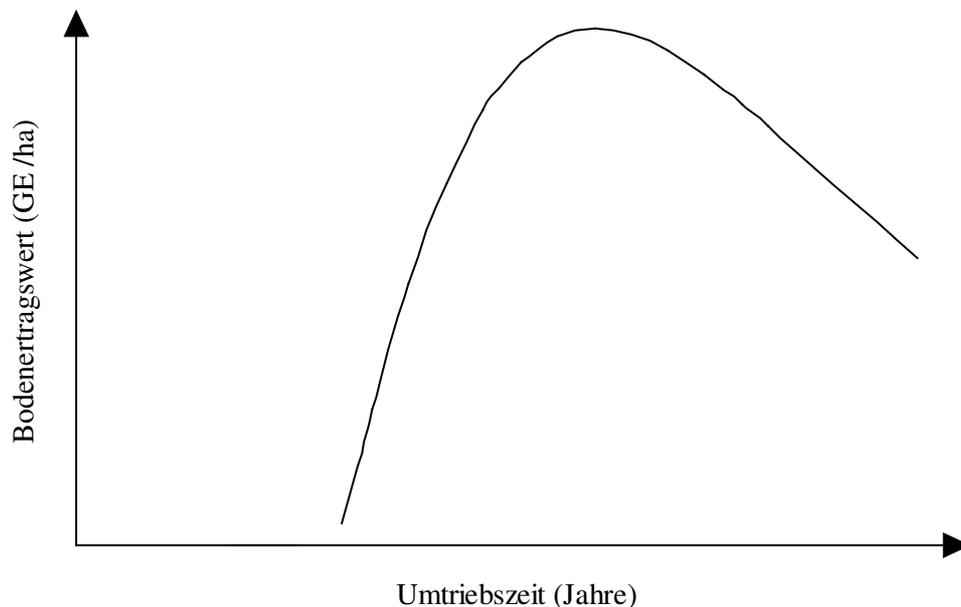


Abb. 5: Bodenertragswert in Abhängigkeit von der Umtriebszeit in Geldeinheiten (GE) je Hektar..

Der Bodenertragswert erreicht sein Maximum, wenn die Steigung der Kurve in Abb. 5 gleich null ist. Die Steigung dieser Kurve ist die 1. Ableitung von Gleichung (1) nach der Zeit  $t$ :<sup>15</sup>

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} := 0 &\Leftrightarrow \frac{d}{dt} \left[ \frac{A(t)}{e^{rt} - 1} \right] := 0 &\Leftrightarrow \frac{A_t(t)}{A(t)} = r \cdot \frac{e^{rt}}{e^{rt} - 1} &\Leftrightarrow A_t(t) = r \cdot A(t) \cdot \frac{e^{rt}}{e^{rt} - 1} \\ &\Leftrightarrow A_t(t) = r \cdot A(t) + r \cdot \frac{A(t)}{e^{rt} - 1} && \text{für } t = u. \end{aligned} \quad (3)$$

<sup>14</sup> Bezüglich der Umtriebszeit: FAUSTMANN, 1849, S. 444, 447 u. 455; PRESSLER, 1859, S. 96-97, 113, 125; HEYER, 1871, S. 21; ENDRES, 1911, S. 240; KROTH, 1968, S. 176.

<sup>15</sup> SAMUELSON, 1976, S. 477; DASGUPTA, 1982, S. 185, NEHER, 1990, S. 70.

<sup>16</sup> HOWE, 1979, S. 229; NEHER, 1990, S. 72.

Gleichung (3) kann als eine Gegenüberstellung von Kapitalertrag und Kapitalkosten interpretiert werden. Die linke Seite bezeichnet den Zuwachs des Abtriebswertes in der Zeit, also den Wertzuwachs des Waldbestandes.<sup>17</sup> Die rechte Seite beschreibt die Kosten. Dies sind hier ausschließlich Opportunitätskosten. Der Waldbestand könnte, anstelle ihn weiter wachsen zu lassen, jederzeit eingeschlagen werden und das jetzt im Holzvorrat gebundene Vermögen alternativ zum Zinssatz  $r$  angelegt werden. Diese Zinskosten zeigt der 1. Term der rechten Seite von Gleichung (3). Der 2. Term umfasst das Produkt aus dem Zinssatz und dem Kapitalwert bzw. Bodenertragswert und kann folgendermaßen interpretiert werden:

Nehmen wir an, der Waldbestand wurde geerntet und wir haben jetzt einen unbestockten Waldboden. Der Kapitalwert bzw. Bodenertragswert ist der Vorwert aller künftigen Abtriebserlöse. Der unbestockte Waldboden könnte zu diesem Preis verkauft werden, wenn allein die erwarteten Holzerlöse in die Preiskalkulation eingehen. Der Verkaufserlös könnte zum Zinssatz von  $r$  angelegt werden. Durch das Hinauszögern der Ernte des Waldbestandes wird auf die Zinsen aus diesem Verkaufserlös verzichtet.

Der 2. Term kann auch so interpretiert werden, dass der nur periodisch (im Abstand  $u$ ) eingehende Abtriebserlös in eine Annuität umgerechnet wird.<sup>18</sup> Eine periodische Rente wird in eine jährliche Rente umgerechnet. Da es die Rente aus dem Bodenertragswert ist, wird der 2. Term als die Bodenrente bezeichnet. Auf den Betrag dieser Bodenrente wird verzichtet, wenn der Abtrieb um ein weiteres Jahr verschoben wird.

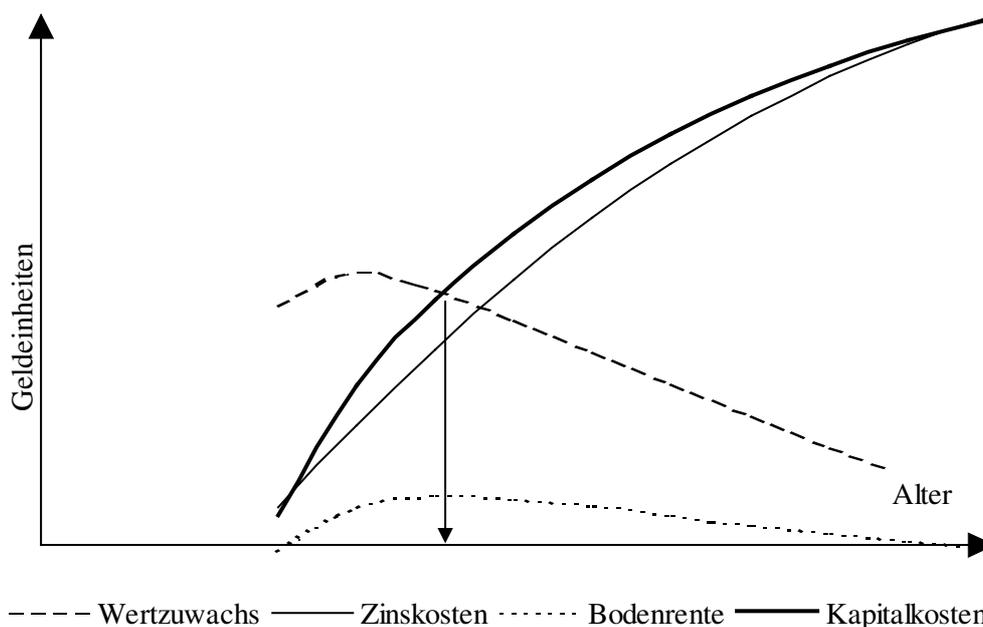


Abb. 6: Die Entwicklung der Kapitalerträge (Wertzuwachs) und Kapitalkosten (Zinskosten des Holzvorratsvermögens zuzüglich der Bodenrente) in der Zeit.

Die Kosten setzen sich also zusammen aus den Zinskosten für den Holzvorrat (1. Term) und aus der Bodenrente (2. Term). Der optimale Erntezeitpunkt liegt vor, wenn der Wertzuwachs des Waldbestandes auf das Niveau der Kapitalkosten gesunken ist (Abb. 6). Die Beziehung in Gleichung (3) liegt dem von PRESSLER (1860, S.189) beschriebenen Weiserprozent zugrunde.

<sup>17</sup> Der Index „t“ bei  $A_t$  bezeichnet die Ableitung des Abtriebswertes nach der Zeit. Das Symbol := bedeutet, dass die Gleichheit hergestellt werden soll.

<sup>18</sup> vgl. MÖHRING, 1994, S. 56.

Damit hat erstmals PRESSLER die Aufgabe gelöst, den von FAUSTMANN beschriebenen Bodenertragswert zu maximieren.

### 2.1.2 Das Fischerei-Modell

Betrachten wir jetzt die Entwicklung des laufenden Holzzuwachses in Abhängigkeit vom Holzvorrat. Auch hierfür nehmen wir einen parabelförmigen Kurvenverlauf an (Abb. 2). Ausgehend von einem niedrigen Holzvorrat steigt der Nettozuwachs mit steigendem Vorrat zunächst an und sinkt nach der Kulmination allmählich ab, bis natürlicher Zerfall und (Brutto)zuwachs sich die Waage halten. Im Schnittpunkt mit der Abszisse ist der Nettozuwachs gleich null, ein Zustand wie er für natürliche Waldökosysteme in der Phase des Fließgleichgewichts angenommen wird.<sup>19</sup> Ohne eine Holzentnahme durch den Menschen verändert sich der Holzvorrat nach folgender Gleichung:

$$M_t(t) = f(M(t)) \quad (4)$$

Gleichung (4) ist eine Differentialgleichung, weil sich die Änderung des Holzvorrats aus der Ableitung der Wachstumsfunktion für den Holzvorrat errechnet.

Es sei angenommen, dass der Wald so groß ist, dass laufend ein Bruchteil des Holzvorrats geerntet werden kann.<sup>20</sup> Mit einer Holzernte durch den Menschen ändert sich die Zuwachsgleichung (4). Wenn zum Zeitpunkt  $t$  die Menge  $Y(t)$  geerntet wird, ändert sich die Vorratshöhe nach folgender Gleichung:

$$M_t(t) = f(M(t)) - Y(t) \quad (5)$$

Bei beliebiger Vorratshöhe kann die Menge

$$Y = f(M) \quad (6)$$

ohne Veränderung der Vorratshöhe dauerhaft geerntet werden. Der höchste Massenertrag<sup>21</sup> kann bei der Vorratshöhe  $M_{MSY}$  in Abb. 7 geerntet werden.

---

<sup>19</sup> BURSCHEL, HUSS, 1997, S. 34.

<sup>20</sup> Zumindest auf den Einzelbaum kann das Modell deshalb nicht angewendet werden.

<sup>21</sup> hier:  $MSY$  = maximum sustainable yield

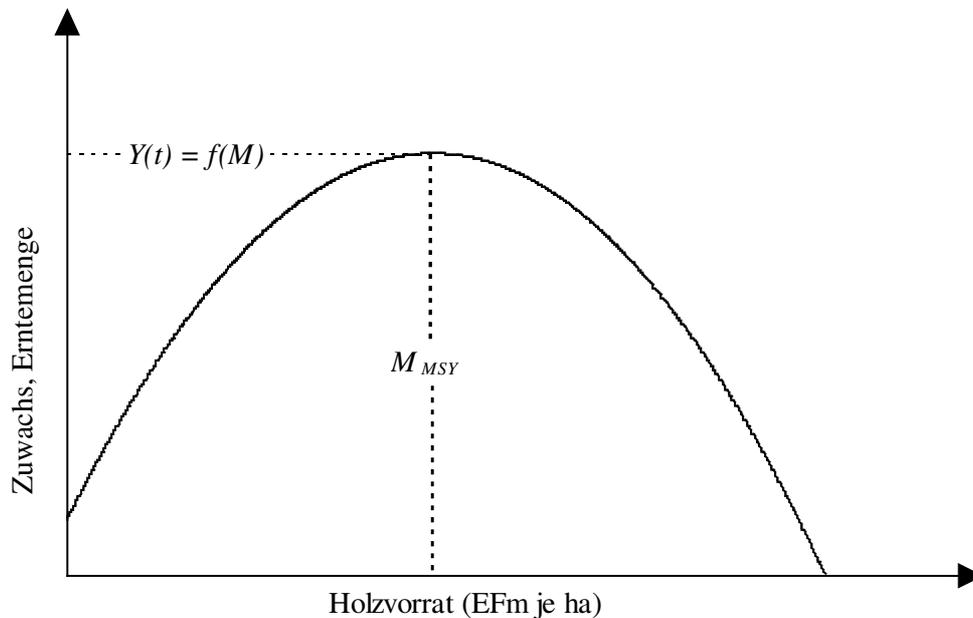


Abb. 7: Holzerntemengen, die ohne Veränderung der Vorratshöhe dauerhaft möglich sind und Vorratshöhe des höchsten nachhaltigen Massenertrages ( $M_{MSY}$ ).

Wie im Faustmann-Modell können wir den Holzvorrat als den Produktionsapparat des Betriebes betrachten. Das geerntete Holz  $Y(t)$  ist die Produktionsmenge. Die Entscheidung über den Umfang der Produktionsmenge ist in der Forstwirtschaft auch immer eine Entscheidung über die Größe des Produktionsapparats, also über die Betriebsgröße. Die Frage nach der gewinnmaximalen Produktionsmenge wird dadurch zu einem dynamischen Optimierungsproblem. Charakteristisch für dynamische Entscheidungssituationen ist, dass eine in einem bestimmten Zeitpunkt getroffenen Entscheidung neben einer direkten Wirkung, hier der realisierte Nettoerlös aus dem gerade geernteten und verkauften Holz, auch eine indirekte Wirkung entfaltet, indem der gesamte weitere Prozessverlauf durch die momentane Entscheidung beeinflusst wird.<sup>22,23</sup>

Angenommen, der Betriebsleiter möchte wie in einem Plenterwald immer nur einen Teil des Holzvorrats ernten. Da er nachhaltig wirtschaften möchte, wird er zumindest langfristig nur soviel ernten, wie an Holz zuwächst. Auf welchem Holzvorratsniveau soll er wirtschaften? - Dazu muss zunächst geklärt werden, welchen Erlös er aus den Holznutzungen erzielen kann:

Der Betriebsleiter wird vorrangig das wertvollste Holz seines Waldes nutzen. Der Nettostückerlös des geernteten Holzes ist deshalb größer als der des Abtriebswertes. Wir könnten annehmen, dass der Betriebsleiter mit der Ernte des laufenden Holzzuwachses auch genau den laufenden Wertzuwachs des Bestandes abschöpft. Da alle Bäume des Bestandes gleichzeitig dicker werden, nimmt der Wert jedes einzelnen Baumes zu. Der laufende Wertzuwachs verteilt sich also auf alle Bäume des Waldes. Der Betriebsleiter muss dann Holz in der Menge des laufenden Holzzuwachses ernten, dessen Nettoerlös genau dem Wertzuwachs des Bestandes entspricht. Wenn ihm dies gelingt, können wir den Holzerlös quantifizieren. Der Abtriebswert ist formal  $M \cdot (p - c)$ . Der laufende Wertzuwachs des Bestandes ist die Steigung (Ableitung) des Abtriebswertes mit Bezug auf die Zeit:

<sup>22</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 29

<sup>23</sup> Auch der Lösungsansatz FAUSTMANN'S berücksichtigt mit der Bodenrente den dynamischen Charakter der Entscheidungssituation.

$$\frac{d[M \cdot (p - c)]}{dt} = f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M) + M \cdot (p_t - c_t) \quad (7)$$

Die Funktionen  $p_M$  und  $c_M$  in Gleichung (7) sind die partiellen Ableitungen von  $p$  und  $c$  nach dem Holzvorrat. Ihre Differenz gibt die Steigung der Kurve des Nettostückerlöses des Abtriebswertes über dem Holzvorrat aus Abb. 3 an. Dieser Zuwachs des Stückerlöses bei einer marginalen Zunahme des Holzvorrats ist in Abb. 8 dargestellt. Sein Produkt mit dem Holzvorrat  $M$  gibt die Zunahme des Abtriebswertes an, die durch die Zunahme des Nettostückerlöses bedingt ist.

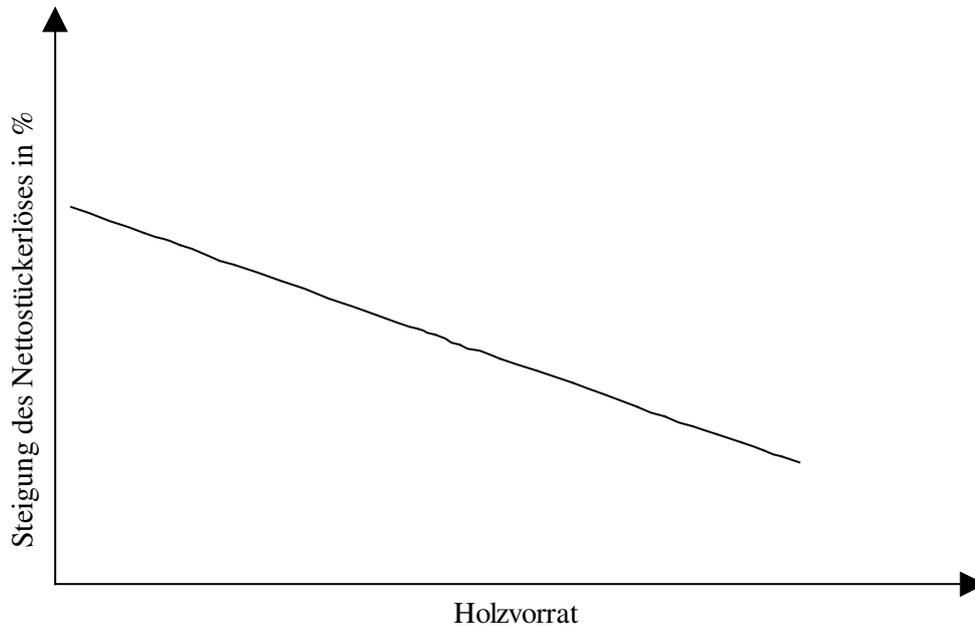


Abb. 8: Steigung  $p_M - c_M$  des Nettostückerlöses über dem Holzvorrat.

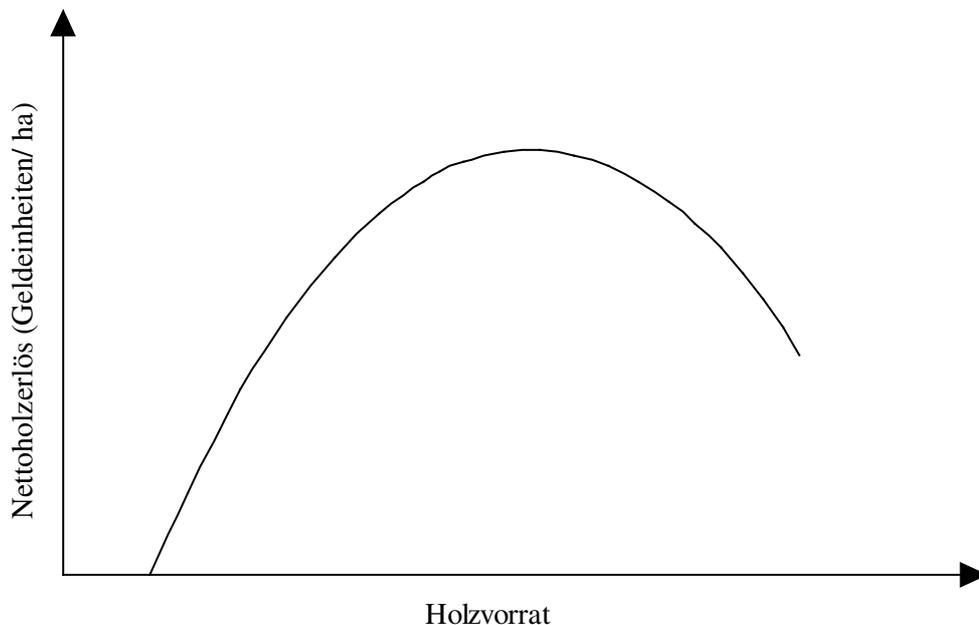


Abb. 9: Die Entwicklung des Nettoholzerlöses (Wertzuwachses) über dem Holzvorrat. Die Funktionen  $p_t$  und  $c_t$  geben die Veränderung der Holzpreise und Erntekosten im Zeitablauf an. Das sind die Veränderungen, die durch konjunkturelle Schwankungen oder technischen

Fortschritt bedingt sind. Nehmen wir zunächst an, solche Veränderungen treten nicht ein. Die Funktionen  $p_t$  und  $c_t$  verschwinden dann. In Abb. 9 wird die Entwicklung des Holz-erlöses (laufenden Wertzuwachses) über dem Holzvorrat dargestellt.<sup>24</sup>

### 2.1.2.1 Grafische Lösung

#### 2.1.2.1.1 Maximaler Holzerlös

Wenn in dem Forstbetrieb außer den Holzerntekosten keine weiteren Kosten anfallen, wird die Nutzung auf dem Holzvorratsniveau optimal sein, das den Holzerlös maximiert. Die Funktion des Holzerlöses über dem Vorrat in Abb. 9 kulminiert dort, wo die Steigung (1. Ableitung) dieser Funktion, also der Zuwachs am Holzerlös, gleich null ist:

$$\frac{d[f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M)]}{dM} = 0 \quad (8)$$

Wird die Ableitung ausgeführt, erhalten wir:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f(M) \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f(M) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M = 0 \quad (9)$$

Die Funktion  $f_M(M)$  bezeichnet die partielle Ableitung der Zuwachsfunktion nach dem Holzvorrat. Dies ist die Steigung der Kurve des Holzzuwachses.

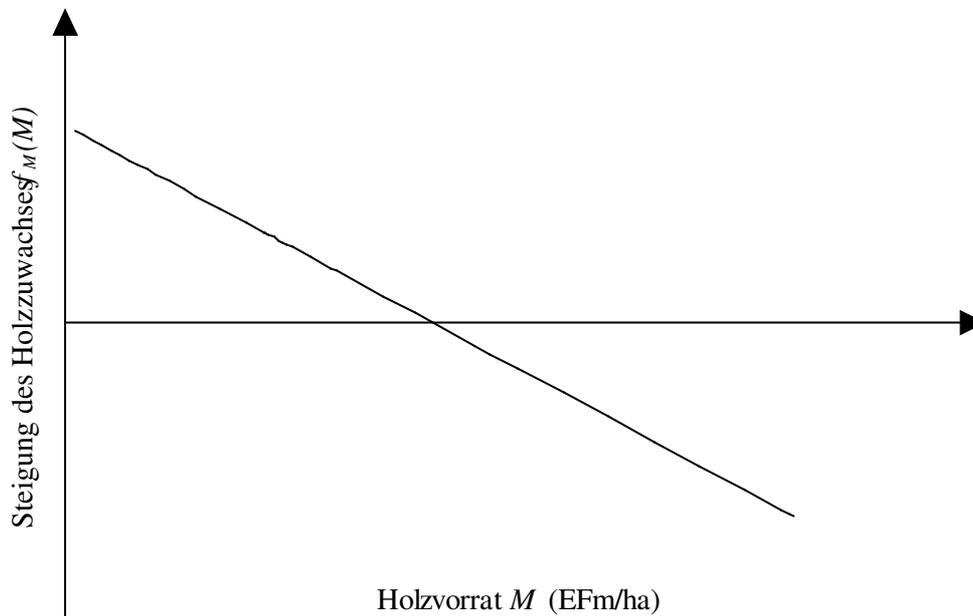


Abb. 10: Die Steigung des Holzzuwachses über dem Holzvorrat.

Da wir in Abb. 7 eine quadratische Funktion angenommen haben, nimmt  $f_M(M)$  in Abb. 10 einen linearen Verlauf an. Im Folgenden soll die Steigung des Holzzuwachses über dem Holzvorrat  $f_M(M)$  als der *Grenzmassenzuwachs* bezeichnet werden.

<sup>24</sup> Der Kurvenverlauf gleicht dem des Wertzuwachses in Abb. 6, hier repräsentiert jedoch der Holzvorrat die Abszisse.

### 2.1.2.1.2 Höchste Rentabilität

Aus der Sicht des Betriebsleiters hat der Holzvorrat des Waldbestandes den Wert seines ernstekostenfreien Holzerlöses, das ist der Abtriebswert  $M \cdot (p - c)$ . Wie im Faustmann-Modell könnte er dieses Vermögen alternativ zu einem Zinssatz von  $r$  anlegen. Seine Art der Forstwirtschaft lohnt sich dann bis zu dem Holzvorrat, bei dem der laufende Nettoerlös die alternativ erzielbaren Zinsen aus dem Holzvorratsvermögen noch deckt. Dieser Punkt ist dort erreicht, wo sich die beiden Kurven in Abb. 11 schneiden. Rechts davon übersteigen die Zinskosten den Holzerlös.

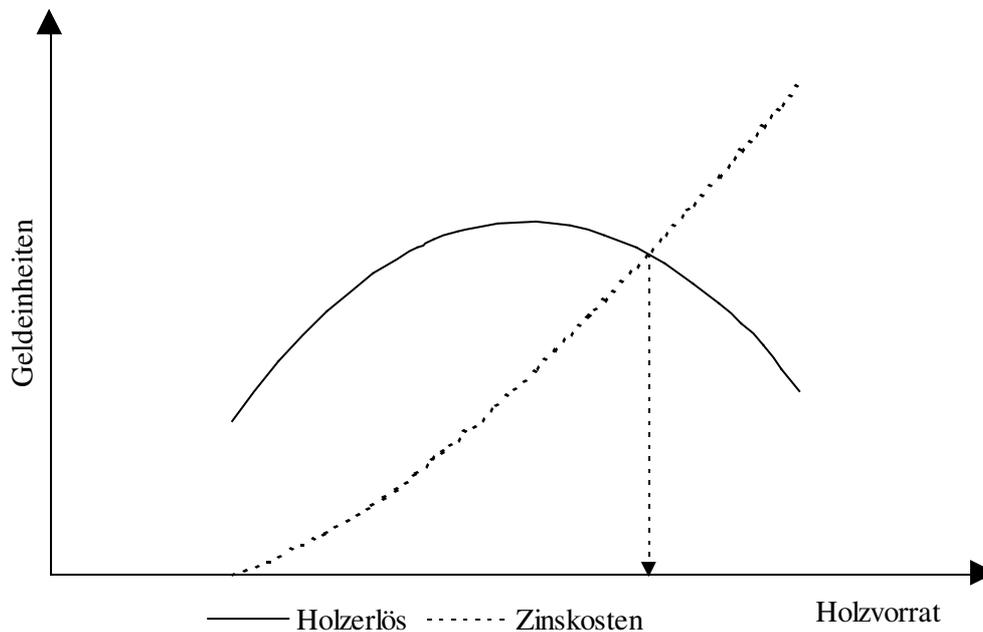


Abb. 11: Die Entwicklung des Nettoholzerlöses und der Zinskosten über dem Holzvorrat bei Holzentnahmemengen in Höhe des laufenden Zuwachses.

Der Schnittpunkt wird formal bestimmt durch:

$$f(M) \cdot [(p - c) + M \cdot (p_M - c_M)] = r \cdot M \cdot (p - c) \quad (10)$$

Für den Betriebsleiter ist dieses Vorratsniveau allerdings nicht optimal. Wenn er auf dem Niveau produziert, auf dem die Differenz aus seinem Nettoerlös und seinen Zinskosten am größten ist, kann er das am Produktionsapparat „eingesparte“ Vermögen wiederum zum Zinssatz von  $r$  anlegen und erzielt insgesamt eine höhere Rendite als bei Gleichung (10) bzw. Gleichung (9), wenn der Holzvorrat für Letztere niedriger ist als für (10). Die Differenz aus dem Nettoerlös und den Zinskosten ist dort am größten, wo beide Funktionen die gleiche Steigung aufweisen (vgl. Abb. 12).

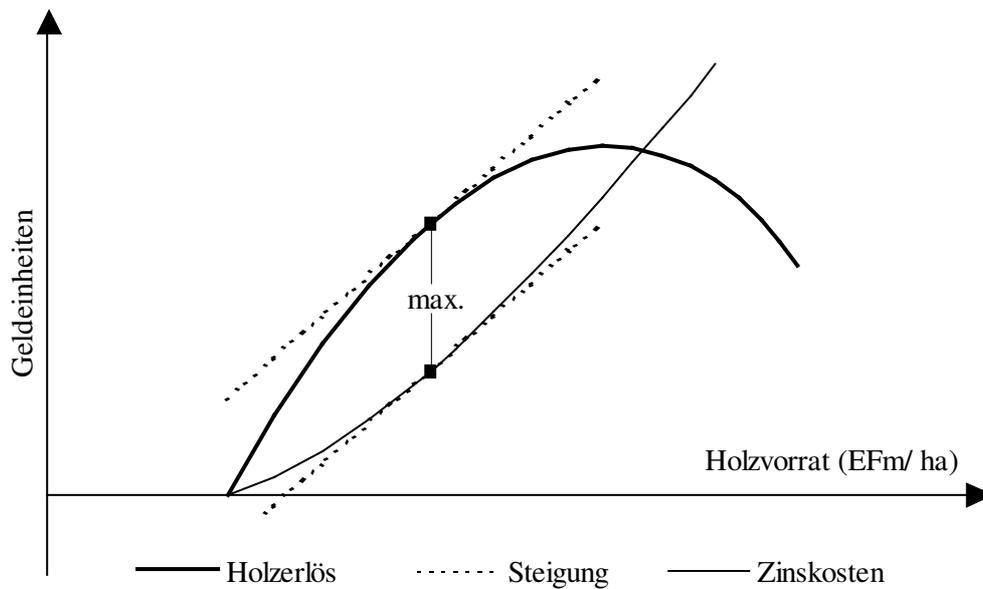


Abb. 12: Die maximale Differenz zwischen Holzerlös und Zinskosten.

Die Steigung der Zinskosten über dem Holzvorrat ist die 1. Ableitung der Funktion  $r \cdot M \cdot (p - c)$ :

$$\frac{d(r \cdot M \cdot (p - c))}{dM} = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) \quad (11)$$

Der Betriebsleiter erzielt den höchsten Gewinn, wenn der Zuwachs am Holzerlös dem Zuwachs der Zinskosten entspricht:

$$\begin{aligned} f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f(M) \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f(M) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M \\ = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) \end{aligned} \quad (12)$$

Wir haben angenommen, dass die Holzpreise und Erntekosten im Zeitablauf konstant bleiben. Da der Betriebsleiter regelmäßig den gesamten Zuwachs erntet, bleibt auch sein Holzerlös im Zeitablauf konstant. Wir können den Holzerlös deshalb als eine ewige jährliche Rente auffassen. Der Gegenwartswert seiner Erträge aus dem Holzvorratsvermögen ist dann:

$$\frac{f(M) \cdot [(p - c) + M \cdot (p_M - c_M)]}{r}$$

Das gebundene Holzvermögen ist der Abtriebswert  $A(t)$  des Waldbestandes:

$$A(t) = M \cdot (p - c) \quad (13)$$

Das Optimum für die Produktionsmenge und den Produktionsapparat liegt wiederum dann vor, wenn der Zuwachs am Kapitalwert der Erträge dem Zuwachs am Abtriebswert entspricht. Bilden wir die jeweiligen Ableitungen, kommen wir zu demselben Ergebnis wie in Gleichung (12).

Nachdem wir dieses Optimum grafisch hergeleitet haben, prüfen wir nun, ob es auch analytisch abgeleitet werden kann. Dazu formulieren wir zunächst eine Zielfunktion. Wie im Faustmann-Modell stellt sich für den nach Gewinnmaximierung strebenden Geschäftsführer die Aufgabe, den Kapitalwert aller Nettoerlöse aus den Holznutzungen zu maximieren, die über den gesamten Planungszeitraum erzielbar sind.

Die mathematischen Konzepte, die zur Steuerung dynamischer Systeme entwickelt wurden, können unter dem Begriff *optimale Kontrolltheorie* bzw. synonym *Theorie der optimalen Steuerung* zusammengefasst werden. Die Kontrolltheorie ist in den Wirtschaftswissenschaften dem Fachgebiet des Operation Research zuzurechnen. In dieser Arbeit sollen die Methoden der optimalen Kontrolltheorie zur Lösung des dynamischen Optimierungsproblems in der Forstwirtschaft angewendet werden.

### 2.1.2.2 Analytische Lösung

#### 2.1.2.2.1 Formulierung der dynamischen Optimierungsaufgabe

Mit den in der Kontrolltheorie verwendeten Begriffen kann der Holzvorrat  $M(t)$  als die *Zustandsvariable* des Systems bezeichnet werden, wobei die natürliche erneuerbare Ressource Wald das System bildet. Die Entwicklung des Systems kann vom Entscheidungsträger durch die Holzentnahme  $Y(t)$  in jedem Zeitpunkt gesteuert werden,  $Y(t)$  wird deshalb als *Kontrollvariable* oder *Steuervariable* bezeichnet. Die durch den Eingriff der Holzentnahme gesteuerte zeitliche Zustandsentwicklung des Systems wird durch eine Differentialgleichung, die *Bewegungsgleichung*

$$M_t(t) = f(M(t)) - Y(t) \tag{5}$$

beschrieben.<sup>25</sup> Der Planungshorizont sei unbestimmt, die optimale Steuerung soll deshalb auf einem unendlichen Zeithorizont erfolgen.

Auch in diesem Modell wird ein kontinuierliches dynamisches System unterstellt. Die einzelnen Modellvariablen sind Funktionen der Zeit. Die Zeit tritt deshalb jeweils als Argument einer Funktion in Erscheinung.

Die Aufgabenstellung lautet:

$$Z(M(t), Y(t)) = \int_{t_0}^{\infty} [P(M(t), t) - C(M(t), t)] \cdot Y(t) \cdot e^{-rt} dt \quad \max! \tag{14}$$

unter den Nebenbedingungen

$$M_t = f(M) - Y(t) \tag{15}$$

$$0 \leq Y(t) \leq M(t) \quad \text{und} \tag{16}$$

$$M(0) = M_0 \tag{17}$$

mit

---

<sup>25</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 4.

$P$	=	Preis je Mengeneinheit des geernteten Holzes
$C$	=	Erntekosten je Mengeneinheit
$(P - C)$	=	erntekostenfreier Holzerlös je Mengeneinheit (Nettostückerlös)
$Y$	=	Nutzungsmenge (-rate)
$M$	=	Holzvorrat
$f(M(t))$	=	laufender Holzzuwachs
$r$	=	Zinssatz

Wir betrachten in der Zielfunktion die Summe aller künftigen Holzerlöse. Da wir hier ein kontinuierliches Modell verwenden, müssen wir in der Zielfunktion<sup>26</sup> ein Integral anstelle des Summenzeichens  $\sum$  für diskrete Modelle verwenden. Die Holzerlöse werden mit dem Diskontfaktor für stetige Verzinsung  $e^{-rt}$  auf die Gegenwart abgezinst.

Der Preis (Stückerlös) und die Kosten werden hier mit Großbuchstaben symbolisiert, da sie sich nur auf das geerntete Holz beziehen. Das geerntete Holz ist wieder ein inhomogenes Gut, das sich aus einem Gemisch verschiedener Holzsorten zusammensetzt. Der Absatzpreis der einzelnen Holzsorten ist durch das Unternehmen nicht beeinflussbar. Der Stückerlös für das Sortengemisch ist durch die Wahl der Betriebsgröße (Holzvorrat) und der Produktionsmenge (Nutzungsmenge) dagegen steuerbar.

#### 2.1.2.2.2 Das lineare Modell

Es werden zunächst konstante Nettostückerlöse unterstellt. Das bedeutet, dass die Nettostückerlöse  $P - C$  zwar abhängig vom Holzvorrat, aber unabhängig von der geernteten Holzmenge  $Y$  sind. Dies wäre nur realistisch, wenn die Bäume, aus denen der Holzvorrat zusammengesetzt ist, völlig homogen sind. Derart homogene Waldbestände lassen sich jedoch nur durch periodische Holzentnahmen nutzen (aussetzender Betrieb), nicht aber durch kontinuierliche. Realistischer wäre die Annahme, dass die wertvollsten Bäume zuerst geerntet werden, der Nettostückerlös mit steigender Erntemenge sinkt und sich dabei dem durchschnittlichen Nettostückerlös des Holzvorrats  $(p - c)$  annähert. Sind  $P$  und  $C$  unabhängig von  $Y$ , können sie mit  $p$  und  $c$  gleichgesetzt werden. Bei konstanten Nettostückerlösen handelt es sich um ein lineares Optimierungsmodell.

Es gilt nun, einen Zeitpfad für den Umfang der Holzentnahme zu finden, der die Gleichung (14) maximiert. Ein Zeitpfad bildet die Entwicklung der Holzerntemengen im Zeitablauf ab, zeigt also das Nutzungsprofil in der Zeit. Zeitpfade der von der Zeit abhängigen Variablen werden in der Kontrolltheorie als *Trajektorien* bezeichnet.<sup>27</sup>

---

<sup>26</sup> Tatsächlich handelt es sich um ein *Zielfunktional*, weil die Variablen selbst Funktionen sind. Die Werte des Zielfunktionals hängen vom Kurvenverlauf anderer Funktionen ab.

<sup>27</sup> PELZION, 1993, S. 60.

### 2.1.2.2.3 Lösungsansätze

In Anwendungen der Kontrolltheorie wird als Lösungskonzept für derartige Problemstellungen das in den 50er Jahren dieses Jahrhunderts von PONTRYAGIN entwickelte *Maximumprinzip* herangezogen.<sup>28</sup> Hier soll die Lösung ausgehend von der *Lagrange-Methode* gesucht werden, da diese in der Ökonomie eine breite Anwendung gefunden hat<sup>29</sup> und der Lagrange-Ansatz dem Maximumprinzip zugrunde liegt.<sup>30</sup> Der Lagrange-Ansatz erlaubt dann auch einen leichteren Zugang zum Verständnis des Maximumprinzips von PONTRYAGIN.

Grundsätzlich ist auch die *dynamische Programmierung*, die ebenfalls in den 50er Jahren dieses Jahrhunderts von RICHARD BELLMANN entwickelt wurde,<sup>31</sup> als Lösungsansatz geeignet. Das Maximumprinzip hat im Vergleich zur dynamischen Programmierung jedoch den Vorteil, oft ohne großen Rechenaufwand qualitative Einsichten in die Struktur der Lösungspfade zu ermöglichen.<sup>32</sup>

In der Literatur wird als eigenständiger Lösungsansatz neben dem Maximumprinzip und der dynamischen Programmierung verschiedentlich die *Variationsrechnung* genannt.<sup>33</sup> Die Variationsrechnung ist der historisch älteste Ansatz zur Lösung dynamischer Steuerungsprobleme, ihre Wurzeln reichen in das 17. Jahrhundert zurück.<sup>34</sup> Das Maximumprinzip wurde aus der Variationsrechnung heraus entwickelt, wobei die theoretischen Grundlagen der Variationsrechnung übernommen wurden.<sup>35</sup> Beiden Lösungswegen liegt mit dem Lagrange-Ansatz ein einheitliches Prinzip zugrunde,<sup>36</sup> weshalb es angemessen ist, diese als zwei Versionen einer Theorie zu bezeichnen.<sup>37</sup> Die Erweiterungen des Maximumprinzips gegenüber der klassischen Variationsrechnung liegen in der Trennung der Zustands- und Steuervariablen in separate Funktionen, die über eine Differentialgleichung (Bewegungsgleichung) verknüpft werden, die Beschränkung des Steuerbereichs und die Forderung lediglich der stückweisen Stetigkeit für die Steuervariable.<sup>38</sup>

Zum Verständnis der Aufgabenlösung ist es nicht erforderlich, den Lösungsweg im einzelnen nachzuvollziehen. Er wird deshalb in Anhang 1 dargestellt.

Als eine notwendige Bedingungen für das Optimum ergibt sich:

$$(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M(M) + (P_i - C_i) = r \cdot (P - C) \quad (18)$$

Gleichung (18) ist auch eine hinreichende Bedingung für das Optimum, wenn die Zuwachs-, Preis- und Kostenfunktionen  $(f(M), p(M), c(M))$  konkav<sup>39</sup> sind.

---

<sup>28</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 11.

<sup>29</sup> FEESS, 1997, S. 100.

<sup>30</sup> ALEKSEEV et al., 1987, Kap. 4.

<sup>31</sup> SCHNEEWEISS, 1974, S. 25.

<sup>32</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 3.

<sup>33</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 32; PELZION, 1993, S. 74; WEISER, 1990, S. 61.

<sup>34</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S.11; GELLERT et. al., 1972, S. 746.

<sup>35</sup> TAKAYAMA, 1993, S. 452.

<sup>36</sup> ALEKSEEV et al., 1987, Kap. 4.

<sup>37</sup> ALEKSEEV et al., 1987, S. 203.

<sup>38</sup> ALEKSEEV et al. 1987, S. 214-215.

<sup>39</sup> Eine Funktion ist konkav, wenn das Mittel aus den Funktionswerten zweier beliebiger Argumente kleiner als der Funktionswert des Mittels dieser beiden Argumente ist.

Diese Gleichung wurde für die Fischerei von CLARK und MUNRO 1982 mit Hilfe des Maximumprinzips hergeleitet.<sup>40</sup> Der einzige Unterschied gegenüber dem Ansatz von CLARK und MUNRO ist die hier erweiterte Modellannahme, dass auch die Preise (Stückerlöse des Sortengemischs) vom Ressourcenbestand abhängig sind. CLARK und MUNRO betrachteten dagegen nur die Fangkosten als bestandsabhängig.

Das Maximumprinzip wurde erstmals in den 50er Jahren auf die Hochseefischerei angewendet. Die ersten Modelle für die Fischerei gehen auf GORDON (1954) und SCHAEFER (1957) zurück.<sup>41</sup> PLOURDE stellte 1970 ein Modell vor, das er auf erneuerbare Ressourcen allgemein bezog. Er betrachtete ebenfalls den Ressourcenbestand als Zustandsvariable und den Konsum der Ressource als Steuervariable. Die Maximierung des Nutzenstroms aus dem Konsum der Ressource war das Zielkriterium. Der Zuwachs des Ressourcenbestandes war eine Funktion des Bestandes selbst. Der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz entspricht damit im Kern der Problemformulierung von PLOURDE. Als nachteilig am Ansatz PLOURDES erscheint, dass er spezifische Annahmen über die Zuwachsfunktion der Ressource traf. Da bei der Interpretation der Ergebnisse nicht von den Parametern der Zuwachsfunktion abstrahiert wurde, sind die Ergebnisse schwierig vergleichbar.

Den Ansatz PLOURDES übertrug ANDERSON 1976 auf die Forstwirtschaft, wobei er die Zuwachsfunktion nicht spezifizierte. Allerdings führte er eine zusätzliche Funktion ein, die offenbar neben der Bewegungsgleichung nochmals zwischen Vorrat und Konsum vermitteln sollte. Diese Funktion wurde offensichtlich aus den Modellen für die Fischerei übernommen. Wohl weil die Fangkosten je Einheit in Abhängigkeit vom Fischbestand schwierig zu quantifizieren sind, wurde in den Modellen für die Fischerei statt dessen eine Funktion der Fangintensität (yield effort)<sup>42</sup> eingeführt. Dies ist eine technologische Entnahmefunktion, die den Fischertrag als abhängig vom Umfang der eingesetzten Produktionsfaktoren (z.B. Fischerboote) und dem Ressourcenbestand betrachtet. Seine Ergebnisse diskutierte ANDERSON nur unter der Annahme einer Nutzenfunktion, die unabhängig von der Vorratshöhe ist (d.h. Holzpreise und Erntekosten sind unabhängig vom Ressourcenbestand). Dadurch kam ANDERSON zu dem einfachen Ergebnis, dass im Optimum Kalkulationszinssatz und Grenzmassenzuwachs gleich sein müssen ( $r = f_M$ ).

Auf die Forstwirtschaft wurde das Maximumprinzip in der Problemformulierung von ANDERSON offensichtlich später nicht weiter angewendet. Die Gründe werden an späterer Stelle beleuchtet. Für die Fischerei entwickelte sich der Ansatz in der von CLARK und MUNRO (1975) dargelegten Lösung dagegen zum Standardmodell.<sup>43</sup> In dieser Arbeit wird der Ansatz deshalb als *Fischerei-Modell* bezeichnet.

Der Leser mag an dieser Stelle eine Verbindung zwischen Gleichung (18) und unserer grafischen Lösung in Gleichung (12) vermissen. Diese Verbindung können wir an späterer Stelle

---

<sup>40</sup> vgl. auch CLARK, 1994, Kap.4; vgl. FEICHTINGER und HARTL, 1986, S. 447.

<sup>41</sup> zitiert nach FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 456.

<sup>42</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 144.

<sup>43</sup> z.B. DASGUPTA, 1982, Kap. 6; HENNING, 1982; FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 442; STRÖBELE, 1987, Kap. 7; EDWARDS u. MEGREY (Hrsg.), 1989;

wieder herstellen, wenn wir zum nichtlinearen Modell übergehen. Die Interpretation der Lösung wird allerdings erleichtert, wenn wir zunächst beim linearen Modell verbleiben.

## 2.2 Interpretation der Lösung zum linearen Modell

### 2.2.1 Der autonome Fall

Ein Steuerungsproblem, bei dem die Zielfunktion nicht explizit von der Zeit  $t$  abhängt, wird in der Kontrolltheorie als autonom bezeichnet.<sup>44</sup> Das vorliegende Steuerungsproblem ist dann autonom, wenn die Holzpreise und die Erntestückkosten im Zeitablauf konstant bleiben, d.h. die partiellen Ableitungen

$$P_t = 0 \text{ und } C_t = 0 \text{ sind.}$$

In diesem Fall reduziert sich Gleichung (18) auf:

$$(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M(M) = r \cdot (P - C) \quad (19)$$

Gleichung (19) beschreibt die Bedingung für die optimale Vorratshöhe im autonomen Fall. Die optimale Vorratshöhe kann im Zeitablauf nur beibehalten werden, wenn  $M_t = 0$ . Dies wird gewährleistet, wenn  $f(M) = Y(t)$ , d.h. die Nutzungsmengen dem Zuwachs entsprechen. Eine Erntemenge  $Y$ , die einen konstanten Bestand  $M$  erlaubt, wird in der Ressourcenökonomik aufgrund der Abhängigkeit von biologischen und ökonomischen Parametern als bioökonomisches<sup>45</sup> oder bionomisches<sup>46</sup> Gleichgewicht, in der forstfachlichen Terminologie als nachhaltiger Hiebsatz bezeichnet. In Gleichung (19) kann der Zuwachs  $f(M)$  durch die Produktionsmenge  $Y(t)$  als Output ersetzt werden.

Wenn der Zuwachs und die Erntemenge identisch sind, erzielen wir den Holzerlös  $f(M) \cdot (P - C)$ . Die linke Seite von Gleichung (19) bildet die 1. Ableitung dieses Holzerlöses mit Bezug auf den Holzvorrat. Sie stellt also die Zunahme des Holzerlöses dar, die durch eine marginale Erhöhung des Holzvorrats möglich ist. Die rechte Seite der Gleichung zeigt die Zinskosten für eine Outputeinheit. Den Weg hin zur optimalen Vorratshöhe, ausgehend von einem nicht optimalen Vorratsniveau, vermag Gleichung (18) nicht aufzuzeigen.

#### 2.2.1.1 Produktionstheoretische Interpretation

Wir haben den Holzvorrat eines Forstbetriebs als dessen Produktionsapparat betrachtet. Die Frage nach den optimalen Nutzungsmengen stellt sich dann als Produktionsplanungsaufgabe dar. Dabei sind die Ausbringungsmenge und die Anpassung des Produktionsapparats (Be-

---

<sup>44</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 18; TAKAYAMA, 1993, S. 462.

<sup>45</sup> STRÖBELE, 1987, S. 129; BARTMANN, 1996, S. 64.

<sup>46</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 444.

triebsgröße) simultan zu planen. Der Holzvorrat kann entweder für den Konsum (Holznutzung) oder durch Reinvestition zur Erhaltung bzw. zum Wachstum des Produktionsapparats (Nichtnutzung) verwendet werden.

### 2.2.1.1.1 Bedingung für die optimale Produktionsmenge

Im Zuge der Aufgabenlösung erhalten wir als einen Lagrange-Multiplikator:

$$\lambda = P - C \tag{20}$$

Gleichung (20) lässt sich umformen zu

$$P = C + \lambda(t) \tag{21}$$

Ohne  $\lambda(t)$  beschreibt Gleichung (21) die aus der Mikroökonomie bekannte Bedingung für ein Gewinnmaximum. Das ist die Übereinstimmung von Grenzerlös und Grenzkosten, wobei der Grenzerlös bei vollständiger Konkurrenz dem exogen gegebenen Marktpreis entspricht.<sup>47</sup> Bei der Nutzung natürlicher Ressourcen muss im Gewinnmaximierungskalkül jedoch zusätzlich die natürliche Knappheit dieser Ressourcen berücksichtigt werden. Der Lagrange-Multiplikator  $\lambda$  gibt die Veränderung am Gesamtnutzen an, die aus einer marginalen Lockerung der Bestandsrestriktion resultiert.<sup>48</sup> Diese wird als *Schattenpreis* der Ressource oder als *Preis der Ressource in situ* bezeichnet.<sup>49</sup>

„Schattenpreis ist dabei ein in der Volkswirtschaftslehre übliches Synonym für *Opportunitätskosten*: Der Schattenpreis, der Nutzen einer Ressourceneinheit in einem beliebigen Zeitpunkt  $t$ , entspricht genau dem dadurch hervorgerufenen Nutzenentgang (den Opportunitätskosten) daraus, daß die gleiche Ressourceneinheit nicht mehr zu einem anderen Zeitpunkt konsumiert werden kann.“<sup>50</sup>

Die Höhe des Schattenpreises können wir herleiten, wenn wir Gleichung (19) folgendermaßen nach  $P - C$  auflösen:

$$P - C = \frac{f_M(M) \cdot (P - C) + f(M) \cdot (P_M - C_M)}{r} \tag{22}$$

Im Zähler der rechten Seite steht der Zuwachs am Holzerlös, der durch eine marginale Erhöhung des Holzvorrats möglich ist. Mit dem letzten Festmeter Holz, den wir ernten und damit konsumieren, verzichten wir auf den Zuwachs am Ertrag, der durch die Reinvestition genau dieses einen Festmeters noch möglich gewesen wäre. Die Reinvestition dieses einen Festmeters könnte unsere Massenproduktivität um den Grenzmassenzuwachs  $f_M(M)$  ändern. Dieser Unterschiedsbetrag wird mit dem Nettostückerlös  $P - C$  bewertet. Der gesamte Zuwachs bzw. Output  $f(M)$  erfährt zudem eine Wertänderung um den Betrag  $P_M - C_M$ , der im Folgenden als Grenzwertzuwachs bezeichnet wird. Da wir konstant auf diesem Niveau ernten, verzichten

---

<sup>47</sup> FEESS, 1997, S. 154.

<sup>48</sup> FEESS, 1997, S. 288; FEICHTINGER und HARTL, 1986, S. 28.

<sup>49</sup> FEESS, 1997, S. 288.

<sup>50</sup> FEESS, 1997, S. 288.

wir auch dauerhaft auf diesen Wertzuwachs am Ertrag. Wir können diesen deshalb als eine ewige jährliche Rente betrachten. Den Kapitalwert dieses dauerhaften Verzichts erhalten wir, indem wir den Zähler der rechten Seite aus Gleichung (22) durch den Zinssatz dividieren. Der Kapitalwert unseres Verzichts ist der Schattenpreis der Ressourcennutzung.

Gleichung (19) kann auch folgendermaßen umgeformt werden:

$$P - C = \frac{f(M) \cdot (P_M - C_M)}{r - f_M} \quad (23)$$

Da der Schattenpreis nicht negativ sein darf, müssen der Zähler und der Nenner der rechten Seite der Gleichung dasselbe Vorzeichen haben. Da der Zuwachs  $f(M)$  stets positiv ist, muss im Optimum bei positivem Grenzwertzuwachs der Grenzmassenzuwachs stets kleiner als der Zinssatz sein. Bei negativem Grenzwertzuwachs muss umgekehrt der Grenzmassenzuwachs größer als der Zinssatz sein. Für  $r = f_M$  ist keine Lösung definiert.

Anstelle von Schattenpreis ist im anglo-amerikanischen Sprachraum auch der Begriff *user cost* gebräuchlich.

„Nevertheless, the fact of scarcity itself imposes costs in the intertemporal setting. Consumption in period 1 comes at the expense of satisfaction forgone in later periods. The user cost of the first-period consumption is defined as the value of that forgone satisfaction.“<sup>51</sup>

Die Bedingung für ein Gewinnmaximum bei der Nutzung natürlicher Ressourcen ist die Übereinstimmung von Grenzerlös und der Summe aus Grenzkosten und Schattenpreis der Ressource.<sup>52</sup> Aus produktionstheoretischer Sicht ist der Output (Holznutzung) so zu bemessen, dass diese Bedingung erfüllt wird.

Das Gewinnmaximierungskalkül Grenzerlös = Grenzkosten ist für Unternehmen, die den Preis nicht beeinflussen können, nur anwendbar, wenn die Grenzkosten nicht konstant sind. MOOG (1991, S. 204) hat den Zusammenhang zwischen den Kosten eines Forstbetriebs und dem Umfang des Holzeinschlags untersucht und kommt zu dem Ergebnis, dass die Kosten linear mit der geernteten Holzmenge steigen. Forstbetriebe hätten demnach eine linear homogene Produktionsfunktion.<sup>53</sup> MOOG folgert daraus, dass

„für Forstbetriebe das *Grenzkosten = Preis* Gewinnmaximierungskalkül (...) nicht operational ist, sondern Gewinnmaximierung nur durch Vollauslastung der Kapazität (...) möglich ist.“<sup>54</sup>

Seine Untersuchung bezog sich aber auf die kurzfristige Kostenfunktion,<sup>55</sup> d.h. auf den Kostenverlauf bei gegebenem Produktionsapparat bzw. gegebener Betriebsgröße,<sup>56</sup> auf den Forstbetrieb übertragen bei gleichbleibendem Holzvorrat. Um eine langfristige Betrachtungsweise handelt es sich dann, wenn auch mögliche Veränderungen des Produktionsapparates einbezo-

---

<sup>51</sup> RANDALL, 1987, S. 287.

<sup>52</sup> HOWE, 1979, S. 26; FEESS, 1997, S. 292.

<sup>53</sup> SCHUMANN, 1980, S. 137.

<sup>54</sup> MOOG, 1991, S. 204.

<sup>55</sup> MOOG, 1991, S. 203.

<sup>56</sup> SCHUMANN, 1980, S. 141.

gen werden.<sup>57</sup> Bei langfristiger Betrachtung wird der Schattenpreis in das Kalkül einbezogen. Die (Gesamt)kostenfunktion ist dann nicht mehr linear und das Gewinnmaximierungskalkül des Mengenanpassers wird auch für Forstbetriebe operational, selbst wenn konstante Stückkosten (lineares Modell) angenommen werden. MOOG hat auf die Wirkung des Schattenpreises der Holzernte auf die Kostenfunktion bei langfristiger Betrachtung hingewiesen:

„Es gibt zwar einige Argumente, nach denen theoretisch eine nichtlineare Beziehung bestehen müßte, die Nichtlinearität dürfte aber praktisch für die Betriebe nicht fühlbar sein. Beispielsweise könnte man argumentieren, daß durch den Mehreinschlag die Stückmasse abnähme und daher die Kosten überproportional zunehmen. Das ist zwar richtig, aber dieser Effekt besitzt bei der Größenordnung der hier diskutierten Variationen des Holzeinschlags für den Betrieb praktisch keine Bedeutung.“<sup>58</sup>

In dieser Arbeit sollen beliebige Variationen des Holzeinschlags als Möglichkeiten angenommen werden.

### 2.2.1.1.2 Der Schattenpreis als Faktorrente

Bei anderen Produktionsanlagen als natürliche Ressourcen muss in Entscheidungen über den Umfang der Produktionsmenge ebenfalls berücksichtigt werden, dass die Produktionsanlagen durch die Produktion einem Verschleiß, also einer Abnutzung, unterliegen. Um die Produktionsanlage zu erhalten, muss ein Teil der Produktionserlöse für Ersatzinvestitionen verwendet werden. Für den Betriebsleiter stellt sich die Frage, wie er den Produktionserlös auf Reinvestitionen zum Erhalt bzw. zur Steigerung der Produktionskapazität und auf den Konsum aufteilen soll. Sein Ziel ist, durch geschicktes Reinvestieren den Gesamtkonsum zu maximieren. Hier muss also wiederum auf Gegenwartsverbrauch verzichtet werden. Die Höhe der notwendigen Ersatzinvestitionen, um den Produktionsapparat zu erhalten, werden als Abschreibungen bezeichnet. Diese Abschreibungen sind der Schattenpreis, der für die Nutzung jeder Produktionsanlage gezahlt werden muss. Die Abschreibungen können wir deshalb ebenfalls als *user cost* bezeichnen. Auf die intertemporale Bedeutung dieser Kosten wies bereits KEYNES hin:

„Die Gebrauchskosten sind eines der Verbindungsglieder zwischen der Gegenwart und der Zukunft. Denn ein Unternehmer muss beim Entschluß über die Skala seiner Erzeugung entscheiden, ob er seine Ausrüstung jetzt verbrauchen oder sie für späteren Gebrauch aufbewahren soll. Es ist der durch den gegenwärtigen Gebrauch bedingte Verzicht auf den zukünftigen Gewinn, der den Betrag der Gebrauchskosten bestimmt, und es ist der Grenzbetrag dieses Verzichtes, der zusammen mit den Grenzfaktorkosten und der Erwartung des Grenzerlöses die Skala seiner Erzeugung bestimmt.“<sup>59</sup>

Für die Forstwirtschaft stellt sich der Holzzuwachs sowohl als Produkt als auch als Produktionsanlage dar. Die Ersatzinvestitionen werden hier nicht über die Produktionserlöse vermittelt. Angenommen, wir könnten dem Wald von außen Holz hinzufügen. Nehmen wir weiterhin an, wir nutzen den doppelten Holzzuwachs. Der Produktionsapparat verringert sich dadurch jährlich um die Menge eines Jahreszuwachses. Um den Produktionsapparat zu erhalten

---

<sup>57</sup> Aufgrund der Identität von Produkt und Produktionsmittel in der Forstwirtschaft bedeutet jede Entscheidung über den Umfang einer Holzentnahme auch eine Entscheidung über die Größe des Produktionsapparates.

<sup>58</sup> MOOG, 1991, S. 204.

<sup>59</sup> KEYNES, 1936, S. 60.

verwenden wir die Hälfte der Holzerlöse um die Menge eines Jahreszuwachses von außen hinzu zukaufen und fügen diese dem Holzvorrat zu. In diesem Fall gehen die Ersatzinvestitionen als Bestandteil der Faktorkosten in die Kalkulation ein und werden nicht als Schattenpreis separat ausgewiesen. Da dies jedoch in der Forstwirtschaft nicht möglich ist, gehen die Ersatzinvestitionen in den Holzvorrat dort nicht in die Faktorkosten ein.

Im Unterschied zu anderen Produktionsanlagen kann der Produktionsfaktor Holzvorrat auch nicht durch andere Produktionsfaktoren substituiert werden. Die Produktionsanlage kann nur durch Verringerung der Produktionsmenge vergrößert werden. Letztendlich resultiert dies aus der Knappheit des Produktionsfaktors Boden. Das Angebot dieses Faktors verhält sich vollkommen unelastisch zu Nachfrageschwankungen, da die nutzbare Bodenmenge (nahezu) nicht vermehrbar ist.<sup>60</sup> Da bei anderen Produktionsfaktoren Möglichkeiten zur Substitution bestehen, bewirken Änderungen in der Nachfrage nach den produzierten Gütern keine Faktorpreissteigerungen in gleicher Höhe. Steigt dagegen der Rohholzpreis, weil die Nachfrage der Holzindustrie wächst, dann steigt damit der Faktorpreis für die Ersatzinvestitionen in derselben Höhe. Der Faktorpreis für die Ersatzinvestitionen ist der Schattenpreis. Da er aufgrund der Knappheit des Produktionsfaktors Boden besteht, wird er auch als Bodenrente bezeichnet. Da sich steigende Produktpreise in voller Höhe auf den Schattenpreis auswirken, hat dieser bei natürlichen Ressourcen eine besondere Bedeutung. Dennoch bestehen bei der Nutzung anderer Produktionsanlagen als natürlicher Ressourcen ebenfalls Gebrauchskosten.

Zusammenfassend können wir feststellen: Der Schattenpreis repräsentiert die Kosten für die Erhaltung des Produktionsapparates. In der Forstwirtschaft werden diese Kosten nicht über die Produktionserlöse vermittelt, sodass sie in den Faktorkosten nicht direkt aufscheinend werden. Der Produktionsfaktor Holzvorrat ist nicht substituierbar, weshalb er völlig unelastisch auf Nachfrageschwankungen reagiert.

## 2.2.1.2. Investitionstheoretische Erklärungen

### 2.2.1.2.1 Kapitalerträge versus Kapitalkosten

Betrachten wir noch einmal Gleichung:

$$(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M(M) = r \cdot (P - C) \quad (19)$$

---

<sup>60</sup> SAMUELSON u. NORDHAUS, 1987, Bd. II, S. 282.

Die rechte Seite von Gleichung (19) stellt die Leih-(Gebrauchs-)kosten des Kapitals dar.<sup>61,62</sup> Diese Kosten entsprechen dem Preis, den das Unternehmen für die Nutzung der zuletzt hinzugekommenen Einheit des Kapitalstocks in einer Periode zahlen muss (implizite Leihkosten).<sup>63</sup> Es ist der Zuwachs der Zinskosten für das Holzvorratsvermögen, der durch die zuletzt hinzugekommene Einheit des Kapitalstocks bedingt ist. Da Gleichung (19) den Zuwachs der Zinskosten an der Grenze des Vorrats bezeichnet, können diese auch als die *Grenzkapitalkosten* betrachtet werden. Die Grenzkapitalkosten messen, welche Zinskosten die Investition der letzten hinzugekommenen Mengeneinheit Holz in den Holzvorrat, also eine marginale Erhöhung des Kapitalstocks, verursacht.

Die linke Seite von Gleichung (19) bezeichnet den Zuwachs am Ertrag (Holzerlös), der mit einer marginalen Erhöhung des Holzvorrats verbunden ist. Dies ist die *Grenzproduktivität des Kapitals* (*Grenzkapitalertrag*). Im Optimum müssen die Grenzproduktivität des Kapitals und die Grenzkapitalkosten gleich sein.

### 2.2.1.2.2 Rentabilität

Jede Entscheidung über den Umfang einer Holzentnahme aus dem Wald ist gleichzeitig eine Entscheidung über Investition oder Desinvestition. *Keynes*<sup>64</sup> hat in seinen Ausführungen über die Motive für Investitionen den Begriff der *Grenzeistungsfähigkeit des Kapitals* geprägt (marginal efficiency of capital). Die Grenzeistungsfähigkeit des Kapitals entspricht der erwarteten internen Verzinsung einer Sachinvestition,<sup>65</sup> der erwarteten Rendite<sup>66</sup> bzw. der marginalen Ertragsrate des Realkapitals.<sup>67</sup> Rechnerisch entspricht sie dem Zinssatz, bei dem der Kapitalwert einer Investition den Wert null hat.<sup>68</sup> Diese reale Rendite der Sachinvestition ist mit einer finanzwirtschaftlichen Rendite zu vergleichen.<sup>69</sup> Eine Investition ist dann rentabel, wenn die erwartete Rendite mindestens dem Marktzinssatz entspricht.<sup>70</sup>

Die Grenzeistungsfähigkeit des Kapitals gilt zwar nicht als geeignetes Kriterium für eine Auswahl unter alternativen Investitionsprojekten.<sup>71</sup> Hier geht es jedoch nicht um eine Aus-

---

<sup>61</sup> Der Begriff „Leihkosten“ geht insofern über den Begriff der „Gebrauchskosten“ bei KEYNES hinaus, als er auch die Zinskosten einschließt (vgl. KEYNES, 1936, S. 59).

<sup>62</sup> Wertberichtigungen können hier ausgeschlossen werden, da im autonomen Fall die Faktorpreise im Zeitablauf konstant sind.

<sup>63</sup> BRANSON, 1992, S. 291.

<sup>64</sup> KEYNES, 1936, Kap. 11.

<sup>65</sup> SIEBERT, 1992, S.238.

<sup>66</sup> HARDES u. MERTES, 1991, S. 309.

<sup>67</sup> WESTPHAL, 1988, S. 162.

<sup>68</sup> Rentabilitätsbetrachtungen für die Forstwirtschaft mittels des internen Zinssatzes stellte bereits PRESSLER, 1859, S. 87 an: „(...) daß man sich und Andern Rechenschaft geben könne auf die Frage: welches ist denn eigentlich das thatsächliche Wirtschaftsprocent bei deiner Wirtschaftsweise; oder mit anderen Worten: zu welchem Zinsfuß rentieren denn eigentlich die auf deinen Betrieb verwendeten Boden-, Kultur- und Verwaltungskosten; oder, was dasselbe ist: bei welchem Zinsfuß stehen Kosten und Erträge im Gleichgewicht; oder was ebenfalls das gleiche ist: bei welchem Wirtschaftsprocente werden die gesamten Kosten durch die Erträge gedeckt und somit der Wirtschafts-Nutzeffekt gleich Null?“

<sup>69</sup> HARDES u. MERTES, 1991, S. 309

<sup>70</sup> KEYNES, 1936, S. 115; HARDES u. MERTES, 1991, S. 309.

<sup>71</sup> BRANSON, 1992, S. 284-285. Die Bewertung alternativer Investitionsprojekte sollte vom Marktzinssatz abhängen. Bei der Auswahl nach der Höhe der Kapitalwerte verschiedener Investitionsprojekte wird dies gewährleistet, bei der Bewertung nach der internen Verzinsung jedoch nicht. Eine hohe interne Verzinsung muß nicht

wahl unter alternativen Sachinvestitionen, sondern um die Entscheidung über den Umfang einer bereits gewählten Investition. Die Frage ist, wie weit die Investition in Sachvermögen ausgedehnt werden kann, ohne den Vorteil gegenüber einer Investition in Finanzvermögen zu verlieren. Anhand folgender Umformung von Gleichung (19) kann auch die Frage nach der Rentabilität beantwortet werden:

$$r = \frac{(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M(M)}{P - C} \quad (24)$$

Keynes definierte die Grenzleistungsfähigkeit des Kapitals als „das Verhältnis zwischen dem voraussichtlichen Erträgnis einer weiteren Einheit jener Art Kapital und den Erzeugungskosten jener Einheit“.<sup>72</sup>

Was passiert, wenn der Holzvorrat durch Verzicht auf die Holzernte (Reinvestition) um eine Einheit erhöht wird? Es stellt sich mit dem Zähler der rechten Seite von Gleichung (24) der Zuwachs am Holzerlös ein. Der Zähler bezeichnet also den zusätzlichen Ertrag. Diese Zunahme hat den Preis des erntekostenfreien Erlöses einer Mengeneinheit Holz. Der Nenner stellt damit die *Erzeugungskosten* dar, auch als *Angebotspreis (supply price)* des Sachvermögens bezeichnet. Der zusätzliche Ertrag wird also im Verhältnis zu den Erzeugungskosten betrachtet. Zusammenfassend besagt Gleichung (24), dass der Konsum durch die Holzentnahme so weit gesteigert werden soll, bis die Rendite aus der letzten investierten Einheit dem Marktzinssatz entspricht.

Gleichung (24) bezeichnet die interne Verzinsung der letzten reinvestierten Einheit in den Kapitalstock. Formen wir diese Gleichung um zu

$$\frac{(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M(M)}{r} - (P - C) = 0 \quad (25)$$

Die linke Seite dieser Gleichung zeigt den Kapitalwert dieser letzten investierten Einheit. Der Kapitalwert des Zuwachses am Ertrag wird vollständig durch die damit verbundenen Opportunitätskosten, die Zunahme des Abtriebswertes, aufgezehrt. Nur die letzte investierte Einheit ergibt einen Kapitalwert von null.

---

mit einem hohen Kapitalwert verbunden sein. Die Rangfolge verschiedener Investitionsprojekte stimmt bei den Kriterien ‘Kapitalwert’ und ‘Grenzleistungsfähigkeit des Kapitals’ nicht überein.

<sup>72</sup> KEYNES, 1936, S. 114.

## 2.3 Modellerweiterungen

### 2.3.1 Der Weg hin zum Optimum - Ein nichtlineares Modell

Im Folgenden gehen wir der Frage nach, wie die optimale Vorratshöhe ausgehend von einem nicht optimalen Zustand erreicht werden kann. Im nicht optimalen Zustand greifen die Randbedingungen. Eine ausführliche Begründung dafür wird in Anhang 1 gegeben. Die Randbedingungen besagen, dass die Erntemenge im Minimum bei null und im Maximum bei der Menge des gesamten Holzvorrats liegen darf. Für eine geringere als die optimale Vorratshöhe gilt die Entscheidungsregel, solange kein Holz zu ernten, bis die optimale Vorratshöhe erreicht ist. Dies erscheint plausibel. Für den Fall einer größeren Vorratshöhe, als sie dem Optimum entspricht, gilt es, den gesamten Holzvorrat auf einmal zu ernten. Diese Entscheidungsregel ist offensichtlich nicht vernünftig.

In dem Modell für die Fischerei tritt dieser Fall nicht auf, da der Steuerbereich sich dort nach oben hin nicht auf den gesamten Fischvorrat erstreckt. Der Steuerbereich wird dort durch die Fangkapazität begrenzt,<sup>73</sup> die z.B. von der Größe der Fangflotte abhängig ist. Im Fall eines größeren Vorrats, als er dem Optimum entspricht, besagt die Entscheidungsregel für die Fischerei: „Fang mit maximaler Kapazität.“

Für die Forstwirtschaft erscheint eine kapazitätsbedingte Beschränkung des Steuerbereichs nicht befriedigend. Die Erntekapazität kann heute durch Fremdbezug von Leistungen so rasch geändert werden, dass auch die Möglichkeit der augenblicklichen Nutzung des gesamten Holzvorrats sogar einer Betriebsklasse möglich erscheint. Es stellt sich dann die Frage, ob das Modell hinsichtlich der Prämissen geeignet spezifiziert wurde.

Eine Modellprämisse erschien von vornherein unrealistisch: Die Annahme, dass der durchschnittlich erzielte Preis und die Stückkosten der Holzernte unabhängig von der Erntemenge sind. Die Bäume in einem Wald sind nun einmal nicht alle gleich hoch und dick. Die Kosten je Mengeneinheit sind bei starken Bäumen geringer als im Schwachholz. Außerdem erzielen starke Bäume einen höheren Erlös je Mengeneinheit als schwache Bäume. Nehmen wir also an, dass die Funktionen  $P$  und  $C$  auch von der Erntemenge  $Y$  abhängen und formulieren die Optimierungsaufgabe neu:

$$Z(M(t), Y(t)) = \int_{t_0}^{\infty} [P(M(t), Y(t), t) - C(M(t), Y(t), t)] \cdot Y(t) \cdot e^{-rt} dt \quad \text{max!} \quad (26)$$

unter den Nebenbedingungen

$$M_t(t) = f(M(t)) - Y(t) \quad (5)$$

$$0 \leq Y(t) \leq M(t) \quad \text{und} \quad (16)$$

$$M(0) = M_0 \quad (17)$$

Der Lösungsweg ist in Anhang 2 dargestellt. Die Beschränkungen für  $Y(t)$  und  $M(t)$  auf nicht negative Werte können mit eigenen Multiplikatoren in die Lagrange-Funktion aufgenommen

<sup>73</sup> vgl. z.B. CLARK, 1990, S. 95.

werden. In dieser Arbeit werden sie außer Acht gelassen.<sup>74</sup>

Als notwendige Bedingung für das Optimum errechnet sich Gleichung:

$$Y_t = \frac{[(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot f(M) - (P_t - C_t)}{2 \cdot (P_Y - C_Y) + (P_{YY} - C_{YY}) \cdot Y} \quad (27)$$

Die optimale Erntemenge erhalten wir, wenn wir für unseren aktuellen Holzvorrat  $M$  in Gleichung (27) die Erntemenge  $Y$  suchen, bei der  $Y_t = 0$  ist. Bei dieser Erntemenge ist dann momentan keine zeitliche Anpassung für  $Y$  erforderlich, um die optimale Vorratshöhe zu erreichen. Formal errechnet sich die optimale Erntemenge, indem wir in Gleichung (27)  $Y_t$  gleich null setzen und die Gleichung nach  $Y$  auflösen. Der Nenner aus Gleichung (27) verschwindet dabei:

$$0 = [(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot f(M) - (P_t - C_t) \quad (28)$$

Stellen wir die Kurve aller Erntemengen, bei denen  $Y_t = 0$  ist, über dem Holzvorrat dar (Abb. 13).

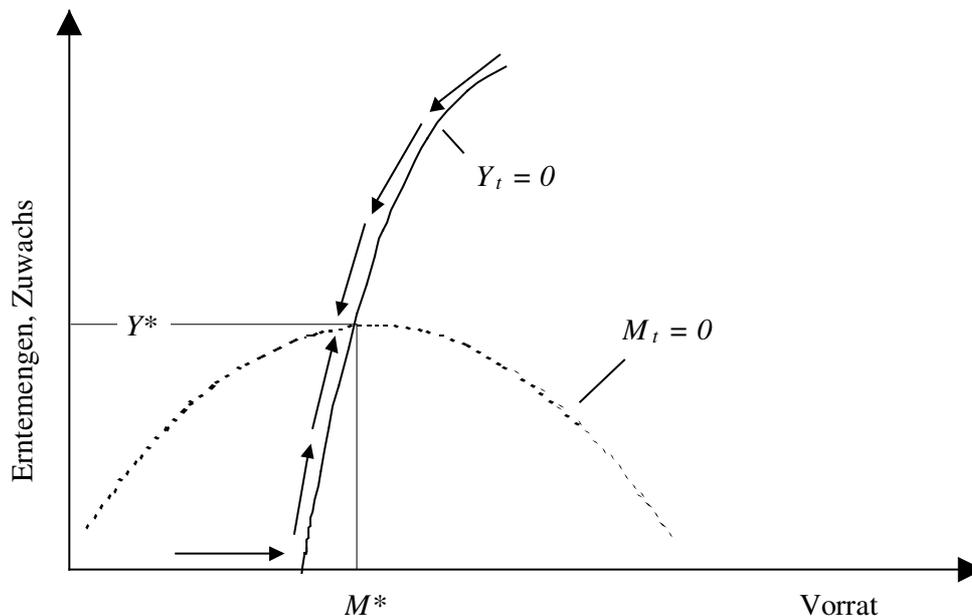


Abb. 13: Die optimalen Erntemengen (bei  $Y_t = 0$ ) und die Erntemengen, bei denen der Holzvorrat konstant bleibt ( $M_t = 0$ ).

Eine solche Kurve wird auch als Isokline bezeichnet. Bedenken wir außerdem, dass der Holzvorrat in der Zeit dann konstant bleibt, wenn genau der jeweilige Holzzuwachs geerntet wird und tragen die Zuwachskurve als Isokline  $M_t = 0$  in Abb. 13 ein. Der Schnittpunkt beider Kurven bezeichnet das Gleichgewicht ( $M^*, Y^*$ ), bei dem sich sowohl der Holzvorrat als auch die Erntemengen im Optimum befinden. Nehmen wir an, der Betriebsleiter findet einen Holz-

<sup>74</sup> Bezüglich der Problemformulierung und Aufgabenlösung vgl. FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 449, dort allerdings für die nichtlineare Preisfunktion im Monopolfall. Die Autoren berücksichtigen die Steuer- und Zustandsbeschränkung in der Aufgabenlösung. Zum nichtlinearen Modell für die Fischerei vergleiche CLARK, 1990, S. 97, dort für eine nichtlineare Kostenfunktion.

vorrat vor, der nicht optimal ist. Er braucht mit der Holzernte nur der Isokline  $Y_t = 0$  zu folgen. Die Rückkopplung über den Holzzuwachs bewirkt, dass das Gleichgewicht  $(M^*, Y^*)$  bei einer optimalen Erntepolitik von beiden Seiten, also größeren und kleineren Holzvorräten als  $M^*$  erreicht wird.

### 2.3.1.1 Der Schattenpreis im nichtlinearen Modell

Wenn der Holzvorrat über die Erntemengen soweit angepasst ist, dass  $Y = f$  erreicht wurde, gilt Gleichung (28) auch als Bedingung für die optimale Vorratshöhe:

$$0 = [(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot f(M) - (P_t - C_t) \quad (28)$$

Diese Gleichung können wir umformen zu:

$$(P - C) + (P_Y - C_Y)Y = \frac{(P - C)f_M + (P_M - C_M)f(M) + (P_Y - C_Y)Y \cdot f_M + P_t - C_t}{r} \quad (29)$$

Der Schattenpreis im nichtlinearen Modell ist:<sup>75</sup>

$$\lambda = (P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y \quad (30)$$

Die rechte Seite von Gleichung (29) repräsentiert diesen Schattenpreis. Durch Umformung von Gleichung (30) ergibt sich als Bedingung für die optimale Produktionsmenge:

$$P + P_Y \cdot Y = C + C_Y \cdot Y + \lambda \quad (31)$$

Die linke Seite dieser Gleichung entspricht wiederum dem Grenzerlös und die rechte der Summe aus Grenzkosten und Schattenpreis. Der Grenzerlös entspricht hier nicht mehr dem Stückerlös, sondern der Summe aus Stückerlös und der mit Bezug auf die Angebotsmenge marginalen Änderung des Stückerlöses. Der Grenzerlös entspricht dem aus der Monopoltheorie bekannten Grenzerlös des Monopolisten.<sup>76</sup> Die Abhängigkeit des Stückerlöses von der Angebotsmenge resultiert hier jedoch nicht aus der Marktmacht eines Monopolisten, sondern daraus, dass Rohholz eben kein homogenes Produkt ist, sondern ein Produktbündel, dessen Zusammensetzung in Abhängigkeit von der Angebotsmenge variiert. Wie der Grenzerlös sind auch die Stückkosten in Gleichung (31) mit Bezug auf die Angebotsmenge nicht mehr konstant.

### 2.3.1.2 Grenzkapitalerträge und Grenzkapitalkosten

Gleichung (28) kann auch folgendermaßen umgeformt werden:

---

<sup>75</sup> Die Herleitung ist in Anhang 2 enthalten.

<sup>76</sup> vgl. z.B. FEES, 1997, S. 325.

$$\begin{aligned} (P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M + (P_Y - C_Y) \cdot Y \cdot f_M + (P_t - C_t) = \\ (P - C) \cdot r + (P_Y - C_Y) \cdot Y \cdot r \end{aligned} \quad (32)$$

Gegenüber dem linearen Fall, bei dem  $P$  und  $C$  nur als vom Holzvorrat  $M$  abhängig betrachtet wurden, wird die linke Seite der Gleichung hier um den 3. und 4. Term, die rechte Gleichungsseite um einen zweiten Term erweitert. Die linke Seite der Gleichung repräsentiert wiederum den Zuwachs am Holzerlös und die rechte den Zuwachs der Zinskosten. Die ersten beiden Terme der linken Seite beschreiben den Zuwachs am Holzerlös, der durch eine marginale Erhöhung des Holzvorrats möglich ist.

Der 3. Term bezeichnet die Veränderung am Holzerlös, die durch eine marginale Erhöhung der Angebotsmenge  $Y$  möglich ist. Dabei bezeichnet  $P_Y - C_Y$  die marginale Veränderung am Nettostückerlös. Diese ist immer negativ, wenn wir unterstellen, dass immer die wertvollsten Bäume zuerst geerntet werden. Das Produkt von  $P_Y - C_Y$  mit der Menge  $Y$  zeigt die Veränderung am Holzerlös zunächst ohne Berücksichtigung der Eigenproduktivität des Waldes. Diese wird durch Gewichtung mit dem Grenzmassenzuwachs  $f_M$  berücksichtigt. Im Falle eines positiven Grenzmassenzuwachses bewirkt eine Erhöhung der Nutzungsmenge, dass der Holzerlös sinkt. Ist der Grenzmassenzuwachs negativ resultiert aus einer Erhöhung der Nutzungsmenge ein Zuwachs am Holzerlös. Die Abhängigkeit des Nettostückerlöses von der Nutzungsmenge wirkt sich auch auf die Zinskosten aus. Die Zinsen für die zuletzt hinzugekommene Einheit des Kapitalstocks werden durch den 2. Term der rechten Seite von Gleichung (32) verringert.

Der Term  $P_t - C_t$  in Gleichung (32) bezeichnet die Veränderung am Holzerlös, die durch eine marginale Verschiebung des Erntezeitpunktes möglich ist. Die Abhängigkeit des Nettostückerlöses von der Zeit stellt den nicht autonomen Fall dar, auf den später weiter eingegangen wird.

Zusammenfassend besagt Gleichung (32), dass die optimale Holzmenge dann genutzt wird, wenn der Zuwachs am Holzerlös, der durch eine marginale Erhöhung des Holzvorrats, der Nutzungsmenge oder durch eine marginale zeitliche Verschiebung der Holzernte möglich ist, dem Zuwachs der Zinskosten entspricht, der durch eine marginale Erhöhung des Holzvorrats ausgelöst wird. Dies bedeutet wieder, dass die Grenzkapitalerträge und Grenzkapitalkosten im Optimum gleich sein müssen. Auch der Schattenpreis kann jetzt interpretiert werden. Dieser entspricht der rechten Seite von Gleichung (29). Dort steht im Zähler der Grenzkapitalertrag. Der Kapitalwert dieses marginalen Zuwachses am Holzerlös stellt den Schattenpreis der Holznutzung im nichtlinearen Modell dar.

### **2.3.1.3 Die Preis- und Kostenfunktion**

Die Preis- und Kostenfunktionen für das geerntete Holz sind im nichtlinearen Modell sowohl vom Holzvorrat als auch von der Erntemenge abhängig. Werden grundsätzlich die Bäume zuerst geerntet, die den höchsten Preis erzielen und die niedrigsten Erntekosten verursachen, dann nimmt der erntekostenfreie Erlös  $P - C$  mit zunehmender Erntemenge  $Y$  kontinuierlich ab. Den niedrigsten Wert erreicht  $P - C$  wenn der gesamte Holzvorrat geerntet wird. In diesem Fall entspricht der erntekostenfreie Stückerlös dem Stockpreis des Abtriebswertes. Das Minimum von  $P - C$  wird damit durch  $p - c$  bestimmt. Nehmen wir an, es sei tatsächlich möglich, mit der Ernte lediglich des laufenden Holzzuwachses auch genau den laufenden Wertzuwachs

des Waldes zu entnehmen. Dann entspricht der Holzerlös genau dem laufenden Wertzuwachs. Es gilt damit:

$$f(M) \cdot (P - C) = f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M) \quad \text{bei } Y = f(M) \quad (33)$$

$$P - C = p - c \quad \text{bei } Y = M \quad (34)$$

Es spricht nichts gegen die Annahme, dass  $P - C$  zwischen diesen beiden Werten linear verläuft. Der Unterschied zwischen  $P - C$  bei  $Y = f(M)$  und bei  $Y = M$  beträgt  $M \cdot (p_M - c_M)$ . Der Unterschied in der Erntemenge beträgt  $M - f(M)$ . Wird die Erntemenge um eine Einheit erhöht, sinkt der erntekostenfreie Stückerlös um

$$\frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f(M)} \quad (35)$$

Die Preis und Kostenfunktionen für den Holzerlös lauten dann:

$$P - C = p - c + \frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f(M)} \cdot (M - Y) \quad (36)$$

Damit kann  $P - C$  aus  $p - c$  hergeleitet werden. Die rechte Seite von Gleichung (36) kann nach den Variablen  $M$ ,  $Y$  und  $t$  abgeleitet werden. Werden diese Funktionen in Gleichung (28) eingesetzt, kann diese nach der optimalen Erntemenge  $Y^*$  aufgelöst werden (siehe Anhang 3). Bei der optimalen Vorratshöhe  $M^*$  sind der Holzzuwachs und die Erntemenge gleich ( $f(M) = Y$ ). In diesem Fall ergibt sich bei Spezifizierung von  $P - C$  in Gleichung (28) durch Gleichung (36) und deren Ableitungen die Bedingung:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + (p_t - c_t) = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (37)$$

Diese Gleichung entspricht bis auf die jeweils letzten Terme beider Seiten der Lösung, die wir zunächst grafisch hergeleitet hatten (vgl. Gleichung 12). Die linke Seite von Gleichung (37) repräsentiert wiederum den Zuwachs am Holzerlös, der durch eine marginale Zunahme des Holzvorrats und der Nutzungsmenge oder einer marginalen zeitlichen Verschiebung der Ernte möglich ist. Dieser entspricht auch der Zunahme des Wertzuwachses des Waldes, der hier jedoch um die zeitlichen Preis- und Kostenänderungen  $p_t - c_t$  ergänzt wird. Die letzte Mengeneinheit, die wir in den Holzvorrat investiert haben, anstatt sie zu ernten, gewährt uns die Erlöszunahme der linken Seite der Gleichung. Diese letzte Mengeneinheit hat jedoch den Preis des Zuwachses der Zinskosten. Dabei ist zu berücksichtigen, dass durch die Ernte der letzten Mengeneinheit anstelle ihrer Reinvestition der erntekostenfreie Stückerlös  $P - C$  sinken würde. Der Holzerlös würde um den Quotienten im letzten Term der rechten Seite der Gleichung sinken. Die Zinsen für diesen Betrag vom Abtriebswert dürfen der letzten investierten Mengeneinheit deshalb nicht angelastet werden. Bei der grafischen Herleitung wurde dies nicht berücksichtigt, weshalb Gleichung (12) unvollständig ist.

### 2.3.2 Das nicht autonome Modell

Die Holzpreise unterliegen im Zeitablauf z.T. erheblichen Schwankungen und auch die Holzerntekosten sind z.B. aufgrund von Tarifänderungen bei den Löhnen oder Produktivitätsfortschritten durch Mechanisierung keineswegs konstant. Der autonome Fall ist für die Forstwirtschaft deshalb kein realitätsnahes Modell. Gleichung (37) eröffnet uns jetzt die Möglichkeit, auch den nichtautonome Fall zu betrachten. Dabei betrachten wir die Preise und Kosten als direkt abhängig von der Zeit, wohlwissend dass die Zeit  $t$  nur stellvertretend für eine Reihe von verschiedenen Einflussgrößen steht.

#### 2.3.2.1 Zeitliche Änderungen der Produkt- und Faktorpreise

Betrachten wir noch einmal Gleichung (37):

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + (p_t - c_t) = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f}$$

Die marginale Änderung der Holzpreise und Erntekosten mit Bezug auf die Zeit ist jetzt durch Fettdruck hervorgehoben. Diese Änderung bewirkt, dass die Kurve für  $p - c$  über dem Holzvorrat parallel zur Ordinate (y-Achse) verschoben wird (Abb. 14).

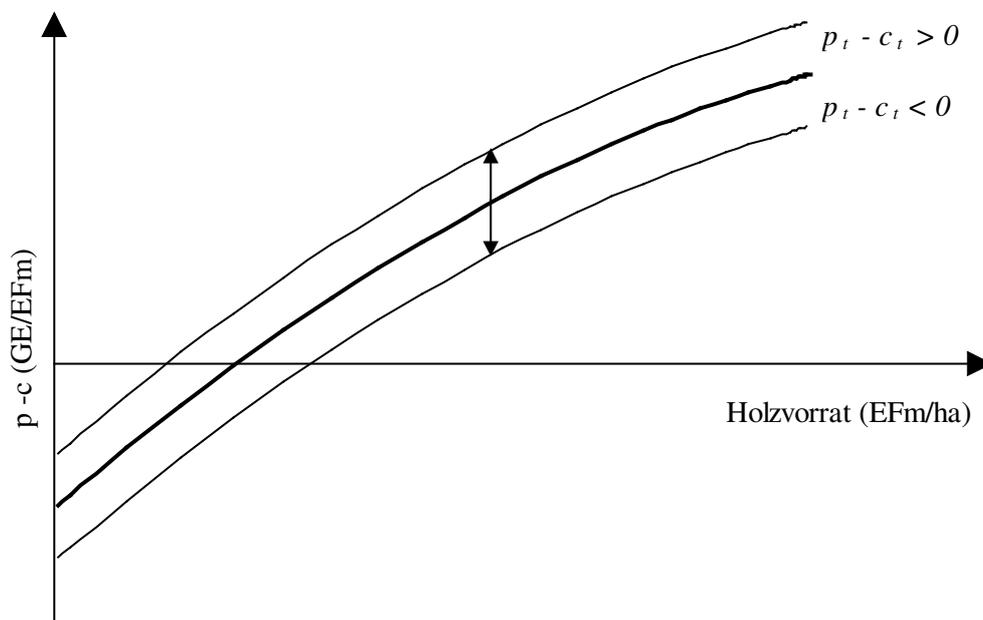


Abb. 14: Die Verschiebung der Kurve des Nettostückerlöses für den Holzvorrat in Geldeinheiten (GE) bei Veränderungen der Preise und Faktorkosten im Zeitablauf.

Für Werte von  $p_t - c_t \neq 0$  kann eine optimale Vorratshöhe errechnet werden, solange die Änderung nicht so stark ist, dass die linke Seite von Gleichung (37) negativ wird. Diese optimale Vorratshöhe gilt dann allerdings nur für den Augenblick. Da sich  $p - c$  laufend ändert, muss

der Holzvorrat über die Nutzungsmenge auch laufend angepasst werden.<sup>77</sup> Es wird dann mehr oder weniger als der laufende Holzzuwachs geerntet.

Nach CLARK und MUNRO (1982, S. 43) und CLARK (1990, S. 74) ist im Falle eines steigenden Marktpreises für Fisch immer mit einer Anhebung des Fischbestandes zu reagieren. Betrachten wir Gleichung (37) und nehmen an, dass der Nettostückerlös zunächst in der Zeit konstant bleibt,  $p_t - c_t = 0$ , und die Gleichgewichtsbedingung erfüllt wird. Kommt es jetzt zu einem Preisanstieg ( $p_t - c_t > 0$ ), müssen die anderen Terme der linken Seite von Gleichung (37) in ihrem Betrag vermindert werden, um das Gleichgewicht wieder herzustellen. Da eine Vorratsanhebung auf den Zuwachs  $f$  und den Grenzmassenzuwachs  $f_M$  gegenläufig wirken kann, ist es bei der Forstwirtschaft nicht eindeutig, ob auf einen Preisanstieg mit einer Vorratsaufstockung zu reagieren ist. CLARK und MUNRO erklären die Anpassung folgendermaßen:

„The effect of *anticipation* of the immediate increase in supply price, however, will be to increase the optimal stock level at time  $t$ . The rationale is obvious enough. Anticipation of greater benefits from fishing tomorrow will cause a reduction in harvesting today.“<sup>78</sup>

Außerdem stellen sie fest, dass die Lösung des Optimierungsproblems nicht erfordere, dass die Preis- und Kostenentwicklung weit vorausschauend bekannt sein muss. Die Entscheidungsregel verlange nur, dass die augenblickliche Preis- und Kostenentwicklung in ihrem Ausmaß berücksichtigt werde. In der Zukunft liegende Preis- und Kostenänderungen könnten abgewartet werden. Die Anpassung des Kapitalstocks werde erst erforderlich, wenn sich die Änderungen gerade vollziehen. Diese Schlußfolgerungen erscheinen bedenklich. Wenn wir einen positiven Wert für  $p_t - c_t$  in Gleichung (37) einsetzen, wird damit unterstellt, dass der Anstieg im Nettostückerlös immer fortbestehen wird. Nur unter dieser Annahme ist die errechnete Vorratshöhe optimal. Wenn wir aber lediglich mit einem Preissprung rechnen, ist der Vorrat dem Preisniveau anzupassen, dass wir nach dem Sprung erwarten. Die Höhe dieses Holzvorrats ist nicht mit dem identisch, der errechnet wird, wenn der aktuelle Preisanstieg in Gleichung (37) berücksichtigt wird.

Betrachten wir jetzt die optimale Vorratshöhe vor und nach einer Bewegung der Preise und Kosten. Die Veränderung von  $p - c$  bewirkt, dass sich auf beiden Seiten von Gleichung (37) jeweils der erste Term verändert, sofern  $r \neq f_M$ .

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M = \\ r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (38)$$

War der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  größer als der Zinssatz, ist bei gleicher Vorratshöhe im Falle eines gestiegenen Nettostückerlöses die linke Seite von Gleichung (38) nach der Verschiebung der Kurve für den Nettostückerlös  $p - c$  auch größer als die rechte. Der Holzvorrat muss dann so verändert werden, dass die Gleichheit wieder hergestellt wird. Da die einzelnen Terme auf eine Vorratsänderung z.T. gegenläufig reagieren, z.B. der Zuwachs  $f$  und der Grenzmassenzuwachs  $f_M$ , lässt sich die Richtung der Vorratsanpassung ohne Spezifizierung der einzelnen Funktionen nicht voraussagen. Wenn wir die Bedingung für die optimale Vorratshöhe in der allgemeinen Form betrachten, können wir zumindest voraussagen, ob der Grenzmassenzu-

<sup>77</sup> Nur wenn die Preise sich mit einer konstanten Rate ändern, z.B. ein jährlicher Preisanstieg von 2 %, kann sich ein dauerhaftes Gleichgewicht einstellen.

<sup>78</sup> CLARK und MUNRO, 1982, S. 43

wachs im Optimum wohl größer oder kleiner als der Zinssatz sein wird. Dazu formen wir Gleichung (28) zu folgender Gleichung um:

$$(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y = \frac{f(M) \cdot (P_M - C_M)}{r - f_M} \quad (39)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt wieder den Schattenpreis dar. Da dieser nicht negativ werden darf, muss für den Fall, dass der Grenzwertzuwachs  $P_M - C_M$  positiv ist, der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  kleiner als der Zinssatz  $r$  sein. Ein Grenzmassenzuwachs größer als der Zinssatz ( $f_M > r$ ) ist nur bei einem negativen Grenzwertzuwachs zulässig.

### 2.3.2.2 Preisentwicklung natürlicher Ressourcen

#### 2.3.2.2.1 Preisentwicklung bei nicht erneuerbaren Ressourcen - Hotelling-Regel

Das optimale Nutzungsregime für *nicht erneuerbare Ressourcen*, z.B. Bodenbestandteile wie Sand, Kies und Ton, lässt sich aus Gleichung (37) ableiten, wenn der Zuwachs  $f(M)$ , entsprechend auch der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  und der Grenzwertzuwachs  $p_M - c_M$  gleich null gesetzt werden.

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + (p_t - c_t) = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (37)$$

Es ergibt sich

$$p_t - c_t = r \cdot (p - c) \quad (40)$$

Wird außerdem angenommen, dass keine Abbaukosten  $c$  anfallen, reduziert sich Gleichung (40) zu:

$$p_t = r \cdot p \quad (41)$$

Gleichung (41) ist die *Hotelling-Regel*,<sup>79</sup> die als Grundprinzip der intertemporalen Allokation erschöpfbarer Ressourcen gilt.<sup>80</sup> HOTELLING gilt mit seinem Beitrag aus dem Jahr 1931 als Begründer der ökonomischen Theorie nicht erneuerbarer Ressourcen.<sup>81</sup> Bei der Herleitung der Hotelling-Regel verwendete er die Methode der Variationsrechnung, einen Vorläufer des Maximumprinzips.<sup>82</sup> Die Hotelling-Regel besagt, dass der Preis mit einer dem Zinssatz gleichen Rate wächst. Ihre Bedeutung für die Ressourcennutzung ist Folgendes:

<sup>79</sup> HOTELLING, 1931, S. 141, wobei Hotelling mit  $p$  den Nettoerlös meinte: „Here  $p$  is to be interpreted as the net price received after paying the cost of extraction and placing upon the market“.

<sup>80</sup> PELZION, 1986, S. 21.

<sup>81</sup> McKELVEY, 1985, S. 127.

<sup>82</sup> KNEESE, 1995, S. 7.

„Nun ist der Eigentümer eines Rohstoffs klarerweise dann indifferent zwischen gegenwärtiger Extraktion einer Mengeneinheit und dem Abbau zu einem späteren Zeitpunkt, wenn die Gegenwartswerte der erzielten Preise (...) gleich sind. Eine Voraussetzung dafür, daß zu jedem Zeitpunkt Bereitschaft zu einem positiven Angebot an Rohstoffen besteht, ist somit die Gleichheit der Gegenwartswerte der in den einzelnen Zeitpunkten erzielten Nettopreise.“<sup>83</sup>

Im optimalen Abbaupfad muss der diskontierte Grenznutzen des Ressourcenverbrauchs in allen Perioden gleich sein.<sup>84</sup>

### 2.3.2.2 Preisentwicklung bei erneuerbaren Ressourcen

Bei nicht erneuerbaren natürlichen Ressourcen gibt es aus dem unerbittlichen Preiswachstum nach der Hotelling-Regel nur ein Entrinnen, wenn die Entdeckung neuer Lagerstätten und technischer Fortschritt im Ressourcenabbau mit in Betracht gezogen werden.<sup>85</sup> Für erneuerbare Ressourcen gilt dies nicht. Durch Umformung von Gleichung (37) lässt sich folgende Bedingung für die zeitliche Preisentwicklung bei erneuerbaren Ressourcen herleiten:

$$(p_t - c_t) = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} - f_M \cdot (p - c) - 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) - M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f - M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M \quad (42)$$

Zunächst sei angenommen, dass die Holzpreise und Erntekosten sich mit Bezug auf die Höhe des Holzvorrats nicht ändern. Gleichung (42) reduziert sich dann zu

$$(p_t - c_t) = (r - f_M) \cdot (p - c) \quad (43)$$

Die Änderung des Nettopreises in der Zeit muss dann um so geringer ausfallen, je mehr sich der Grenzmassenzuwachs dem Zinssatz nähert. Der Schattenpreis ist in diesem Fall:

$$p - c = \lambda = \frac{p_t - c_t}{r - f_M} \quad (44)$$

Bleibt der Nettopreis im Zeitablauf konstant ( $p_t - c_t = 0$ ), ist der Schattenpreis gleich null. Der Ressourcenbestand ist dann so zu nutzen, dass er sich mit einer Rate regeneriert, die dem Zinssatz entspricht. Ein Schattenpreis von null wurde in der Aufgabenlösung jedoch ausgeschlossen, da er abnorme Lösungen zur Folge haben kann (Anhang 1). Abnorme Lösungen liegen dann vor, wenn die Preise und Kosten keinerlei Einfluss auf das Ergebnis haben und genau dies wäre hier der Fall. Gleichwohl findet sich die Entscheidungsregel, die Holznutzungen so zu bemessen, dass  $r = f_M$  ist, verschiedentlich in einfachen Modellen zur Nutzung er-

---

<sup>83</sup> PELZION, 1986, S. 21.

<sup>84</sup> FEESS, 1997, S. 287.

<sup>85</sup> vgl. SIEBERT, 1983, S. 28, 29.

neuerbarer Ressourcen, die eine Konstanz der Preise und Erntestückkosten in der Zeit und bei unterschiedlichem Vorratsniveau unterstellen.<sup>86</sup>

Im Zeitablauf konstante Nettostückerlöse sind dann zulässig, wenn sich die Holzpreise und Erntekosten mit Bezug auf die Höhe des Holzvorrats ändern, der Grenzwertzuwachs also von null verschieden ist. Es ist eine Besonderheit für erneuerbare Ressourcen, dass die Gleichheit von Grenzkapitalkosten und -erträgen intertemporal ohne ein zwingendes Preiswachstum und ohne zwingende Produktivitätsfortschritte im Faktoreinsatz hergestellt werden kann. Dies ist auch möglich, ohne dass auf Erklärungen wie den technischen Fortschritt<sup>87</sup> und die Entdeckung neuer Ressourcen zurückgegriffen werden muss.<sup>88</sup>

Bei nicht-erneuerbaren Ressourcen reduziert sich Gleichung (44) auf:

$$p - c = \frac{p_t - c_t}{r} \quad (45)$$

Eine Annäherung an im Zeitablauf konstante Nettopreise und damit eine Annäherung des Zählers der rechten Seite von Gleichung (45) gegen null, kann im Nenner ohne eine Änderung der Zinsforderung nicht kompensiert werden. Der Schattenpreis strebt dann gleichfalls gegen null, Nutzungskosten werden im Kalkül nicht berücksichtigt, die intertemporale Knappheit der Ressource wird nicht verspürt. Es besteht kein Anreiz, Teile der Ressource erst in der Zukunft zu nutzen. Die Ressourcenentnahme ist dann soweit auszudehnen, bis Grenzerlös und Grenzkosten gleich sind.

---

<sup>86</sup> siehe z.B. ANDERSON, 1976; PELZ, 1977; SIEBERT, 1983, S. 114; STRÖBELE, 1987, S. 133; ENDRES u. QUERNER, 1993, S. 110.

<sup>87</sup> z.B. DASGUPTA et al. (1976)

<sup>88</sup> In diesem Zusammenhang soll auf einen weiteren Unterschied zwischen der Nutzung erneuerbarer und nicht erneuerbarer Ressourcen hingewiesen werden. Der begrenzte Ressourcenbestand bei nicht erneuerbaren Ressourcen erfordert für die theoretischen Modelle der Preisbildung auf einem Markt mit vollständiger Konkurrenz die Annahme eines Systems von perfekt funktionierenden Zukunftsmärkten als zusätzliche Prämisse, damit die Markträumung in allen Nutzungsperioden sichergestellt wird (vgl. SCHUMANN, 1980, S. 342-347 und SIEBERT, 1983, Kap. 4, insbesondere S. 67.) Diese Erweiterung ist für Modelle der Preisbildung bei erneuerbaren Ressourcen nicht erforderlich.

## 2.4 Die Wirkung des Zinses

### 2.4.1 Unendlich hohe Zinsforderung - Tragödie der Allmende

Wer spart, somit gegenwärtig auf Ausgaben verzichtet, verschiebt Konsum in die Zukunft. Gegenwartssparen heißt Verzicht auf gegenwärtig möglichen Konsum und damit beabsichtigter Zukunftskonsum.

„Der Markt, auf dem Zukunfts-„Güter“ gehandelt werden, ist der Geldkapital- oder einfach: der Kapitalmarkt. Auf ihm wird als Preis für die zeitweise Überlassung von Kaufkraft in Geldform (Kredit) ein Zins (auch: Zinssatz) gezahlt. Der Haushalt hat zu entscheiden, wieviel vom gegenwärtigen Einkommen nicht ausgegeben oder welcher Teil des künftigen Einkommens schon in der Gegenwart konsumiert werden soll. Grundlage dieser Entscheidung ist eine Wertschätzung über Zukunftsgüter. Diese zeitliche Werteskala wird als Zeitpräferenz (time preference) bezeichnet.“<sup>89</sup>

Der Zinssatz ist also ein Ausdruck der zeitlichen Präferenz für den Konsum. Wer einen Produktionsapparat aufbaut, verzichtet damit auf gegenwärtig möglichen Konsum. Der Zinssatz drückt den Preis dieses Verzichts auf Konsum in der Gegenwart aus.

Stellen wir uns als ein Extrem den Fall vor, dass die Zinsforderung gegen unendlich strebt ( $r \rightarrow \infty$ ). Der Schattenpreis der Holznutzung ist die rechte Seite von Gleichung (29)

$$(P - C) + (P_Y - C_Y)Y = \frac{(P - C)f_M + (P_M - C_M)f(M) + (P_Y - C_Y)Y \cdot f_M + P_t - C_t}{r} \quad (29)$$

Setzen wir für  $P - C$  den Ausdruck aus Gleichung (36) ein, können wir den Schattenpreis auch in den Werten des Ressourcenbestandes ausdrücken:

$$\lambda = \frac{f_M(p - c) + 2f(p_M - c_M) + M(p_{MM} - c_{MM})f + M(p_M - c_M)f_M + (p_t - c_t)}{r} \quad (46)$$

Mit dem Zinssatz strebt auch der Nenner der rechten Seite gegen unendlich, die rechte Seite dieser Gleichung konvergiert gegen null, d.h. ein Schattenpreis der Ressourcennutzung wird nicht einkalkuliert.

Das Optimum der Ressourcennutzung läge in diesem Fall vor, wenn Grenzerlös und Grenzkosten gleich sind. Dieser Fall würde wiederum bedeuten, dass  $\lambda(t) = 0$  ist, was ausgeschlossen werden soll, um abnorme Lösungen zu vermeiden.

Es kann aber festgestellt werden, dass es optimal ist, den Ressourcenbestand auszurotten, wenn bei der letzten verbliebenen Mengeneinheit des Vorrats die Zinsforderung noch immer über der internen Verzinsung liegt und für die letzte Einheit immer noch ein positiver erntekostenfreier Erlös erzielt werden kann.<sup>90</sup>

<sup>89</sup> WOLL, 1981, S. 244.

<sup>90</sup> vgl. FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 448. Zur optimalen Ausrottung erneuerbarer natürlicher Ressourcen siehe auch CROPPER et al. 1979.

CLARK und MUNRO (1982) wiesen darauf hin, dass das „common property outcome“ dem Fall entspricht, in dem der Zinssatz gleich unendlich gesetzt wird.<sup>91</sup> „Common property resources“ oder auch „open access resources“ sind Ressourcen in gemeinschaftlichem Eigentum. Die Eigner haben zwar exklusive Verfügungsrechte, können einander aber nicht von der Nutzung der Ressource ausschließen.<sup>92</sup> Im deutschen Sprachraum ist der Begriff Allmende-Ressource gebräuchlich, „in Anlehnung an die mittelalterliche Dorfwiese, auf der jedermann sein Vieh grasen lassen konnte“.<sup>93</sup> Die Unmöglichkeit, andere von der Mitbenutzung der Ressource auszuschließen, hat auf Unternehmen übertragen zur Konsequenz:

„Würde eine Unternehmung heute darauf verzichten, eine Ressourceneinheit zu gewinnen, so steht die Ressourceneinheit nicht für die Entnahme durch diese Unternehmung in der Zukunft bereit. Die Ressource wird - je nach Preis der Ressource, Entnahmekosten und Entnahmetechnologie - von den anderen Unternehmen entnommen. Das Unternehmen hat damit keinen Anreiz, Nutzungskosten in seinem Kalkül anzusetzen.“<sup>94</sup>

Anstelle des letzten Satzes könnte auch gefolgert werden: Das Unternehmen hat deshalb eine unendlich hohe Zeitpräferenz mit der Folge, dass keine Nutzungskosten in das Kalkül einbezogen werden.<sup>95</sup>

Die Übernutzung von Ressourcen im Zusammenhang mit den zugewiesenen Verfügungsrechten zu betrachten, geht auf einen Artikel HARDINS (1968) mit dem Titel „The tragedy of the commons“ zurück.<sup>96</sup> HARDIN zeichnete das Bild der Überweidung, verursacht durch das rationale Verhalten der Tierhalter, ihre Herden immer weiter zu vergrößern, weil jedes zusätzliche Tier ihren persönlichen Nutzen erhöht. Mit diesem Bild wollte er eigentlich die Problematik des Bevölkerungswachstums in einer begrenzten Welt veranschaulichen.<sup>97</sup> Wenn auch HARDIN sich als schwerwiegenden Irrtum vorhalten lassen musste, dass er die Preise für Fleisch und Milch ( $p(M)$ ) und die Kosten der Kühe ( $c(M)$ ) außer Acht ließ,<sup>98</sup> so brachte er doch in das Bewusstsein, dass der Tierhalter die Kosten, die er den anderen Tierhaltern aufbürdet (Schattenpreis), indem er ein zusätzliches Tier in die Allmende einbringt, typischerweise ignoriert.<sup>99</sup> Diese Kosten können auch als „externe Effekte“ der Nutzung von Gemeingütern aufgefasst werden.<sup>100</sup>

Eine unendlich hohe Zeitpräferenz der Ressourcennutzer wird vermieden, wenn Verfügungsrechte über die Ressource individuell zugeordnet werden. Insofern stellt die Eigentumsgarantie ein Instrument zum Schutz von natürlichen Ressourcen vor Übernutzung und damit des Umweltschutzes dar.

---

<sup>91</sup> CLARK u. MUNRO, 1982, S. 41; so auch FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 447.

<sup>92</sup> PRATO, 1998, S. 91.

<sup>93</sup> STRÖBELE, 1987, S. 143.

<sup>94</sup> SIEBERT, 1983, S. 126.

<sup>95</sup> bezogen auf die Fischerei siehe HOWE, 1979, S. 274; STRÖBELE, S. 166.

<sup>96</sup> DASGUPTA, 1982, S. 13; REES, 1990, S. 269; PRATO, 1998, S. 97.

<sup>97</sup> REES, 1990, S. 269.

<sup>98</sup> DASGUPTA, 1982, S. 14.

<sup>99</sup> DASGUPTA, 1982, S. 14.

<sup>100</sup> SAMUELSON u. NORDHAUS, 1987, Bd. II, S. 292.

### 2.4.2 Nutzung ohne Ansatz von Zinsen

Betrachten wir nun das entgegengesetzte Extrem, in dem die Zinsforderung gegen null strebt. Aus Gleichung (45) wird ersichtlich, welche Konsequenz dies für den Fall der nicht-erneuerbaren Ressource hat.

$$p - c = \frac{p_t - c_t}{r} \quad (45)$$

Der Schattenpreis der Ressourcennutzung wird dann unendlich groß, weshalb im Optimum kein Abbau der Ressource erfolgen darf. HEAL (1984, S. 35) zeigte auf analytischem Wege, dass eine Gleichstellung aller Generationen im Fall der Nutzung erschöpfbarer Ressourcen bei unendlichem Zeithorizont nur gewährleistet ist, wenn die Ressource nie abgebaut wird. Diese Lösung ist offensichtlich jedoch nicht optimal. Eine Lösung des Optimierungsproblems beim Abbau erschöpfbarer Ressourcen ist nur möglich, wenn der künftige Nutzen aus dem Ressourcenabbau relativ geringer bewertet wird als der heutige Nutzen,<sup>101</sup> d.h. ein positiver Diskontsatz gefordert wird.

Anders verhält es sich im Fall erneuerbarer Ressourcen. Wenn z.B. beim Wald keine Zinsforderung erhoben wird bzw. keine Zeitpräferenz besteht ( $r = 0$ ) und die Holzpreise und Erntekosten sich mit Bezug auf den Vorrat nicht ändern, kann die optimale Vorratshöhe nach folgender Gleichung bestimmt werden:

$$p - c = -\frac{(p_t - c_t)}{f_M} \quad (47)$$

Da der Schattenpreis nicht negativ sein darf, muss  $f_M$  negativ sein, wenn der Zähler der rechten Seite positiv ist und es muss der Nenner positiv sein, für den Fall eines negativen Zählers. Steigende Preise und sinkende Kosten erfordern einen Ressourcenbestand, der höher als der Vorrat des höchsten Massenertrages ist, sinkende Preise und steigende Kosten erfordern einen geringeren Vorrat als  $M_{MSY}$ .<sup>102</sup> Für die Vorratshöhe  $M_{MSY}$  selbst ist Gleichung (47) nicht definiert.<sup>103</sup> Eine Lösung des Optimierungsproblems bei der Nutzung erneuerbarer Ressourcen ist also durchaus auch dann möglich, wenn der künftige Nutzen aus dem Ressourcenabbau genauso hoch bewertet wird wie der heutige Nutzen. Dies mag erklären, warum sich in der Forstwirtschaft die sogenannte „Waldreinertragslehre“ etablieren konnte, während dieses Kalkül außerhalb der Forstwirtschaft als absurd betrachtet wird.<sup>104</sup>

Ändern sich die Holzpreise und Erntekosten mit dem Holzvorrat, reduziert sich Gleichung (37) bei fehlender Zinsforderung auf folgende Bedingung für das Optimum:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + p_t - c_t = 0 \quad (48)$$

---

<sup>101</sup> HEAL, 1984, S. 38.

<sup>102</sup> Mit seiner Interpretation, daß sich die optimale Entnahme bei einer Zinsrate von Null ebenfalls auf Null reduzieren müsse, irrt SIEBERT (1978, S. 157). Dies wäre auch nicht einsichtig, da ansonsten die Interessen der künftigen Generationen höher bewertet würden als die der heutigen Generation.

<sup>103</sup> Ein Vorzeichenwechsel von  $f_M$  ist in einem stetigen Modell deshalb nicht zulässig.

<sup>104</sup> vgl. z.B. SAMUELSON, 1976, S. 474.

Wenn die Preise und Erntekosten im Zeitablauf konstant bleiben ( $p_t - c_t = 0$ ) ist auf dem Vorratsniveau zu produzieren, bei dem die Steigung des Holzerlös bzw. des Wertzuwachses mit Bezug auf den Vorrat gleich null ist. Dann ist der Wertzuwachs maximal bzw. es wird der maximale Holzerlös erzielt. Dauerhaft steigende Preise und sinkenden Erntekosten erfordern, dass der Wertzuwachs des Waldes bzw. der Zuwachs am Holzerlös, der mit einer marginalen Erhöhung des Holzvorrats verbunden ist, abnimmt. Dauerhaft sinkende Preise bzw. steigende Erntekosten erfordern umgekehrt eine positive Steigung des Wertzuwachses bzw. des Zuwachses am Holzerlös.

Ist das Ziel der Ressourcennutzung, allen Generationen die gleichen Nutzungsmengen zu gewähren, wird dies durch Gleichung (48) nur gewährleistet, wenn die Preise und Erntekosten im Zeitablauf konstant bleiben. Ansonsten müssen der Ressourcenbestand und die Nutzungsmengen laufend den Preis- und Kostenänderungen angepasst werden.

## 2.5 Die Berücksichtigung von weiteren Kostenbestandteilen in Forstbetrieben

In dem in dieser Arbeit vorgestellten Optimierungsmodell können außer den Holzerntekosten auch alle anderen Kostenbestandteile in Forstbetrieben berücksichtigt werden. Kosten, die weder von der Holzerntemenge  $Y$  noch vom Holzvorrat  $M$  abhängig sind, insofern also Fixkosten darstellen, beeinflussen die Lösung nicht. Formal zeigt sich dies darin, dass diese Kosten bei der Bildung der partiellen Ableitungen nach  $Y$  bzw.  $M$  aus den Lösungsgleichungen verschwinden. Plausibel ist dies, weil Kosten, die unabhängig vom Produktionsapparat und der Produktionsmenge sind, die Entscheidung über diese Größen nicht beeinflussen können. Auch für die Optimierung nach dem Bodenertragswert gilt dies entsprechend, wie MÖHRING (1994, S. 56) gezeigt hat. Die Fixkosten betreffen allein die Entscheidung, ob Forstwirtschaft betrieben werden soll oder nicht. Die Forstwirtschaft ist aufzugeben, wenn der Kapitalwert aller künftigen Ein- und Auszahlungen aus dem Wald geringer als der Kapitalwert der Fixkosten ist. In diesem Fall kann aus der Waldbewirtschaftung kein Einkommen erzielt werden.

### 2.5.1 Verwaltungskosten

In der Forstwirtschaft in Deutschland werden Verwaltungskosten üblicherweise nicht auf Kostenträger verrechnet. Die Verwaltungskosten bestehen hauptsächlich aus Aufwendungen für dispositive Arbeiten. Die Verwaltungskosten konkurrieren mit den Holzerntekosten um den ersten Rang in der Höhe der Kostenlast von Forstbetrieben, wenn von kalkulatorischen Zinskosten für das eingesetzte Holzvorratsvermögen abgesehen wird.<sup>105</sup> Da keine Verrechnung von Verwaltungskosten auf Kostenträger erfolgt, liegt es nahe, diese als Fixkosten zu betrachten. Tatsächlich besteht für den größten Teil der Verwaltungskosten sicher durchaus ein Zusammenhang zur Produktionsmenge und damit auch zum Produktionsapparat. Die Teile der Verwaltungskosten, für die ein solcher Zusammenhang hergestellt werden kann, können im Entscheidungskalkül über die optimalen Nutzungsmenge berücksichtigt werden. Auch für andere Betriebskosten, wie z.B. die Kosten für Maßnahmen der Hiebsvorbereitung, etwa Auszeichnen bzw. Anweisen, und für die Holzaufnahme, könnte sicher ein Zusammenhang zum Produktionsapparat hergestellt werden, wenn diese Kosten geeignet erfasst würden. Wie die

---

<sup>105</sup> BRABÄNDER et al., 1993.

Berücksichtigung im Modell formal möglich ist, soll im Folgenden am Beispiel eines anderen Kostenbestandteils der Forstwirtschaft, den Kulturkosten, beschrieben werden.

### 2.5.2 Kulturkosten

Mit zunehmendem Holzvorrat in einem Forstbetrieb wächst der durchschnittliche Wuchszeitraum der Waldbestände (Umtriebszeit). Forstbetriebliche Maßnahmen, die die Regeneration der Waldbestände unterstützen, sollen als Kulturkosten betrachtet werden. Sie umfassen Verbrauchsfaktoren wie Handarbeit, Pflanz- und Saatgut, Zaunbaumaterial und Unternehmerleistungen. Mit wachsendem durchschnittlichen Wuchszeitraum sind auf die Betriebsfläche bezogen weniger Kulturmaßnahmen erforderlich. Es kann daher angenommen werden, dass die Kulturkosten mit steigendem Holzvorrat sinken. Für die Funktion der Kulturkosten in Abhängigkeit vom Holzvorrat  $K(M)$  wird deshalb eine negative Steigung angenommen. Die Zielfunktion muss jetzt folgendermaßen modifiziert werden:

$$Z(M, Y, t) = \int_{t_0}^{\infty} (P - C) \cdot Y \cdot e^{-rt} - K(M) \cdot e^{-rt} dt \quad (49)$$

Bei Annahme konstanter Holzpreise und -erntekosten im Zeitablauf ergeben sich als Lösungsgleichungen für die Betrachtung des Schattenpreises:

$$P - C = \frac{(P_M - C_M) \cdot f(M) - (P - C) \cdot f_M}{r} - \frac{K_M}{r} \quad (50)$$

für die Betrachtung der Grenzkapitalkosten und -erträge:

$$(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M(M) + P_t - C_t = r \cdot (P - C) + K_M(M) \quad (51)$$

und für die Betrachtung der Rentabilität:

$$r = \frac{(P_M - C_M) \cdot f(M) + (P - C) \cdot f_M + P_t - C_t - K_M}{P - C} \quad (52)$$

Da wir angenommen haben, dass die Kulturkosten je Flächeneinheit mit steigendem Holzvorrat sinken, muss die Steigung der Kulturkostenfunktion  $K_M$  negativ sein. Der Schattenpreis der Ressource (rechte Seite in Gleichung 50) wird durch die Einbeziehung der Kulturkosten erhöht. Würde mit der Nutzung einer Ressourceneinheit heute abgewartet, so könnte ein Teil der Kulturkosten in die Zukunft verlagert werden. Die Kulturkosten lassen deshalb die Opportunitätskosten der heutigen Nutzung steigen.

Aufgrund des negativen Vorzeichens von  $K_M$  werden die Grenzkapitalkosten (rechte Seite von Gleichung 51) durch Einbeziehung von Kulturkosten verringert. Die Investition einer zusätzlichen Mengeneinheit in den Holzvorrat lohnt sich eher, weil die Kulturkosten damit sinken.

Durch Einbeziehung der Kulturkosten wächst der Zähler in Gleichung (52). Soll die interne Verzinsung der letzten investierten Mengeneinheit in den Holzvorrat gleich bleiben, ist der

Zähler über eine Veränderung der Produktionsmenge zu verringern bzw. der Nenner zu vergrößern. Aufgrund der gegenläufigen Reaktion von  $f$  und  $f_M$  auf Veränderungen der Vorratsgröße kann ohne vorherige Spezifizierung der einzelnen Funktionen die Richtung der Vorratsanpassung nicht bestimmt werden. Es kann aber vermutet werden, dass durch Einbeziehung der Kulturkosten das Optimum in Richtung eines größeren Holzvorrats verschoben wird.

Soweit für andere Kosten, wie z.B. Pflegekosten, ein funktionaler Zusammenhang zur Höhe des Holzvorrats hergestellt werden kann, können diese in derselben Weise wie die Kulturkosten in das Entscheidungskalkül einbezogen werden.

## **2.6 Vergleich mit anderen Optimierungsansätzen für die Forstwirtschaft**

### **2.6.1 Bodenreinertragslehre**

#### **2.6.1.1 Nutzung eines Waldbestandes**

Eingangs wurde das Faustmann-Modell bereits in groben Zügen dargestellt. Im Folgenden soll zunächst die historische Entwicklung dieses Modells etwas ausführlicher beschrieben und anschließend dieses Modell auf ganze Betriebsklassen übertragen werden.

Der Anteil FAUSTMANN'S (1849) an diesem Modell war die Entwicklung der Formel zur Berechnung des Bodenertragswertes. Für FAUSTMANN war es selbstverständlich, dass die Umtriebszeit so zu wählen ist, dass der Bodenertragswert eines Waldes maximiert wird. Eine analytische Lösung dieser Maximierungsaufgabe lieferte FAUSTMANN nicht. Ihm war es aber bewusst, dass das ökonomische Kalkül einen Rentabilitätsvergleich zwischen der Sachinvestition Wald und einer Finanzanlage bildet. Die Einführung von Rentabilitätsüberlegungen in die Forstwirtschaft lässt sich bis in den Anfang des 19. Jahrhunderts zurückverfolgen, wie folgende Ausführung PFEIL'S zeigt:

„denn eine Waldwerth-Berechnung ist nichts anderes, als das Aufsuchen und Vorausbestimmen aller künftigen Einnahmen eines Waldes, und das Berechnen eines Kapitals, welches durch seine Zinsen dasselbe Einkommen gewährt, wie dieser Wald.“<sup>106, 107</sup>

Auch für KÖNIG (1835, S. 121) waren Rentabilitätsüberlegungen in der Waldbewertung selbstverständlich:

„In der Rechnung muss der Verkäufer, mit seinem Kapitaleinkommen, dem Käufer, mit seinem Forstertrage, gleich gestellt werden.“

FAUSTMANN und KÖNIG ging es nicht um die Maximierung des Bodenertragswertes. Sie suchten vielmehr nach dem Waldwert und betrachteten den Bodenertragswert als solchen. Dazu ist Folgendes anzumerken:

Der Waldwert ist der Preis der sich aus dem Angebot und der Nachfrage nach Wald auf dem Markt ergibt. Der Bodenertragswert kann den Marktpartnern lediglich helfen, den Nutzen ab-

---

<sup>106</sup> PFEIL, 1833, S. 384.

<sup>107</sup> HEYER, 1871, S. VI und MARTIN, 1894, S. 17, sahen PFEIL denn auch noch vor HUNDESHAGEN als Begründer der Bodenreinertragslehre.

zuschätzen, den sie aus dem Kauf oder Verkauf von Wald erzielen können. Der Nutzen umfasst in den meisten Fällen sicher mehr als den Konsum, der aufgrund der Erlöse aus Holznutzungen möglich ist. Dies war schon PRESSLER (1859, S. 76, 91) bewusst. Er gebrauchte den Begriff „Boden-Nutzeffekt“. Dieser lasse sich aus „An- und Verkäufen“ herleiten. Wo dies nicht möglich sei, bliebe nichts anderes übrig,

„als nach dem Grundsatz zu kalkulieren und zu schätzen:  
*der Werth des Bodens bedingt sich durch die Reinerträge, die derselbe bei ver-  
ständiger Benutzung durchschnittlich zu gewähren vermag.*“

Nach diesem Grundsatz käme man immer zu brauchbaren Ergebnissen:

„außer wo dominierende Liebhabereien oder Antipathien den richtigen finanziellen Werth des Bodens alterieren. (...) Bloß die Wirthschaft der Schönheits-, der Schutz-, Bann- und ähnlicher Waldungen kann nicht nach dem Reinertrage bemessen werden.“

Wenn auch der Bodenertragswert kein geeigneter Maßstab zur Bestimmung des Waldwertes ist, so kann mit seiner Hilfe doch das Nutzungsregime bestimmt werden, das den höchsten Gewinn aus der Holzernte verspricht. Die korrekte Lösung der Aufgabe, den Bodenertragswert zu maximieren, legte erstmals PRESSLER (1860, S. 189) mit der Entwicklung des *Weiserprozents* vor. Bemerkenswert an der Arbeit PRESSLERS ist, dass dieser nicht die aggregierte Größe „Abtriebswert“ in seiner zeitlichen Entwicklung betrachtete, sondern die Wertentwicklung eines Waldes auf die verschiedenen Faktoren zurückführte, deren jeweiliger Einfluss auch in dieser Arbeit betrachtet wird. Der Ansatz PRESSLERS wird leichter verständlich, wenn zunächst die Überlegungen THÜNENS (1842) vorgestellt werden:

THÜNEN (S. 190) beschreibt die Entwicklung des relativen Massenzuwachses eines Einzelbaumes:

„Betrachten wir dagegen den Wachstum eines jungen Baumes, etwa den einer jungen Tanne, so finden wir, daß die zweijährige Tanne die einjährige an Masse vielleicht um das Zehnfache übertrifft, daß die dreijährige Tanne wiederum etwa das Siebenfache der zweijährigen beträgt, u. s. f., daß also der jährliche Zuwachs nicht bloß einen Teil der Masse, die der Baum schon hatte, ausmacht, sondern diese Masse selbst vielfach übertrifft. In den folgenden Lebensjahren des Baumes steigt die absolute Zunahme an Masse von Jahr zu Jahr, aber die relative Zunahme, d. h. der jährliche Zuwachs im Verhältnis zur Masse des Baumes, muss dennoch abnehmen, weil die Masse, mit der der Zuwachs verglichen wird, immer größer wird. Ist nun etwa im fünften Jahre der jährliche Zuwachs der Masse, die der Baum schon hatte, gleich, so wird dann im sechsten Jahre der Zuwachs etwa  $9/10$ , im siebenten Jahre vielleicht  $81/100$  u. s. f. betragen. Bei dieser stufenweisen Abnahme des relativen Zuwachses müssen wir unstreitig zuletzt auf einen Punkt kommen, wo der jährliche Zuwachs  $1/20$  der Masse des Baumes<sup>108</sup> beträgt.“

THÜNEN betrachtet dann die Entwicklung des relativen Massenzuwachses eines Waldbestandes:

„Denken wir uns statt des einzelnen Baumes ein ganzes Holzrevier, oder eine Kavel, worin lauter Bäume von gleichem Alter stehen: so muss auch für diese ganze Fläche ein

---

<sup>108</sup>  $1/20$  bzw. 5 % entspricht dem Zinsfuß, den THÜNEN für seinen „isolierten Staat“ annahm.

Zeitpunkt eintreten, wo der Holzzuwachs gerade  $1/20$  des ganzen auf dieser Fläche befindlichen Holzbestandes ausmacht.“

Er folgert schließlich (S. 192):

„Bei einer richtigen Forstkultur werden nur Bäume von gleichem Alter zusammenstehen dürfen, und diese werden gefällt werden müssen, ehe der relative Wertzuwachs bis auf 5 % - den für den isolierten Staat angenommenen Zinsfuß - herabsinkt.“

THÜNEN führt dann auch den mit der Holzdimension wachsenden Wert in die Betrachtung ein. Er beobachtet, dass Brennholz von „mehr ausgewachsenen Bäumen“ einen höheren Preis erzielt. Dies

„kann zwar den Umtrieb über den Zeitpunkt hinaus, wo der relative Holzzuwachs 5 % beträgt, verlängern; aber doch nur wenige Jahre: denn diese Wertzunahme des Holzes als Brennmaterial kann nicht lange die durch den Zinsenverlust steigenden Produktionskosten überwiegen.“

Die Produktion von Bauholz erfordert nach THÜNEN aber viel längere Umtriebe als die von Brennholz, da Bäume eine gewisse Stärke erreichen müssen, wenn sie als Bauholz überhaupt brauchbar sein sollen.

Die Betrachtung des Wertzuwachses im Verhältnis zum Holzvorratsvermögen, die den Überlegungen THÜNENS zugrunde liegt, gibt die Rentabilität der Investition in Wald nur unvollständig wider. Neben den Zinskosten für das eingesetzte Holzvorratsvermögen, müssen auch die Kosten berücksichtigt werden, die dadurch entstehen, dass die künftigen Erträge weiter in die Zukunft verschoben werden. Es ist nicht eindeutig, ob THÜNEN die Bodenrente in diesem Kalkül berücksichtigt.<sup>109</sup> Seine Entscheidungsregel, dass die Bäume gefällt werden müssen, ehe der relative Wertzuwachs bis auf 5 % herabsinkt, mag darauf hinweisen, dass er die Bodenrente berücksichtigt sehen wollte. Schließlich entwickelte er an anderer Stelle (S. 174) auch für die Forstwirtschaft das Konzept der Landrente:

„In den Produktionskosten - in dem Sinne, wie ich diesen Ausdruck nehme - ist keine Landrente enthalten: denn nur aus dem Überschuss des wirklichen Preises über die Produktionskosten geht erst die Landrente hervor.“

Die Berücksichtigung der Bodenrente wird auch in einem Beispiel deutlich, in dem er annimmt, dass der relative Wertzuwachs eines Waldbestandes nur die Hälfte des Kapitalmarktzinssatzes beträgt (S. 189):

„Jeder Waldbesitzer, der sein eigenes Interesse kennt, muss das sämtliche Holz auf einmal niederschlagen und verkaufen, indem er durch das aus dem Holzverkauf zu lösende Kapital die doppelten Zinsen bezieht, und den Grund und Boden der Waldung noch obendrein erhält, den er ebenfalls verkaufen kann.“

Der hier beschriebene Vorgriff THÜNENS auf die später entwickelte Marginaltheorie wird in den Wirtschaftswissenschaften mittlerweile anerkannt:

„So nebenbei entwickelte Thünen schon 1826 (...) die erste wirtschaftswissenschaftliche Formulierung des Grundtheorems eines intertemporalen Kapitalmarktgleichgewichts, dargestellt am Beispiel der Holzproduktion in der Forstwirtschaft. (...) Mengen- plus

---

<sup>109</sup> KULA (1988, S. 142) unterstellt, dass THÜNEN die Bodenrente nicht berücksichtigt hat.

Preiszuwachsrate jedes sich im Wert verändernden Kapitalguts müssen zusammen im Gleichgewicht mit dem relevanten Zinssatz sein.“<sup>110</sup>

PRESSLER (1860, S. 188) führt zur Beschreibung der Mengen- und Preiszuwachsrate den Begriff des *Wertzuwachsprozentes* eines Waldbestandes oder Baumes ein. Dieses berechnet sich nach folgender Formel:<sup>111</sup>

$$p = a + b \pm c + \frac{a(b \pm c)}{100} \quad (53)$$

mit

- $a$  = prozentualer Massenzuwachs (Quantitätszuwachs),
- $b$  = prozentualer Zuwachs am Reinertrag der Masseneinheit (Qualitätszuwachs)
- $c$  = prozentualer Teuerungszuwachs (bedingt durch Marktpreisveränderungen).

Der relative Massenzuwachs bezeichnet das Verhältnis des laufenden Zuwachses zum bereits erreichten Holzvorrat und der relative Qualitätszuwachs die laufende Zunahme des Nettostückerlöses zum bereits erreichten Nettostückerlös. Das Wertzuwachsprozent als Summe dieser Größen beschreibt den Wertzuwachs im Verhältnis zum bereits erreichten Wert des Holzvorratsvermögens.

PRESSLER war sich dessen bewusst, dass das Wertzuwachsprozent noch keine Auskunft über die Rentabilität des Waldbestandes gibt:

„Nun aber müssen wir vor Allem noch bedenken, daß dieser Jahreszuwachs des Holzvorratswerthes oder Holzkapitales nicht bloß diesem Holzwerthe  $h$  allein, sondern auch den von ihm gefesselten wirtschaftlichen Grundkapitale  $g$  gerecht zu werden die Aufgabe hat“ (S. 189).

Das „Grundkapital“ setzte sich nach PRESSLER (S. 43) zusammen aus dem „Boden-, Steuer-, Kultur- und Verwaltungskostenkapital.“

„Das (steuerfreie) *Bodenkapital* oder der Bodenwerth  $\mathbf{B}$  beweist sich entweder nach An- und Verkäufen und demgemäßen Schätzungen, oder (allgemeiner) nach dem Nutzeffekt eines finanzwirtschaftlich rationell regulierten Betriebes.“ (S. 43).

Mit „Nutzeffekt“ meinte PRESSLER den Bodenertragswert.<sup>112</sup> Er führte dann einen Reduktionsfaktor ein, der das Verhältnis des „Holzkapitals“ zum „Grundkapital“ darstellt. Betrachten wir nur den Bodenertragswert als Grundkapital, kann der Reduktionsfaktor in unserer Schreibweise folgendermaßen bestimmt werden:

$$R = \frac{A(t)}{e^{rt} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad R = e^{rt} - 1 \quad (54)$$

Das Weiserprozent ist dann nach PRESSLER:

<sup>110</sup> STREISSLER (1998).

<sup>111</sup> vgl. auch MÖHRING, 1994, S. 99.

<sup>112</sup> vgl. auch 1859, S. 92.

$$p = (a + b) \cdot \frac{R}{R + 1} \quad (55)$$

Setzen wir hier für  $a$ ,  $b$  und  $R$  die entsprechenden Funktionen ein (Anhang 4), erhalten wir Gleichung:

$$p = \frac{A_t(t)}{A(t) + \frac{A(t)}{e^{rt} - 1}} \quad (56)$$

Für  $p = r$  erhalten wir nach Umformung:<sup>113</sup>

$$\Leftrightarrow A_t(t) = r \cdot A(t) + r \cdot \frac{A(t)}{e^{rt} - 1} \quad \text{für } t = u. \quad (3)$$

Gleichung (3) ist in der deutschsprachigen forstlichen Literatur auch als Bedingungsgleichung für das Weiserprozent bekannt (ENDRES 1911, S. 210). Ein Waldbestand erreicht seine Hiebsreife, wenn das Weiserprozent auf den Wert des „Wirtschaftszinsfußes“ gesunken ist.<sup>114</sup> Das Weiserprozent dient damit dem Rentabilitätsvergleich, d.h. dem Vergleich zwischen der internen Verzinsung des eingesetzten Kapitals und dem geforderten Zinssatz.<sup>115</sup> Für die praktische Anwendung erweist es sich allerdings als problematisch, dass sich Gleichung (3) nicht nach dem Zinssatz allein auflösen lässt. Das Weiserprozent kann deshalb nur iterativ gefunden werden.

### 2.6.1.2 Nutzung einer Betriebsklasse

Gleichung (3) beschreibt die Bedingung für den optimalen Erntezeitpunkt eines Waldbestandes oder Baumes. Im Folgenden sollen die Bedingungen für den optimalen Wuchszeitraum der Bestände einer *normal aufgebauten Betriebsklasse* betrachtet werden. Eine normal aufgebaute Betriebsklasse besteht aus einer Anzahl von Waldbeständen, die dem durchschnittlichen Wuchszeitraum, also der Umtriebszeit einer Betriebsklasse entspricht. Jeder Waldbestand ist in sich gleichaltrig. Die verschiedenen Waldbestände sind unterschiedlichen Alters, wobei jede Altersstufe von der Begründung bis zum Umtriebsalter mit einem Bestand repräsentiert wird. Für eine normal aufgebaute Betriebsklasse kann der Waldrentierungswert (WR) als der Kapitalwert des jährlichen Waldreinertrages (Nettoerlöses) folgendermaßen berechnet werden:<sup>116</sup>

$$WR = \frac{A_u + D_a + \dots D_q - c - uv}{r} \quad (57)$$

<sup>113</sup> NEHER, 1990, S. 72.

<sup>114</sup> PRESSLER, 1860, S. 268.

<sup>115</sup> Das Weiserprozent ist in der englischsprachigen forstlichen Literatur unter dem Begriff „Annual Forest Value Growth Percent“ (KLEMPERER, 1996, S. 212) bekannt.

<sup>116</sup> Die verwendete Formel für den Waldrentierungswert und ihre Herleitung findet sich bei FAUSTMANN, 1849, S. 449.

Der jährliche Ertrag einer Betriebsklasse besteht aus dem Abtriebserlös eines der  $u$  Waldbestände und aus den Durchforstungserlösen, die denen entsprechen, die in einem einzelnen Bestand während des gesamten Umtriebs erzielt werden. Als Kosten stehen dem die Kulturkosten für einen Bestand und die gesamten Verwaltungskosten gegenüber.

Der Waldrentierungswert setzt sich aus der Summe der Bodenertragswerte  $B$  der  $u$  Bestände der Betriebsklasse und der Summe der Werte der Holzvorräte  $H$  zusammen.<sup>117</sup> Der durchschnittliche Wert des Holzvorrats eines Bestandes ist der durchschnittliche Abtriebserlös aller Waldbestände.<sup>118</sup> Wir stellen uns damit vor, alle Waldbestände der Betriebsklasse auf einmal zu ernten. Dabei erzielen wir den Abtriebserlös aller Waldbestände. Die Summe der Bodenertragswerte der Bestände ist der Vorwert aller Erträge, die wir erzielen, wenn wir anschließend auf der Fläche der gesamten Betriebsklasse neuen Wald begründen. Der Waldrentierungswert ist dann:

$$WR = u \cdot B + u \cdot H = \frac{A_u + D_a + \dots + D_q - c - uv}{r} \quad (58)$$

Die Durchforstungserlöse, Kultur- und Verwaltungskosten sollen im Folgenden nicht weiter betrachtet werden. Durch Umformung von Gleichung (58) ergibt sich als Bodenertragswert eines Waldbestandes der Betriebsklasse:<sup>119</sup>

$$B = \frac{A_u}{u \cdot r} - H \quad (59)$$

Bei einer stetigen zeitlichen Entwicklung gilt als notwendige Bedingung für die optimale Umtriebszeit:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &:= 0 && \frac{dA(t) \cdot r^{-1} \cdot t^{-1} - H(t)}{dt} := 0 && \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow && && \Leftrightarrow \\ A_t(t) \cdot r^{-1} \cdot t^{-1} - A(t) \cdot r^{-1} \cdot t^{-2} - H_t(t) &= 0 && \Leftrightarrow \\ A_t(t) &= \frac{A(t)}{t} + r \cdot H_t(t) \cdot t && && \end{aligned} \quad (60)$$

Gleichung (60) kann folgendermaßen interpretiert werden:

Die linke Seite bezeichnet den Zuwachs des Abtriebserlöses, wenn die Umtriebszeit marginal verlängert wird. Mit einer Verlängerung der Umtriebszeit wird in der Betriebsklasse auf den Bruchteil des Abtriebswertes verzichtet, den der 1. Term der rechten Seite beschreibt, da sich die Betriebsklasse jetzt auf eine zusätzliche Flächeneinheit aufteilt. Durch Verlängerung der Umtriebszeit wächst auch das durchschnittliche Holzvorratsvermögen. Die Zunahme der Zinskosten für das gebundene Kapital beschreibt der 2. Term der rechten Seite. Das Optimum

---

<sup>117</sup> vgl. FAUSTMANN, 1849, S. 448.

<sup>118</sup> Diese Darstellung darf nicht so verstanden werden, dass hier eine Trennung zwischen dem Wert des Bodens und dem des Holzvorrats vorgenommen wird. Der Bodenertragswert wird schließlich ebenfalls aus den Holzträgen abgeleitet.

<sup>119</sup> vgl. SPEIDEL, 1984, S. 171.

liegt wiederum vor, wenn Grenzerlös (linke Seite der Gleichung) und Grenzkosten (rechte Seite) gleich sind.

Nach dem beschriebenen „traditionellen“ Kalkül der Bodenreinertragslehre wird ein Zeitraum bzw. Zeitpunkt optimiert. Die Kapitalkosten und Kapitalerträge sind mit Bezug auf die Zeit ebenfalls Grenzkapitalkosten und Grenzkapitalerträge, d.h. die Kosten oder Erträge, die mit einer marginalen Verlängerung des Wuchszeitraums verbunden sind. Das Kalkül der vorliegenden Arbeit betrachtet die Kapitalkosten und -erträge dagegen bei einer marginalen Veränderung des Holzvorrats. Da beide Ansätze unterschiedliche Perspektiven einnehmen, erscheint es nicht möglich, den einen Ansatz in den anderen zu überführen. Einzig ANDERSON, der bereits 1976 den Ansatz des Fischerei-Modells, allerdings mit vereinfachten Modellannahmen, auf die Forstwirtschaft anwendete, beschreibt auch die Überführung seiner Ergebnisse in das Faustmann-Modell. Nach Auffassung des Verfassers ist ihm dabei jedoch ein Fehler unterlaufen, weshalb der Rechenweg nicht schlüssig erscheint.<sup>120</sup>

---

<sup>120</sup> ANDERSON bildet die 2. Ableitung der Bewegungsgleichung nach der Zeit:  $M_{tt} = f_M \cdot M_t - Y_t$ . Er stellt fest, daß sich im „steady state“ die Erntemengen im Zeitablauf nicht verändern, d.h.  $Y_t=0$ , woraus er folgert:  $f_M = M_t / M_{tt}$ . Er übersieht dabei, dass im Gleichgewichtszustand auch  $M_t = 0$ , so dass auch die 2. Ableitung des Vorrats nach der Zeit gleich null sein muß.

## 2.6.2 Waldreinertragslehre

SAMUELSON (1976, S. 473) nennt einen positiven Zinssatz als den Feind aller langfristigen Investitionsprojekte.<sup>121</sup> Diese Erkenntnis veranlasste bereits die Zeitgenossen von PRESSLER und HEYER zu heftiger Kritik am Kalkül der Bodenreinertragslehre.<sup>122</sup> Die Kalkulation eines Bodenreinertrags ergibt stets,

„daß irgend namhafte, in Waldanlagen gesteckte, bare Kultur- und sonstige Ausgaben meist wenig oder keine Aussicht haben, durch die mutmaßlichen Zukunftserträge auch nur einigermaßen befriedigend verzinst zu werden!“<sup>123</sup>

Auch die Berechnung der Verzinsung des Waldkapitals, wenn aktuelle Preise und Kosten angenommen werden, würde ergeben, dass dies „einen positiven Wert gar nicht hat.“<sup>124</sup> Dieses „wirtschaftliche p“ entspricht der internen Verzinsung des Sachkapitals in der Rentabilitätsrechnung. BORGGREVES Kritik richtete sich vor allem gegen die Verwendung aktueller Preise und Kosten:

„Der Zinsfuß, zu welchem sich in der Waldwirtschaft angelegte oder anzulegende Kapitalien wirklich verzinseszinsen, der sog. Waldwirtschafts-Zinsfuß, bleibt wegen der i.d.R. zwischen Bestandsgründung und Ernte liegenden langen Zeit mit unabsehbarer Änderung der allgemeinen und forstwirtschaftlichen Konjunkturen stets eine unbekannte und durchaus unberechenbare Größe.“<sup>125</sup>

BORGGREVE wollte nur diesen tatsächlichen Waldwirtschaftszinsfuß akzeptieren. „Wenn der Wald aber einmal kapitalistisch aufgefasst wird, kommt (...) dieser tatsächliche Wirtschaftszinsfuß gar nicht in Betracht“. Der kapitalistische Gesichtspunkt führe „zur Forderung der Waldabschlachtung“ (S. 397).

Dem Kalkül der Bodenreinertragslehre stellt BORGGREVE ein ökonomisches Kalkül entgegen, wonach die Umtriebszeit der Waldbestände so zu bemessen sei, dass der durchschnittliche jährliche Wertzuwachs kulminiert bzw. dass die höchste Brutto-Waldrente für die Betriebsklasse erzielt wird. Letzteres ist im Ergebnis mit dem Ersteren identisch. Verkehrt sei es aber auch nicht, das Umtriebsalter der höchsten Netto-Waldrente zugrunde zulegen (S. 71). Für das letztere Kalkül hat sich im deutschsprachigen Raum der Begriff *Waldreinertragslehre* durchgesetzt.

Lassen wir die Kultur- und Verwaltungskosten sowie Durchforstungserträge unberücksichtigt. Der Waldreinertrag wird in diesem Fall maximiert, wenn die Umtriebszeit so bemessen wird, dass der Wertzuwachs des Abtriebswertes gleich dem durchschnittlichen Abtriebswert ist<sup>126</sup>:

$$A_t(t) = \frac{A(t)}{t} \quad (61)$$

Im Kern richtete sich die Kritik von Gegnern der Bodenreinertragslehre, wie z.B. BORGGREVE, gegen die Forderung einer Verzinsung des Waldvermögens bei zugrunde gelegten aktuel-

---

<sup>121</sup> SAMUELSON, 1976, S. 473.

<sup>122</sup> vgl. z.B. BORGGREVE, 1888, S. 141-146.

<sup>123</sup> BORGGREVE, 1888, S. 385.

<sup>124</sup> BORGGREVE, 1888, S. 391.

<sup>125</sup> BORGGREVE, 1888, S. 397.

<sup>126</sup> NEHER, 1990, S. 61.

len Preisen und Kosten. Umgekehrt richtete sich die Kritik von z.B. SAMUELSON (1976) gegen den Artikel von SHEPARD (1925), eines nordamerikanischen Vertreters der Waldreinertragslehre, dagegen, dass dieser glaubte, in einem normal aufgebauten Betrieb Zinsen nicht berücksichtigen zu müssen. Die Erlöse aus dem Holzeinschlag würden doch schließlich die Kulturkosten übersteigen. SAMUELSON hält dies solange für vermittelbar, bis ein Ökonom kommt und dem Waldbesitzer erklärt, er dürfe den Wald kahlschlagen, den Waldboden verkaufen, die Erlöse auf die Bank legen und von den Zinsen leben.<sup>127</sup> Selbst wenn diese Alternative rechtlich nicht zulässig ist, kann der Holzvorrat in der Regel doch derart variiert werden, dass eine positive Verzinsung des eingesetzten Vermögens möglich ist.

BORGMANN (1927) erkannte, dass sich die nach der Boden- und Waldreinertragslehre kalkulierten optimalen Umtriebszeiten bei sehr niedrigen Zinsfüßen einander angleichen:

„Wählt man den Zinsfuß, der dem Umtrieb des höchsten Waldreinertrags entspricht - weniger als 1 % - so findet man für den gleichen Zeitpunkt auch den Umtrieb des höchsten Bodenreinertrags. Es ist somit nur bedingt richtig, wenn gesagt wird, daß die Bodenreinertragsumtriebe niedriger seien als die Umtriebszeit des höchsten Waldreinertrags.“<sup>128</sup>

ABETZ (1929) leitet daraus ab:

„Faßt man die Verzinsung des Gesamtkapitals ins Auge, so ist der Waldreinertrag ein 'Unterfall' des Bodenreinertrages.“<sup>129</sup>

NEHER zeigt auf graphischem Wege, dass Gleichung (61) sich als Grenzwert von Gleichung (3) bei einer Annäherung des Zinssatzes gegen null ergibt.<sup>130</sup> CHANG beweist dies mit Hilfe der sog. l'Hospitalschen Regel auf analytischem Wege.<sup>131</sup> Unmittelbar deutlich wird dies bei einem direkten Vergleich mit dem Kalkül der Bodenreinertragslehre für eine Betriebsklasse:

$$WR = u \cdot B + u \cdot H = \frac{A_u}{r} \quad \Leftrightarrow \quad r \cdot (B + H) = \frac{A_u}{u} \quad (62)$$

Gleichung (62) beschreibt den Waldreinertrag. Jetzt maximieren wir nicht den Bodenertragswert, sondern diesen Waldreinertrag:

$$\frac{d(r \cdot (B + H))}{dt} := 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d(A(t)/t)}{dt} := 0 \quad \Leftrightarrow \quad A_t(t) = \frac{A(t)}{t} \quad (63)$$

Gleichung (63) unterscheidet sich von Gleichung (60) lediglich dadurch, dass die Zinskosten für das Holzvorratsvermögen nicht in das Kalkül eingehen.

Eine zur Waldreinertragslehre analoge Betrachtung des ökonomischen Kalküls der vorliegenden Arbeit muss die Wirkungen betrachten, die sich ergeben, wenn keine Zinsforderung erho-

---

<sup>127</sup> SAMUELSON, 1976, S. 474.

<sup>128</sup> BORGMANN, 1927, S. 911.

<sup>129</sup> ABETZ, 1929, S. 298.

<sup>130</sup> NEHER, 1990, S. 74.

<sup>131</sup> CHANG, 1984, S. 145; vgl. auch MÖHRING, 1994, S. 74.

ben wird. Für den Fall, dass die Preise und Kosten in der Zeit konstant bleiben, ergab sich dabei folgende Gleichung:

$$f_M \cdot (P - C) + f(M) \cdot (P_M - C_M) + (P_Y - C_Y) \cdot Y \cdot f_M = 0 \quad (64)$$

bzw.

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M = 0 \quad (65)$$

Diese Gleichung besagt, dass eine weitere Erhöhung des Holzvorrats keinen größeren Wertzuwachs bzw. keinen Zuwachs am Holzerlös mehr erbringen darf. Der Grenzkapitalertrag muss null sein, da wir keine Grenzkapitalkosten ansetzten. Eine Erhöhung des Holzvorrats wird nicht als faktorverzehrende Investition verstanden, weshalb eine Rentabilität nicht betrachtet werden kann. Formen wir Gleichung (64) so um, dass auf der rechten Seite der Schattenpreis steht:

$$(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y = - \frac{f(M) \cdot (P_M - C_M)}{f_M} \quad (66)$$

Wenn der Holzerlös bei Steigerung des Holzvorrats wächst, d.h.  $P_M - C_M$  positiv ist, kann nur ein negativer Grenzmassenzuwachs  $f_M(M)$  optimal sein, da der Schattenpreis nicht negativ werden darf. Der Holzvorrat muss deshalb größer als der Vorrat des höchsten Massenertrags  $M_{MSY}$  sein. Jede Reinvestition auf diesem Niveau senkt die Massenproduktivität. Dies muss durch die Zunahme des Holzerlöses mindestens kompensiert werden.

### 2.6.3 Das Grenzertragsprozent

Die Optimierung der Holznutzungen über die Umtriebszeit nach dem Kalkül der Bodenreinertragslehre eignet sich für gleichaltrige Wälder. Soll es auf ungleichaltrige Wälder übertragen werden, müsste für jeden einzelnen Baum der optimale Wuchszeitraum bestimmt werden.<sup>132</sup> DUERR und BOND (1952) und DUERR (1960, S. 125) schlugen als Kriterium für die Bestimmung der optimalen Vorratshöhe für einen Plenterwald das „marginal value growth percent“ vor. Dies soll die Veränderung am jährlichen Wertzuwachs bezeichnen, die mit einer marginalen Erhöhung des eingesetzten Holzvorratsvermögens verbunden ist. Damit wählten sie eine andere Betrachtungsweise. Nicht die Wertentwicklung in der Zeit, sondern über der Vorratshöhe wurde betrachtet.

Das „marginal value growth percent“ leiteten sie graphisch als die Steigung der Kurve des jährlichen Wertzuwachses über dem Wert des Holzvorrats her. Die Entwicklung des jährlichen Wertzuwachses über dem Holzvorratsvermögen ist in Abb. 15, die Steigung des Wertzuwachses in Abb. 16 dargestellt. Die optimale Vorratshaltung liegt dann vor, wenn Grenzerlös und Grenzkosten gleich sind. Das „marginal value growth percent“ bezeichneten sie als den Grenzerlös und den Kalkulationszinssatz als die Grenzkosten. Die Veränderung des Wertzuwachses bei einer marginalen Veränderung des eingesetzten Holzvorratsvermögens zeigt die interne Verzinsung des Holzvorratsvermögens an. Insofern stellt dieses Verhältnis einen

---

<sup>132</sup> Außer dem technischen Aufwand sprechen auch theoretische Aspekte gegen diese Übertragung, wie an späterer Stelle noch aufgezeigt wird.

einen Grenzerlös dar. Als Kosten werden die Kapitalkosten betrachtet, das sind die Zinsen für das Halten des Kapitalstocks. Insofern repräsentiert der Kalkulationszinsfuß die Grenzkosten.



Abb. 15: Die Entwicklung des jährlichen Wertzuwachses über dem Holzvorratsvermögen (verändert nach DUERR und BOND, 1952).

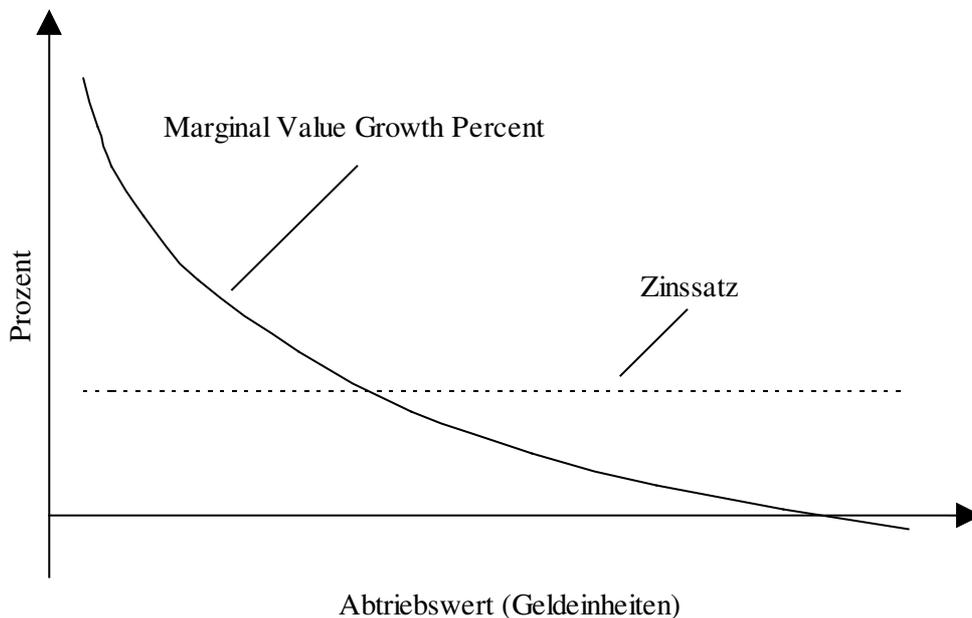


Abb. 16: Die Steigung des jährlichen Wertzuwachses (marginal value growth percent) über dem Holzvorratsvermögen sowie der Kalkulationszinssatz (verändert nach DUERR und BOND, 1952).

Der jährliche Wertzuwachs konnte durch Ableitung des Abtriebswertes nach der Zeit berechnet werden (vgl. S. 18):

$$\frac{d[M \cdot (p - c)]}{dt} = f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f'(M) + M \cdot (p_t - c_t) \quad (7)$$

Das marginal value growth percent ist die Ableitung des jährlichen Wertzuwachses nach dem Abtriebswert:

$$\text{Marginal value growth percent} = \frac{d(f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M))}{d(M \cdot (p - c))} \quad (67)$$

Die Kapitalkosten sind die Zinskosten für das Holzvorratsvermögen. Die Veränderung der Zinskosten bei einer marginalen Erhöhung des Holzvorratsvermögens sind die Grenzkapitalkosten:

$$\frac{d(r \cdot M \cdot (p - c))}{d(M \cdot (p - c))} = r \quad (68)$$

Diese entsprechen dem Kalkulationszinsfuß. Investieren wir eine zusätzliche Geldeinheit in das Holzvorratsvermögen, steigen die Kapitalkosten um die Zinsen für diese Geldeinheit. Der Holzerlös (Wertzuwachs) wächst dabei um das marginal value growth percent. Das Optimum liegt vor, wenn Grenzerlös und Grenzkosten gleich sind:

$$\frac{d(f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M))}{d(M \cdot (p - c))} = r \quad (69)$$

Die Investition ist soweit auszudehnen, bis die interne Verzinsung der letzten investierten Geldeinheit auf null gesunken ist:

$$\frac{d(f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M))}{d(M \cdot (p - c))} - r = 0$$

Nach DUERR und BOND kommt man zum gleichen Ergebnis, wenn man die Veränderung im Wertzuwachs bei einer marginalen Erhöhung des Holzvorrats statt des Holzvorratsvermögens betrachtet. Für die Ableitung des Wertzuwachses nach dem Holzvorrat erhalten wir Gleichung (70):

$$\begin{aligned} \frac{d(f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M))}{dM} &= f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f(M) \cdot (p_M - c_M) \\ &\quad + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f(M) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M \end{aligned}$$

Für die Ableitung der Zinskosten nach dem Holzvorrat erhalten wir:

$$\frac{d(r \cdot M \cdot (p - c))}{dM} = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) \quad (71)$$

Die Bedingung Grenzerlös = Grenzkosten ergibt:

$$\begin{aligned} f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f(M) \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f(M) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M \\ = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) \end{aligned} \quad (12)$$

Diese Lösung ist mit der auf grafischem Wege hergeleiteten Lösung (vgl. S. 21) identisch. Für den Fall, dass mit der Ernte des laufenden Holzzuwachses auch genau der laufende Wertzuwachs geerntet werden kann, entspricht sie auch bis auf zwei Terme der analytischen Lösung des Fischerei-Modells.

Das marginal value growth percent errechnet sich durch folgende Umformung:

$$\frac{f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f(M) \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f(M) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M}{(p - c) + M \cdot (p_M - c_M)} = r \quad (72)$$

KROTH (1968, S. 178) führte den Optimierungsansatz über das marginal value growth percent unter der Bezeichnung *Grenzertragsprozent* in den deutschsprachigen Raum ein. Das zugrunde liegende ökonomische Kalkül war bereits 1929 von ABETZ vorgeschlagen worden. ABETZ suchte in seinem Beitrag eine Brücke zwischen Boden- und Waldreinertragslehre. Kritiker der Bodenreinertragslehre argumentierten, dass der Holzvorrat zumeist gar nicht sofort realisiert werden könne, weshalb Rentabilitätsüberlegungen mit einer Alternativverzinsung als Maßstab unangebracht seien. Eine andere Kritik richtete sich gegen die Unsicherheit die mit der Verzinsung über sehr lange Zeiträume verbunden ist.<sup>133</sup> ABETZ (S. 295 ff) geht darauf mit folgendem Vorschlag ein:

„Das Waldkapital im ganzen ist meist unrealisierbar, nicht aber sind dies die Differenzen zweier Waldkapitale, etwa zweier verschiedener Umtriebszeiten von nicht allzu großem Abstand. Die Bodenfläche ist dieselbe, die Unsicherheit in der Bewertung der jüngeren Bestände schrumpft durch Saldobil- dung zusammen. Den Hauptwertsunterschied macht der größere bzw. klei- nere Vorrat an haubarem Holz aus. Dieser ist aber in kurzer Zeit realisierbar. *Stelle ich nun den Differentialkapitalien die durch sie bedingten Differenti- alerträge gegenüber, so gelange ich zu absoluten Verzinsungsprozenten* (...).

Die Prüfung der Rentabilität der letzten investierten und jederzeit realisier- baren Kapitalquoten nach der oben beschriebenen Methode ist auch deshalb der Rechnung mit dem Bodenerwartungswert überlegen, weil den Waldei- gentümer stets primär interessiert, wieviel Kapital evtl. herausgezogen wer- den und welches Zusatzeinkommen ihm dadurch ermöglicht werden kann.“

DUERR übertrug den Ansatz zur Bestimmung der Umtriebszeit in seinem Lehrbuch von 1960 auf den Altersklassenwald.<sup>134</sup> Für einen Douglasienbestand berechnete er als optimale Um- triebzeit das Bestandesalter, in dem das „marginal value growth percent“ der Höhe des Kal- kulationszinsfußes entspricht. In Deutschland wendete KROTH (1968) diesen Ansatz ebenfalls auf den Altersklassenwald an. Er betrachtete für eine normal aufgebaute Betriebsklasse die Veränderung im Wertzuwachs, die mit einer marginalen Erhöhung des Normalvorratswer- tes<sup>135</sup> verbunden ist. Sein Ziel war die Optimierung der Umtriebszeit. Er erreichte dies durch Wahl der zu der optimalen Vorratshöhe korrespondierenden Umtriebszeit. In der deutschspra-

---

<sup>133</sup> vgl. das Zitat von BORGGREVE in Kap. 5.1.3.4

<sup>134</sup> Nach ODERWALD und DUERR (1990, S. 173) stellte DUERR (1960, S. 132) damit die Ergebnisse einer Studie an der Pacific Northwest Forest and Range Experiment Station von 1958-59 über die Bewirtschaftung von Douglasienbeständen vor, auf die in der späteren Literatur häufig Bezug genommen wurde.

<sup>135</sup> Der Wert des Normalvorrats ist der durchschnittliche Abtriebserlös einer Flächeneinheit einer normal aufge- bauten Betriebsklasse.

chigen forstlichen Literatur hat sich der von KROTH (1968) geprägte Begriff des *Grenzertragsprozents* mittlerweile durchgesetzt.<sup>136</sup>

Mit den bisherigen Ergebnissen der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, dass der Ansatz über das Grenzertragsprozent unabhängig vom Fischerei-Modell entwickelt wurde, mit Letzterem in der Lösung jedoch nahezu identisch ist. Für den Ansatz über das Grenzertragsprozent konnten damit auch die theoretischen Grundlagen ergänzt werden. Es stellt sich nun die Frage, wie das Fischerei-Modell im Verhältnis zum Faustmann-Modell zu bewerten ist. Dazu sollen zunächst die Vergleiche betrachtet werden, die innerhalb der Forstwissenschaft zwischen dem Ansatz über das Grenzertragsprozent und dem Faustmann-Modell durchgeführt wurden. Anschließend sollen die Überlegungen der Wissenschaftler betrachtet werden, die sowohl mit dem Fischerei-Modell als auch mit dem Faustmann-Modell vertraut waren.

### 2.6.3.1 Vergleich des Grenzertragsprozents mit dem Faustmann-Modell

DUERR (1960, S. 132 ff) vergleicht das Ergebnis der optimalen Umtriebszeit nach der Methode des Grenzertragsprozents mit dem nach der Methode der Bodenreinertragslehre (Faustmann-Modell). Dabei errechnet sich nach dem Grenzertragsprozent eine kürzere Umtriebszeit. DUERR erklärt dies mit den Kosten der Regulierung der Altersklassenzusammensetzung. Das Faustmann-Modell liefert nach DUERR die optimale Umtriebszeit für ein Bewirtschaftungsprogramm, das periodisch im Abstand der Umtriebszeit Erlöse liefert. Dem Grenzertragsprozent entspricht ein Bewirtschaftungskonzept, das jährliche Erlöse gewährt. Die kürzere Umtriebszeit führt er auf Kosten zurück, die als Tribut für die Möglichkeit jährlicher Erträge betrachtet werden können:

„In this scheme, the cost of lengthening the rotation will include more than simply waiting for current and subsequent yields. The cost will also include shrinking down the proportion of the property on which the annual yield can be realized.“<sup>137</sup>

Diese Erklärung erscheint unbefriedigend: Wenn das Faustmann-Modell auf normal aufgebaute Betriebsklassen angewendet wird, ist bei einer Änderung der Umtriebszeit die Flächenteilung ebenfalls zu ändern (vgl. S. 53). Dies ist keine Besonderheit für den Ansatz nach dem Grenzertragsprozent. Unterschiede in den Ergebnissen beider Ansätze sollten sich daraus deshalb nicht ergeben.

Die Frage nach der Ursache der unterschiedlichen Ergebnisse greifen ODERWALD und DUERR 1990 noch einmal auf. Während das Faustmann-Modell sowohl für den „aussetzenden“ als auch den „nachhaltigen“ Betrieb geeignet ist, d.h. für Einzelbestände und gar Einzelbäume bis hin zu ganzen Betriebsklassen, sei der Ansatz über das Grenzertragsprozent nur für die größeren Einheiten anwendbar. Das Faustmann-Modell unterstelle unteilbares („indivisible“) Sachvermögen, während der Ansatz über das Grenzertragsprozent teilbares („divisible“) Sachvermögen voraussetze. Es muss jederzeit ein Bruchteil des Holzvorrats nutzbar sein. Da die Holznutzung voraussetzt, dass der ganze Baum geerntet wird, sei der Ansatz über das Grenzertragsprozent nicht auf Einzelbäume und nur bedingt auf einen einzelnen Waldbestand anwendbar. Nach ODERWALD und DUERR ignoriert das Faustmann-Modell andererseits die

---

<sup>136</sup> vgl. MÖHRING, 1994, S. 63 u. KNOKE, 1998, S. 97.

<sup>137</sup> DUERR, 1960, S. 134, vgl. auch DUERR, 1993, Kap.22.

Wechselwirkungen zwischen den verschiedenen Waldbeständen und Waldbäumen. ODERWALD und DUERR vermuten als Grund für die kürzeren optimalen Umtriebszeiten, die sich nach dem Ansatz über das Grenzertragsprozent errechnen, dass dieser Ansatz bei teilbarem Sachvermögen den möglichen Wechselwirkungen zwischen den Bestandteilen Rechnung trägt.

Damit wurden zwei Argumentationslinien aufgebaut. Nach der einen Argumentation sind die Unterschiede auf die Anpassung der Altersstruktur der Bestände zurückzuführen, nach der anderen auf eine unterschiedliche Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den Bäumen bzw. Waldbeständen.

### **2.6.3.1.1 Anpassung der Alterszusammensetzung**

Auch MÖHRING (1994, S. 67) stellte Vergleiche zwischen dem Faustmann-Modell und dem Ansatz über das Grenzertragsprozent an. Er vergleicht die interne Verzinsung, die sich durch die Verlängerung der Umtriebszeit einer Fichten-Betriebsklasse um 5 Jahre nach dem Faustmann-Modell errechnet, mit dem Grenzertragsprozent.<sup>138</sup> Die von MÖHRING festgestellten Unterschiede stimmen mit den Ergebnissen von ODERWALD und DUERR überein. MÖHRING stellt für gleiche Umtriebszeiten eine geringere Rentabilität einer weiteren Vorratsaufstockung nach dem Ansatz über das Grenzertragsprozent als nach dem Ansatz über den Bodenertragswert fest. Dies bedeutet, dass dieselbe Rentabilität nach beiden Ansätzen nur erreicht wird, wenn für das Grenzertragsprozent kürzere Umtriebszeiten zugrundegelegt werden. MÖHRING erklärt die Unterschiede damit, dass der Ansatz über das Grenzertragsprozent die Zeitpunkte der Ein- und Auszahlungsvorgänge, die durch eine marginale Vorratswertänderung ausgelöst werden, nicht berücksichtigt. MÖHRING (1994, S. 67) kritisiert diesen Ansatz deshalb als einen komparativ statischen Vergleich, der keinen Aufschluss über den „dynamischen Übergangsprozess“ liefere.

KNOKE (1998, S. 119) vergleicht ebenfalls die Rentabilität einer geringfügigen Vorratsänderung nach dem Ansatz über das Grenzertragsprozent mit dem von MÖHRING beschriebenen Ansatz über den Bodenertragswert, der die Zeitpunkte der Ein- und Auszahlungen berücksichtigt, allerdings für einen Plenterwald. Er stellt nur einen unerheblichen Unterschied zwischen den Ergebnissen fest. Er vermutet, dass die fast identischen Ergebnisse darauf zurückzuführen sind, dass die Veränderungen der Zahlungsströme beim Plenterwald im Gegensatz zum Altersklassenwald viel rascher abebben. Er weist darauf hin (S. 131), dass die Berechnung des Grenzertragsprozents nach dem Vorschlag von KROTH (1968) mit der Verwendung des Normalwaldmodells implizit die Annahme enthält, dass die Vorratsänderung durch gleichzeitige Anpassung aller Altersklassen erfolgt, während MÖHRING bei der Berechnung der internen Verzinsung nach dem Faustmann-Modell einen 100jährigen Anpassungszeitraum mit entsprechend geringeren Opfern am Wertzuwachs unterstellt.

Tatsächlich berücksichtigt der Ansatz über das Grenzertragsprozent nach dem Vorschlag KROTHS die Zeitpunkte der Ein- und Auszahlungen sehr wohl. Allerdings erfolgt die Anpassung des Holzvorrats nicht optimal.

---

<sup>138</sup> Tatsächlich sind beide Berechnungen keine Grenzwert-, sondern Differenzenbetrachtungen. Es wird nicht die Rentabilität einer marginalen Erhöhung des Holzvorratswerts betrachtet, sondern die einer Erhöhung des Holzvorrats um die Differenz von Umtriebszeiten mit 5jährigem Abstand.

DUERR hat 1993 in einem Lehrbuch die Berechnung der optimalen Vorratshöhe für eine Betriebsklasse nach dem Grenzertragsprozent ausführlich beschrieben.<sup>139</sup> Dieser Beschreibung ist zu entnehmen, dass er die Abtriebswerte unterschiedlicher Vorratsniveaus einer Betriebsklasse und die jeweilige Produktivität wie KROTH (1968) aus den Werten für normal aufgebaute Betriebsklassen ableitet. Dies bedeutet, dass seine Betrachtung ebenfalls die simultane Anpassung aller Altersstufen der Betriebsklasse unterstellt.

Die frühere Vermutung von DUERR (1960), dass die Unterschiede in den Ergebnissen auf die Anpassung der Alterszusammensetzung zurückgeführt werden können, erweist sich als begründet. Die Anpassung des Holzvorrats muss nach dem Ansatz über das Grenzertragsprozent aber nicht durch eine simultane Anpassung aller Altersstufen erfolgen.

### 2.6.3.1.2 Wechselwirkungen zwischen den Bäumen bzw. Waldbeständen

KNOKE nennt als weiteren möglichen Grund für die unterschiedlichen Ergebnisse die von ODERWALD und DUERR diskutierten Wechselwirkungen zwischen den Bäumen und Beständen, die der Ansatz über das Grenzertragsprozent anders als das Faustmann-Modell angeblich abbilden könne (S. 132). Dazu betrachtet er das Belassen des dicksten Baumes in einem Plenterwald um eine weitere Wuchsperiode, da eine marginale Erhöhung des Holzvorrats so realistisch abgebildet werden kann. Er zeigt, dass das Grenzertragsprozent des Plenterbestandes bei dieser marginalen Änderung des Holzvorratswerts geringer ist, als das Weiserprozent für den dicksten Baum des Bestandes (S. 114). Das Weiserprozent bezeichnet die Verzinsung, die durch das Aufschieben der Ernte (hier) des Einzelbaumes um einen marginalen Zeitraum möglich ist. Es wird nach dem Faustmann-Modell berechnet, d.h. außer den Zinskosten werden die dauerhaften finanziellen Folgen des Wartens, also die Bodenrente, berücksichtigt (vgl. S. 15).<sup>140</sup> Das auf den Einzelbaum angewendete Weiserprozent berücksichtigt nicht die Konkurrenzwirkung des belassenen dicken Baumes auf die Nachbarbäume, die einen geringeren Wertzuwachs des gesamten Bestandes zur Folge hat. Insofern kann hier die unterschiedliche Behandlung der Wechselwirkungen die unterschiedlichen Ergebnisse erklären. Wird das Faustmann-Modell auf den gesamten Bestand angewendet, werden die Wechselwirkungen zwischen den Einzelbäumen allerdings sehr wohl abgebildet, wie KNOKE feststellt (S. 121). Es ist deshalb nicht zutreffend, dass die Wechselwirkungen zwischen den Kompartimenten beim Faustmann-Modell immer unberücksichtigt bleiben, wie es die Ausführungen von ODERWALD und DUERR (1990) nahelegen.

Die von verschiedenen Autoren festgestellten unterschiedlichen Ergebnisse zwischen dem Faustmann-Modell und dem Ansatz über das Grenzertragsprozent zur Ermittlung der optimalen Umtriebszeit bzw. des optimalen Holzvorrats können auf eine in den Berechnungen unterstellte nicht optimale Anpassung der Vorratsänderung bzw. des Altersklassenaufbaus zurückgeführt werden. Bedenklich erscheint vor diesem Hintergrund die Empfehlung von DUERR und ODERWALD (1990) und DUERR (1993) an die forstliche Praxis, für den Fall, dass die optimale Umtriebszeit nach dem Kalkül der Bodenreinertragslehre bestimmt wird, den ermittelten Wert um 10 % zu reduzieren.

Es ist festzuhalten, dass der hier vorgestellte Optimierungsansatz in der Anwendung auf den Altersklassenwald methodisch anders umgesetzt werden muss als durch DUERR und KROTH.

---

<sup>139</sup> S. 153-161.

<sup>140</sup> Es wird im deutschsprachigen Raum als „Pressler’sches Weiserprozent bezeichnet.

## 2.7 Die Bewertung des Fischerei-Modells für die Forstwirtschaft nach der Literatur

Im Folgenden soll der Frage nachgegangen werden, warum das Fischerei-Modell von den Autoren, die diesen Ansatz entwickelt (CLARK und MUNRO, 1982) bzw. verwendet haben, bisher nicht auf die Forstwirtschaft übertragen wurde. SIEBERT (1978, S. 145 u. 1983, S. 110) und STRÖBELE (1987, S. 126, 135, 142) scheinen die Übertragung auf die Forstwirtschaft für möglich zu halten. NEHER (1990) hält dies dagegen nicht für zulässig:

„The structure of a forestry problem is distinctly different from the structure used to model the biomass fishery.“<sup>141</sup>

Er begründet dies damit, dass die Zuwachsfunktion bei Fischbeständen „abstractly independent“ vom Ablauf der Zeit sei. Die Zuwachsfunktion fasse die Einzelheiten von Geburt, Reife und Tod aller Fischschwärme zusammen. Obgleich jeder Schwarm sich in der Zeit durch seinen Lebenszyklus bewege, würden die Einzelheiten in der Zuwachsfunktion überdeckt. Bäume dagegen seien einzeln und verschieden. Jeder Bestand könne beobachtet und seine Reife im Zeitablauf exakt dokumentiert werden. Die zeitliche Entwicklung der Bäume würde üblicherweise in realen Werten ausgedrückt. Die Wertentwicklung der Bäume sei explizit vom Baumalter abhängig.<sup>142</sup>

Der Argumentation NEHERS wird nicht zugestimmt. Ein direkter Zusammenhang zwischen der Zuwachsentwicklung von Bäumen und der Zeit besteht nicht. Das Zuwachspotential eines Baumes hängt vielmehr von Faktoren wie der Blatt- und Wurzelmasse sowie der Fläche des Kambiums ab. Zwischen diesen Parametern und der Baumdimension besteht ein enger Zusammenhang. Der Zusammenhang mit dem Baumalter besteht nur insofern, als Blatt- und Wurzelmasse sowie Kambiumfläche in der Zeit nur allmählich akkumuliert werden und das Zuwachspotential damit aufgebaut wird. Die Annahme eines funktionalen Zusammenhangs zwischen Holzvorrat und Zuwachs ist deshalb sicher ebenso berechtigt wie die des Zusammenhangs von Holzzuwachs und Zeit. Im übrigen wird in dem hier vorgestellten Modell über den Holzvorrat eine implizite Abhängigkeit des Zuwachses von der Zeit angenommen. Der Argumentation, dass der Wert eines Baumes explizit vom Baumalter abhängt, kann ebenfalls nicht gefolgt werden. Dies mag für Produkte, wie z.B. Spirituosen, zutreffen.<sup>143</sup> Zumindest für Sägeholz beziehen sich die Stückpreise dagegen eher auf die Dicke der einzelnen Stammstücke und bei Industrieholz besteht weder ein Zusammenhang zum Baumalter noch zur Baumdimension.

Auch CLARK (1990, S. 267) argumentiert ähnlich wie NEHER, warum er für die Forstwirtschaft das Faustmann-Modell verwendet, statt das Modell für die Fischerei:

„Unfortunately, the dynamics of many important biological resources cannot be realistically described by means of simple lumped-parameter models. Most fish populations, for example, consist of fish of several different ages; both commercial value and reproductive potential generally depend on the age of the individual fish. These phenomena are often highly significant in determining optimal harvest policies. But including age structure

---

<sup>141</sup> NEHER, 1990, S. 59.

<sup>142</sup> NEHER, 1990, S. 60.

<sup>143</sup> vgl. LÖFGREN, 1995, S. 159.

in the analysis introduces significant new mathematical difficulties. Indeed, the problem of the optimal harvesting of age-distributed populations remains unsolved in general.“

Die Abhängigkeit des Wertes und des Zuwachspotentials vom Alter nennen damit beide Autoren als Grund, warum sie dem Faustmann-Modell für die Forstwirtschaft den Vorzug geben. Beide Parameter können allerdings auch als abhängig von der Höhe des Holzvorrats betrachtet werden. Der eigentliche Kern in der Argumentation von NEHER und CLARK ist wohl eher, dass das Faustmann-Modell Aussagen dazu treffen könne, welches Holz geerntet werden soll. Während in der Hochseefischerei die Ernte in Bezug auf das Entwicklungsstadium der Fische technisch bedingt wohl eher undifferenziert erfolgt, ist in der Forstwirtschaft eine gezielte Ernte einzelner Bäume oder Waldbestände nach ihrem Entwicklungsstadium möglich. Wenn die Altersstruktur von Fischpopulationen beim Fang ohnehin weitgehend unberücksichtigt bleibt, dann ist eine Berücksichtigung im Optimierungsmodell nicht erforderlich.

Es stellt sich die Frage, ob das Faustmann-Modell dem hier vorgestellten Optimierungsansatz überlegen ist, weil es womöglich bessere Aussagen dazu treffen kann, welches Holz entnommen werden soll, wie es die Argumentationen von NEHER und CLARK nahelegen. Bevor diese Frage beantwortet wird, soll im Folgenden untersucht werden, welche Aussagen der hier vorgestellte Ansatz darüber machen kann, welches Holz im Wald entnommen werden soll.

### 2.7.1 Die Auswahl des zu nutzenden Holzes

Die Ernte gleicher Holzmengen kann allein aus Durchforstungen oder nur aus Endnutzungen realisiert werden. Der erzielbare Nettostückerlös ( $P - C$ ) wird in beiden Fällen deutlich unterschiedlich sein. Das Fischerei-Modell setzt voraus, dass der funktionale Zusammenhang zwischen Nettostückerlös und Nutzungsmenge bekannt und gleichbleibend ist. Tatsächlich ist dieser Zusammenhang jedoch vom Nutzungsregime abhängig. Ein Nutzungsregime soll hier als ein bestimmtes Schema von Durchforstungsart und -stärke sowie Art der Endnutzung verstanden werden. Hinzu kommt, dass auch die Zuwachsfunktion und die Funktionen, die den Zusammenhang zwischen Preis bzw. Kosten und Holzvorrat beschreiben, an ein bestimmtes Nutzungsregime gebunden sind. Der Ansatz hat deshalb nur Gültigkeit, wenn das Nutzungsregime beibehalten wird, so dass die genannten Funktionen durch die Art der geernteten Holzmengen nicht verändert werden.<sup>144</sup> Indem wir die Preis- und Kostenfunktionen  $P$  und  $C$  in ihrer Abhängigkeit von der Nutzungsmenge  $Y$  so spezifiziert haben, dass bei der Ernte des Zuwachses ( $Y = f(M)$ ) genau der Wertzuwachs des Holzvorrats geerntet wird, haben wir bereits ein bestimmtes und gleichbleibendes Nutzungsregime unterstellt. Die Lösung der Aufgabe, die Nutzungsmengen zu optimieren, setzt voraus, dass die Aufgabe, das Nutzungsregime zu optimieren, zuvor gelöst wird. Der hier vorgestellte Ansatz kann aufzeigen, nach welchen Kriterien das Nutzungsregime zu optimieren ist. Dazu soll nochmals die Bedingung für das Optimum betrachtet werden:

$$r = f_M + \frac{(P_M - C_M) \cdot f(M)}{P - C} \quad (73)$$

Die interne Verzinsung des Holzvorratsvermögens kann bei konstanten Erntemengen ( $Y(t) = f(M)$ ) durch das ausgewählte Nutzungsregime über  $f_M$  und den Quotienten  $P_M - C_M / P - C$  ver-

---

<sup>144</sup> Auch DUERR und BOND (1952, S. 13) setzten bei ihrem Ansatz eine gleichbleibende Durchmesserverteilung für den Plenterwald voraus.

ändert werden. Sie ist um so größer, je größer der Grenzmassenzuwachs und je größer der Grenzwertzuwachs im Verhältnis zum erntekostenfreien Stückerlös ist. Ansätze zur Optimierung des Nutzungsregimes müssen darauf abzielen, die Summe der Beiträge beider Parameter zu maximieren. Empirische Untersuchungen können Aufschluss darüber geben, welche Bedeutung den einzelnen Parametern beizumessen ist.

Für die Entscheidung darüber, in welchen Beständen unterschiedlichen Alters innerhalb einer Betriebsklasse die Holznutzungen realisiert werden sollen oder welcher Baum innerhalb eines Bestandes entnommen werden soll, kann aus Gleichung (73) das Kriterium abgeleitet werden, jeweils das Holz zu entnehmen, welches die interne Verzinsung des gesamten Holzvorratsvermögens am wenigsten vermindert. Wenn angenommen wird, dass sowohl die Zuwachsfunktion  $f(M)$  als auch die Funktion des Nettostückerlöses  $P - C$  mit Bezug auf den Vorrat konkav sind, dann sind die Bäume grundsätzlich „vom stärkeren Ende her“ zu nutzen. Je stärker die Bäume, desto geringer ist ihr Grenzmassenzuwachs und desto geringer ist der marginale Zuwachs am Holzerlös im Verhältnis zu dem bereits erreichten Wert. Die Entnahme stärkerer Bäume verringert die interne Verzinsung des gesamten Holzvorratskapitals vergleichsweise weniger als die Entnahme schwächerer Bäume.

Bei der Betrachtung der Zuwachs- und Wertentwicklung von Einzelbeständen oder -bäumen ist allerdings aus folgenden Gründen Vorsicht geboten:

Die interne Verzinsung, also die Eigenertragsrate des gesamten Holzvorratsvermögens könnte als zusammengesetzt aus den Eigenertragsraten der einzelnen Bestände bzw. der einzelnen Bäume betrachtet werden. Es wären dann vergleichbar einem Arbitragekalkül<sup>145</sup> jeweils die Bäume zu entnehmen, die im Vergleich zu den anderen die geringste Eigenertragsrate aufweisen. Diese Betrachtung würde jedoch die Wechselwirkungen<sup>146</sup> zwischen den Beständen oder den Bäumen, die das Wachstum der Bestände oder der Einzelbäume negativ (z. B. Konkurrenz) und positiv (z.B. Schutz) beeinflussen können, außer Acht lassen. Nach dem oben beschriebenen Kriterium kommt es bei der Optimierung auf die Auswirkungen der Holzentnahme auf die Eigenertragsrate des gesamten Holzvorrats an. Dies bedeutet, dass die Wechselwirkungen zwischen Beständen (z.B. Sturmschutz) bzw. zwischen Einzelbäumen (z.B. Lichtkonkurrenz, Frostschutz) in ihrer Bedeutung für die interne Verzinsung des gesamten Holzvorratskapitals mit berücksichtigt werden müssen. Einfache waldbauliche Regeln können aus dem vorgelegten Entscheidungskriterium, die interne Verzinsung des Holzvorrats bei gegebener Nutzungsmenge zu maximieren, nicht abgeleitet werden.

Betrachten wir jetzt, wie andere Autoren mit der Frage nach dem optimalen Nutzungsregime umgegangen sind.

---

<sup>145</sup> MANKIW, 1997, S. 652: „The process of taking advantage of differences in prices in different markets is called arbitrage.“

<sup>146</sup> vgl. KNOKE, 1998, S. 91.

## 2.8 Das Durchforstungsproblem

Das Faustmann-Modell nimmt in der klassischen Formulierung die Vornutzungen (Durchforstungen) einfach als vorgegebene Größen an. Die Wertentwicklung eines Waldbestandes wird allerdings auch von den Vornutzungen bestimmt. Werden die Durchforstungen in die Betrachtung einbezogen, müssen sowohl deren Zeitpunkte als auch Intensitäten bestimmt werden. Da die weitere Zuwachsentwicklung nach einer Durchforstung von diesen Variablen abhängt, entsteht ein komplexes Optimierungsproblem, das nicht allein funktionsanalytisch gelöst werden kann.

### 2.8.1 Ansätze zur Lösung des Durchforstungsproblems im Rahmen des Faustmann-Modells

Eine nach Auffassung des Verfassers überzeugende Lösung des Durchforstungsproblems gelang KILKKI und VÄISÄNEN (1970, S. 5). Sie bestimmten für einzelne Waldbestände nach dem Kriterium der Kapitalwertmaximierung mittels dynamischer Programmierung die optimalen Durchforstungsmengen bei gegebenen Vorratshöhen und Bestandesalter. Die Endnutzung als die extremste Form der Durchforstung war bei jedem Bestandesalter eine Option und wurde dann als die optimale bestimmt, wenn damit der Kapitalwert maximiert wurde. Den Endnutzungsnettoerlösen wurde dabei der Bodenertragswert hinzugerechnet, der sich beim verwendeten Kalkulationszinsfuß errechnet.

Eine analytische Lösung des Problems versuchte NÄSLUND (1969). Er wendete das Maximumprinzip der Kontrolltheorie auf die Problemstellung an. Er wählte den Abtriebswert als Zustandsvariable und die Funktion der Durchforstungsmengen über der Zeit (bis zum Endzeitpunkt der Umtriebszeit) als Steuervariable. Der Abtriebswert wurde als abhängig von der Umtriebszeit und den Durchforstungen betrachtet. Als Kriterium für das Optimum verwendete er ebenfalls die Kapitalwertmaximierung, wobei er die Durchforstungs- und Abtriebswert(netto)erlöse als periodisch im Abstand der Umtriebszeit eingehende ewige Renten betrachtete. Nach dem Maximumprinzip bestimmte er dann sowohl die optimale Umtriebszeit als auch das optimale Durchforstungsregime. Ob seine Methode praktisch umsetzbar ist, bleibt offen. NÄSLUND demonstrierte dies nicht an einem Beispiel.<sup>147</sup> Alle Versuche anderer Autoren, die Gleichungen zu lösen, die sich nach dem Ansatz von NÄSLUND ergeben, blieben erfolglos.<sup>148</sup> Als Entscheidungsregel kann aus den Ergebnissen von NÄSLUND abgeleitet werden, die Durchforstungen in ihrer Intensität soweit auszudehnen, bis der Zuwachs der Durchforstungs(netto)erlöse dem Vorwert der durch die Durchforstung bedingten Abnahme des Abtriebswertes entspricht. Dies bedeutet, dass die Grenzerlöse und Grenzkosten, die mit der Durchforstung mit Bezug auf die Menge verbunden sind, einander gleich sein müssen. NÄSLUND unterstellt mit der Bewertung der Erlöse als periodische ewige Rente, dass das Durchforstungsregime auf Dauer beibehalten wird. Damit hat sein Ansatz nur Gültigkeit, wenn der Bestand dem optimalen Nutzungsregime von seiner Begründung an unterzogen wird.

SCHREUDER (1971) betrachtete wie KILKKI und VÄISÄNEN die Endnutzung lediglich als extreme Form der Durchforstung und wie NÄSLUND die Nettoerlöse aus den Durchforstungen als periodisch im Abstand der Umtriebszeit eingehende ewige Rente. Er versuchte ebenfalls,

---

<sup>147</sup> SCHREUDER (1971, S. 33) kritisiert an dem Beitrag von NÄSLUND: „He formulated the problem in variational form but did not present explicit ways of solving.“ Vgl. auch BRODIE et al. 1978, S. 513.

<sup>148</sup> z.B. SCHREUDER, 1971, S. 335; KAO und BRODIE, 1980, S. 338.

die Aufgabe mit Hilfe des Maximumprinzips zu lösen, was ihm jedoch nicht gelang.<sup>149</sup> Mittels Rückwärtsrekursion nach der Methode der dynamischen Programmierung optimierte er schließlich das Durchforstungsregime und die Umtriebszeit nach dem Kriterium der Kapitalwertmaximierung. Wie der Ansatz von NÄSLUND unterstellt auch dieser Lösungsweg, dass der Bestand dem optimalen Nutzungsregime von seiner Begründung an unterzogen wird. Er gibt keine Hinweise, wie das optimale Nutzungsregime ausgehend von einem nicht optimalen Zustand am günstigsten erreicht werden kann.

BRODIE, ADAMS und KAO (1978) nutzten ebenfalls die dynamische Programmierung. Sie betrachteten wie SCHREUDER den Vorrat in einem bestimmten Alter als Zustandsvariable, die Durchforstungsmengen einschließlich der Endnutzung über der Zeit als die Steuervariable und die Kapitalwertmaximierung als Optimierungsziel. Sie nutzten aber die Vorwärtsrekursion als Methode der dynamischen Optimierung. Sie bestimmten für einen Douglasienbestand zum einen das optimale Nutzungsregime, das bei Betrachtung nur einer Umtriebszeit gültig ist, zum anderen das optimale Nutzungsregime, das sich bei der Betrachtung unendlich vieler Umtriebe errechnet. Im ersten Fall wurden die Durchforstungs- und Endnutzungsnettoerlöse als einmalige Einzahlungen, im zweiten Fall als ewige im Abstand der Umtriebszeit periodisch eingehende Renten bewertet. Als nachteilig an der Vorwärtsrekursion betrachteten sie, dass für Vorratshöhen, die nicht dem Optimum entsprechen, der Weg hin zum Optimum nicht unmittelbar berechnet werden kann. Ein Vorteil der Rückwärtsrekursion sei dagegen, dass für jede zeitliche Zwischenstufe die Wege hin zum Optimum bekannt seien.

Dies trifft zu, wenn nur eine Umtriebszeit betrachtet wird. Bei unendlichem Zeithorizont würde es aber bedeuten, dass die nicht optimale Vorratshöhe im Startzeitpunkt periodisch im Abstand der Umtriebszeit wieder eingenommen werden müsste.

Um den rascheren Durchmesserzuwachs bei stärkeren Durchforstungen und damit auch den rascheren Wertzuwachs abbilden zu können, erweiterten BRODIE und KAO (1979) das Modell um eine zusätzliche Dimension. Als Zustandsvariable wählten sie anstelle der Komponenten Vorrat und Zeit die Komponenten Stammzahl, Grundfläche und Zeit. Sie machten deutlich, welche Schwierigkeiten die diskrete Problemformulierung, wie sie für die dynamische Programmierung erforderlich ist, verursacht. Die Lösung ist nämlich auch abhängig von den für die diskrete Beschreibung gewählten Abständen zwischen zwei Zuständen (z.B. Durchforstungsmengen in 1 m<sup>3</sup>, 5 m<sup>3</sup> oder 10 m<sup>3</sup> - Stufen), ohne dass diese Einflüsse auf das Ergebnis offensichtlich werden. BRODIE und KAO empfahlen deshalb Sensitivitätsanalysen. Durch Variation der Modellparameter kann deren jeweiliger Lösungsbeitrag deutlich gemacht werden.

Damit wird die Schwäche der dynamischen Programmierung offensichtlich. Qualitative Einsichten können aus den Lösungen nicht unmittelbar gewonnen werden. Dazu sind vielmehr Sensitivitätsanalysen mit einer Vielzahl von Rechengängen notwendig.

RITTERS et al.(1982) erweiterten das Modell von BRODIE und KAO um den „Zeitraum seit der letzten Durchforstung“ als weitere Komponente der Zustandsvariable und optimierten das Nutzungsregime in einem silvio-pastoralen System simultan für die Holz- und Weidefutterproduktion. Das zugrundeliegende ökonomische Kalkül blieb aber unverändert. KAO (1982) verwendete die stochastische dynamische Programmierung, um dem Umstand Rechnung zu tragen, dass eine deterministische Wachstumsfunktion unrealistisch ist, weil der Zuwachs in der Zeit streut.

---

<sup>149</sup> S. 336

Im Kontext des Faustmann-Modells erscheint die dynamische Programmierung eine geeignete Methode zur Lösung des Durchforstungsproblems. Wenn mit der Optimierung auch ausgehend von einem nicht optimalen Zustand der Weg hin zum Optimum gefunden werden soll, kann die Berechnung in zwei Schritten vorgenommen werden. Zunächst wird für einen Waldbestand das optimale Durchforstungsregime und die optimale Umtriebszeit unter der Annahme bestimmt, dass der Bestand dieser Behandlung von der Begründung an unterzogen werden kann. Dann wird in einem zweiten Schritt für den Bestand, der im gegebenen Alter nicht den optimalen Holzvorrat hat, das optimale Nutzungsregime ebenfalls nach dem Kriterium der Kapitalwertmaximierung bestimmt. Die Endnutzung ist dabei jedesmal eine Option der Durchforstung. Bei dieser Endnutzungsoption wird den Holzerlösen der im 1. Schritt berechnete Kapitalwert (Bodenertragswert) hinzugerechnet.

### **2.8.2 Ansätze zur Lösung des Durchforstungsproblems unter Verwendung des Grenzertragsprozents**

DUERR (1960, S.137) gab bereits einen Hinweis darauf, wie das Durchforstungsproblem im Altersklassenwald mit Hilfe des Ansatzes über das Grenzertragsprozent gelöst werden könnte. Danach sollten die Durchforstungen so geführt werden, dass der Bestand stets die optimale Vorratshöhe hat. Die optimale Vorratshöhe hat der Bestand nach DUERR, wenn das Grenzertragsprozent dem Kalkulationszinssatz entspricht. CHAPPELLE und NELSON (1964) entwickelten dazu ein Modell und berechneten optimale Durchforstungsregime für die Baumart *Pinus taeda* (loblolly pine). Den Holzzuwachs beschrieben sie in einer Zuwachsfunktion als abhängig von den Variablen Bestandesalter und Holzvorrat. Bei gegebenem Bestandesalter variiert der Zuwachs dann allein in Abhängigkeit vom Holzvorrat. Nach dem Kalkül des Grenzertragsprozents ist für dieses gegebene Bestandesalter der Holzvorrat optimal, bei dem die Steigung des laufenden Wertzuwachses, die durch eine marginale Erhöhung des im Vorrat eingesetzten Vermögens möglich ist, dem Kalkulationszinssatz entspricht (vgl. auch DUERR 1993, S. 155). Auf diese Weise berechneten sie die optimale Vorratshöhe in unterschiedlichen Bestandesaltern. Für verschiedene Umtriebszeiten errechneten sie dann den Bodenertragswert, der sich ergibt, wenn die Durchforstungen so geführt werden, dass die zuvor ermittelten optimalen Vorratshöhen zu jedem Zeitpunkt bis zur Endnutzung beibehalten werden. Die Umtriebszeit mit dem höchsten Bodenertragswert wurde dann als die optimale bestimmt. Dagegen berechnet DUERR (1993, S. 155 ff) die optimale Umtriebszeit wiederum mit Hilfe des Grenzertragsprozents. Die Kalkulationen von CHAPPELLE und NELSON vollzogen AMIDON und AKIN (1968) mittels dynamischer Programmierung nach.

Die von DUERR, CHAPPELLE und NELSON empfohlene Methode zur Lösung des Durchforstungsproblems ergibt im Hinblick auf das Optimierungsziel nach Auffassung des Verfassers fehlerhafte Ergebnisse. Die Entscheidungsregel des Grenzertragsprozents gilt nur, wenn der Wertzuwachs auch geerntet wird. Nach dem Fischerei-Modell muss der Zuwachs am Holzerlös, der mit einer marginalen Erhöhung des eingesetzten Vermögens erzielt wird, dem Kalkulationszinssatz entsprechen. Ein Holzerlös ist aber nur möglich, wenn das Holz auch geerntet wird. Nach der oben beschriebenen Entscheidungsregel wird nur für einen Moment über die Durchforstung die optimale Vorratshöhe hergestellt. Dieser Zustand ist optimal, wenn er dauerhaft beibehalten wird. Das wollen die genannten Autoren aber gar nicht. Der Bestandwert soll nach ihren Vorstellungen im Folgejahr um den „optimalen Wertzuwachs“ zunehmen, ohne diesen gleich wieder zu ernten. Nach dem Fischerei-Modell müsste dieser Zuwachs wie-

der geerntet werden. Das wachsende Bestandesalter, das hier eine zusätzliche Variable ist, wird wohl nur eine geringfügige Änderung der Erntemengen im Zeitablauf erforderlich machen. Langfristig müsste der zunächst gleichaltrige Bestand sich aber zu einem Plenterwald entwickeln, wenn dem Kalkül des Fischerei-Modells auf Bestandesebene gefolgt wird.

In Kapitel 6.2.1 wurde bereits dargelegt, dass die Optimierung von Nutzungsregime und Nutzungsmengen als getrennte Aufgaben betrachtet werden sollten. Dabei kann das Fischerei-Modell nur aufzeigen, nach welchen Kriterien das Nutzungsregime zu optimieren ist. Mit dem Faustmann-Modell können beide Aufgaben mit Hilfe der dynamischen Programmierung gleichzeitig gelöst werden. Dies ist aber nur auf Bestandesebene möglich. Wechselwirkungen zwischen den Beständen werden dabei nicht berücksichtigt.

## 2.9 Die Eignung der Modelle für die Forstwirtschaft

Das Faustmann-Kalkül kann sowohl auf den Einzelbaum als auch auf einen Waldbestand und auf eine ganze Betriebsklasse angewendet werden. Die Vergleiche zwischen dem Grenzertragsprozent und dem Faustmann-Modell (vgl. S. 61 ff) zeigten, dass Letzteres, wenn es auf den Einzelbaum angewendet wird, nicht die Wechselwirkungen zwischen dem Einzelbaum und dessen Nachbarbäumen erfasst (KNOKE, 1997, S. 130). Das Kalkül ist nur dann zutreffend, wenn das Produktionskapital aus nur einem Baum besteht. Wird das Kalkül auf Waldbestände angewendet, dann erfasst es wiederum nicht die Wechselwirkungen zwischen den Waldbeständen. Wird es auf eine gesamte Betriebsklasse angewendet, liefert es zutreffende Aussagen über den Umfang der Holznutzungsmengen, wobei auch alle Wechselwirkungen zwischen den Kompartimenten berücksichtigt werden. Allerdings erfolgen diese Aussagen in dem gleichen groben Maßstab, der dem Fischerei-Modell zugrunde liegt. In dieser Unschärfe kann dann auch das Faustmann-Modell keine präzisen Aussagen darüber machen, welches Holz geerntet werden soll. Bezüglich der Aussagen zum Umfang der Holznutzungen in ganzen Betriebsklassen werden beide Ansätze deshalb vom theoretischen Standpunkt aus als gleichwertig betrachtet.

## 2.10 Weitere Ansätze aus der Forstwissenschaft

HEAPS stellte 1984 einen Ansatz vor, der mit der Betrachtung der Vorratsentwicklung in der Zeit grundsätzlich dem Faustmann-Modell entspricht. Er erweiterte dieses Modell aber dadurch, dass er das optimale Erntealter von Waldbeständen einer nicht normal aufgebauten Betriebsklasse bestimmen wollte. Dazu verwendete er das Maximumprinzip und wählte dabei als Steuervariable die Abnutzungsfläche und als Zustandsvariable die Altersklassenverteilung. Die Kapitalwertmaximierung war wiederum das Optimierungskriterium. Er fand als Lösung eine allgemeinere Form der Faustmann Formel, die mit der Faustmann Formel nur im Fall einer normal aufgebaute Betriebsklasse übereinstimmt.<sup>150</sup> HEAPS bedauerte es, die sinkenden Holzerntekosten mit zunehmendem Baumalter<sup>151</sup> nicht abbilden zu können. Dies habe sich als mathematisch nicht realisierbar erwiesen.<sup>152</sup> Seine Formel hält er außerdem für numerisch nicht lösbar und deshalb schwierig praktisch anwendbar.<sup>153</sup>

---

<sup>150</sup> HEAPS, 1984, S. 143.

<sup>151</sup> HEAPS, 1984, S. 133: Er faßt diese als „economies of scale“ auf.

<sup>152</sup> HEAPS, 1984, S. 133.

<sup>153</sup> HEAPS, 1984, S. 142.

Auch GEHRELS (1982, S. 196) wendete den Ansatz des Maximumprinzips auf die Forstwirtschaft an. Nach seinem Modell wird ebenfalls der Erntezeitpunkt von Waldbeständen optimiert. Sein Ansatz bleibt aber hinter dem traditionellen Ansatz der Bodenreinertragslehre insofern zurück, als er keine Erntekosten berücksichtigt und die Holzpreise als unabhängig vom Bestandesalter betrachtet.<sup>154</sup>

Einen völlig anderen Ansatz als die vorherigen verfolgte PELZ (1977). Er betrachtete die Aufgabe, die Nutzungsmengen zu optimieren, als ein Lagerhaltungsproblem mit dem Holzvorrat als Lagerbestand. Bei optimaler Lagerhaltung bestanden die Lagerkosten allein aus den Zinsen auf den Lagerbestand. Über- und Unterbevorratung verursachten gegenüber der optimalen Lagerhaltung zusätzliche Kosten. Funktionsanalytisch sollten die Kosten der Lagerhaltung minimiert werden. PELZ demonstrierte seinen Ansatz anhand der von CHAPPELLE und NELSON (1964) spezifizierten Wachstumsfunktion eines Kiefernbestandes. Allerdings unterstellte er, dass der Wert des Holzvorrats je Mengeneinheit unabhängig vom Lagerbestand ist. Ohne dass es PELZ bewusst wurde, ergibt seine Berechnung dadurch als Kriterium für das Optimum wiederum, dass Zinssatz und Grenzmassenzuwachs gleich sein müssen. Dieser Ansatz ist deshalb den einfacheren Optimierungsmodellen zuzuordnen.

---

<sup>154</sup> Bemerkenswert an dem Ansatz GEHRELS ist, dass er offensichtlich ohne Kenntnis der entsprechenden forstökonomischen Konzepte das Modell einer normal aufgebauten Betriebsklasse entwickelt.

### 3. Empirische Grundlagen zur Spezifikation des Modells am Beispiel von Fichtenwäldern

Die Anwendung des in dieser Arbeit vorgestellten Entscheidungskalküls setzt voraus, dass die beschriebenen funktionalen Zusammenhänge anhand empirischer Daten spezifiziert werden können. Außerdem sollten die funktionalen Zusammenhänge so eng sein, dass die darauf gestützten Entscheidungen mit einem vertretbaren Maß an verbleibender Unsicherheit getroffen werden können.

#### 3.1 Die naturalen Größen Holzvorrat und Zuwachs

##### 3.1.1 Datengrundlagen

Für die naturalen Größen Holzzuwachs und -vorrat bietet es sich an, Daten von Forstinventuren zu verwenden. Durch die Konstruktion unechter Zeitreihen kann auf den funktionalen Zusammenhang beider Größen geschlossen werden. Die Daten der Inventuren werden für Zwecke der langfristigen Forstbetriebsplanung grundsätzlich so ausgewertet, dass Aussagen über den Zuwachs und Vorrat jeweils in Abhängigkeit vom Alter der Waldbestände getroffen werden können.<sup>155</sup> Um die direkten Zusammenhänge zwischen diesen beiden Größen darzustellen, kann deshalb nicht auf bestehende Auswertungen für Forstbetriebsplanungen zurückgegriffen werden. Vielmehr müssen Inventurdaten eigens dazu neu ausgewertet werden.

Die genauesten Aussagen zum laufenden Holzzuwachs lassen sich im Falle von Stichprobeninventuren aus Daten von permanenten Inventuren gewinnen. Im Gegensatz zu temporären Stichprobeninventuren werden hier in periodischen Abständen dieselben Bäume wieder gemessen. Aussagen über den Holzzuwachs können aus den Veränderungen der Messwerte zu Durchmesser und Höhen der Einzelbäume abgeleitet werden. Bei temporären Stichproben kann der Zuwachs dagegen durch Betrachtung der Vorratsveränderung von Waldbeständen oder Betriebsklassen zwischen Beginn und Ende der Periode geschätzt werden. FUCHS (1993, S. 74) zeigte an einem Beispiel, dass dabei die Veränderungen der Vorräte je Hektar so stark streuen, dass der Mittelwert der Vorratsveränderung, aus dem auf den Zuwachs zu schließen wäre, mit einem prozentualen Standardfehler von 70 % belastet ist. Der Standardfehler für die Berechnung der Zuwächse aus den Einzelbaumdaten der permanenten Stichprobeninventur lag dagegen unter 3 % (FUCHS, S. 99).

Die wohl umfangreichste Basis forstlicher Daten aus permanenten Stichprobeninventuren in Mitteleuropa besteht für den Staatswald in Bayern. Diese Daten werden für die vorliegende Untersuchung ausgewertet. Dabei werden die Inventurdaten 22 bereits wiederholt aufgenommener Forstämter sowie die des Nationalparks Bayerischer Wald einbezogen. Die Wiederholungsinventuren in den 23 Betrieben erfolgten in den Jahren 1996 bis 1998. Die durchschnittliche Inventurperiode betrug 10 Jahre. Die Auswertung beschränkt sich auf die Baumart Fichte, die nach dem Flächenumfang in den bayerischen Wäldern bei weitem dominiert. Um Effekte von Baumartenmischungen auszuschließen, wurden nur die Stichprobenpunkte in die Auswertung einbezogen, bei denen die Oberschicht ausschließlich aus Fichten bestand. Dies sind fast 12.000 Inventurpunkte. Die Daten wurden zuvor für andere Zwecke von REIMEIER

---

<sup>155</sup> Siehe z.B. das Verzeichnis der verfügbaren Ergebnistabellen für Forstinventuren im bayerischen Staatswald (BAY. ST. MIN. ELF, 1982, Erg. 1991).

aufbereitet. Er führte Plausibilitätsprüfungen durch und nahm Berichtigungen vor (REIMEIER, 1999, S. 2).

In Abb. 17 ist der durchschnittliche Zuwachs über dem Holzvorrat für die Fichtenbestände in den 23 Forstbetrieben dargestellt. Die durchschnittlichen Holzvorräte betragen zwischen 140 und 450 EFm/ha, die Zuwächse zwischen 5 und 14 EFm/ha und Jahr. Das Durchschnittsalter der Fichtenbestände schwankt in den Forstbetrieben zwischen 55 und 132 Jahren und beträgt im Durchschnitt aller Betriebe 71 Jahre. Das hohe Alter von 138 Jahren betrifft den Nationalpark Bayerischer Wald, der nicht mehr bewirtschaftet wird. Aus Abb. 17 wird die Tendenz sichtbar, dass die Zuwächse mit steigendem Holzvorrat zunehmen. Eine quadratische Ausgleichsfunktion vermag etwa 74 % der Streuung der Werte zu erklären.<sup>156</sup>

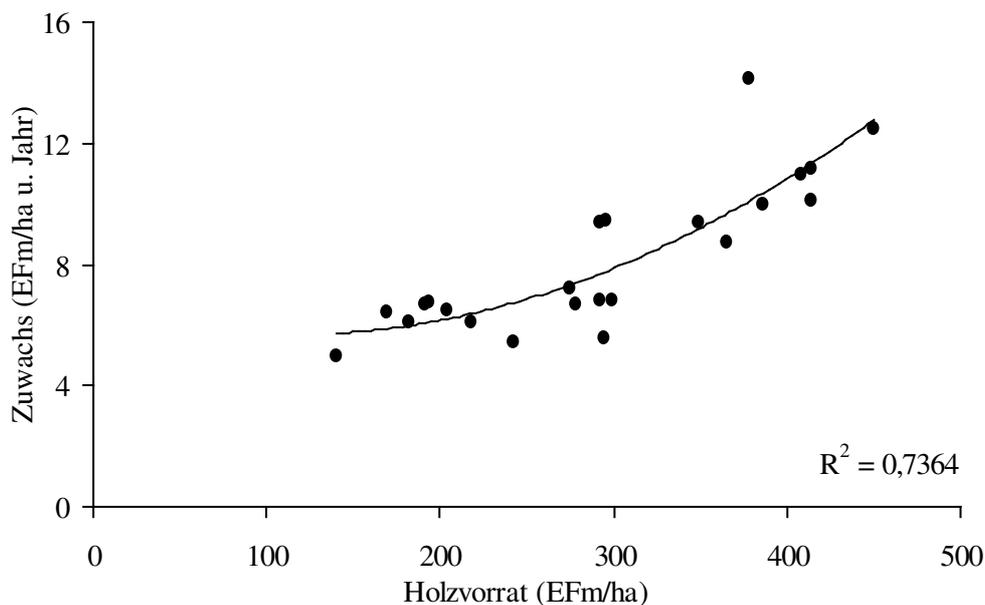


Abb. 17: Der durchschnittliche Holzzuwachs über dem durchschnittlichen Vorrat in 23 Forstbetrieben des bayerischen Staatswaldes und eine quadratische Ausgleichsfunktion.

### 3.1.2 Die Beziehung von Holzvorrat und Zuwachs

Abb. 17 ist quasi eine Momentaufnahme für die Beziehung zwischen Zuwachs und Vorrat der Fichte in 23 Forstbetrieben. Aus den Daten für räumlich nebeneinander liegende Waldflächen sollen hier Aussagen über das zeitliche Nacheinander, also die dynamische Entwicklung abgeleitet werden. Bei der Interpretation von unechten Zeitreihen als ein zeitliches Nacheinander ist jedoch Vorsicht geboten (PRETZSCH, 1999, S. 245). Die in den Zeitreihen zusammengefassten Bestände repräsentieren schließlich auch alle anderen Einflüsse, die den Zuwachs bestimmen, wie die Bestandesbehandlung, die genetische Ausstattung, den Boden und das Klima. Diese Einflüsse sollten sich in der Streuung der Werte ausdrücken. Wenn Variablen identifiziert werden können, die neben dem Vorrat maßgeblich den Zuwachs beeinflussen, könnten die Daten anhand dieser Variablen so stratifiziert werden, dass die Streuung der Werte minimiert wird. Die Entscheidungen über den Umfang der Holznutzungen müssten dann nach den Straten getrennt vorgenommen werden. Dies würde die Sicherheit der Entscheidung auf jeden Fall deutlich verbessern.

<sup>156</sup> Alle statistischen Auswertungen erfolgten mit dem Statistik-Programmpaket SPSS.

Problematischer an der Interpretation der Daten als Zeitreihen erscheint jedoch, dass die Umwelteinflüsse, die den Zusammenhang zwischen Zuwachs und Vorrat heute prägen, in der Zukunft nicht konstant bleiben müssen. Aus zahlreichen Untersuchungen ist bekannt, dass die altersspezifischen Zuwächse der Waldbestände seit mehreren Jahrzehnten in den meisten Regionen Deutschlands beträchtlich angestiegen sind (SPIECKER et al., 1996). Dieser Anstieg wird mit veränderten Umweltbedingungen, wie Temperaturerhöhung, längeren Vegetationszeiten und Stoffeinträgen in Zusammenhang gebracht (PRETZSCH, 1999, S. 245). Die daraus resultierende Unsicherheit in der Entscheidung kann verringert werden, wenn das Ausmaß von Umweltveränderungen und deren Wirkung auf das Waldwachstum prognostiziert werden kann. Die Entwicklung von Modellen, die die Wirkung von Standortsveränderungen auf das Waldwachstum abbilden können, wird die Sicherheit bezüglich der naturalen Zusammenhänge verbessern. Für die praktische Anwendung erscheinen solche Modelle geeigneter als aus unechten Zeitreihen abgeleitete Funktionen. Hier sollen dennoch die tatsächlich im Wald gemessenen Daten verwendet werden, da sie eher ein Bild von der Vielfalt der möglichen Erscheinungen im Wald vermitteln und damit dem Leser ein eigenes Urteil über die Vertrauenswürdigkeit des Ansatzes erlauben.

In Abb. 18 ist der Zuwachs über dem Holzvorrat dargestellt, wie er für die Stichprobenpunkte in allen 23 Forstbetrieben erhoben wurde. Zur Verbesserung der Übersicht sind nur die Ergebnisse einer Zufallsauswahl von 10 % aller Stichprobenpunkte abgebildet.

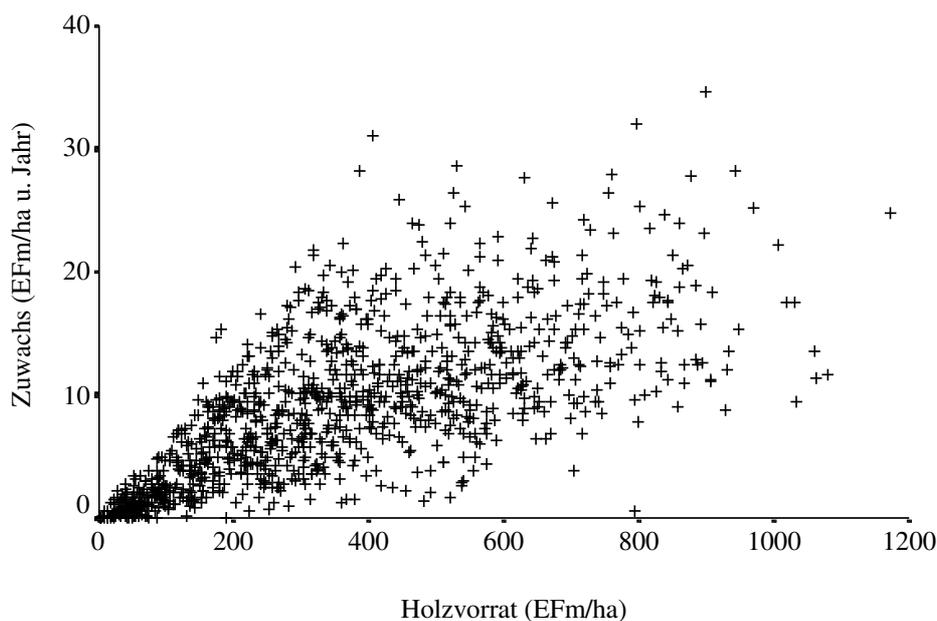


Abb. 18: Der laufende Zuwachs über dem Holzvorrat für Fichte. Ergebnisse für Stichprobenpunkte der permanenten Forstinventur in 23 Forstbetrieben des bayerischen Staatswaldes.

Aus Abb. 18 wird wieder die Tendenz erkennbar, dass der Zuwachs mit dem Holzvorrat steigt. Deutlich wird auch eine erhebliche Streuung der Zuwächse. Daraus kann geschlossen werden, dass die Variable 'Holzvorrat' den Zuwachs nur unzureichend erklärt. Es soll deshalb geprüft werden, welche anderen Variablen den Zuwachs bestimmen. Dazu soll ein multiples Regressionsmodell erstellt werden. Um einen engen funktionalen Zusammenhang zwischen Vorrat und Zuwachs herzustellen, können die Daten anschließend möglicherweise nach den Variablen stratifiziert werden, die neben dem Vorrat den Zuwachs bestimmen.

Die Datengrundlage ist für statistische Analysen insofern problematisch, als die Stichprobepunkte nicht zufällig, sondern systematisch verteilt wurden und die Stichprobendichte zwischen den Forstbetrieben variiert. Die unterschiedliche Stichprobendichte führt dazu, dass Merkmale, in denen sich die Forstbetriebe unterscheiden, mit unterschiedlichem Gewicht in die Analyse eingehen. Diesem Problem kann durch eine nach Forstbetrieben getrennte Analyse der Daten begegnet werden. Das Problem der systematischen Stichprobenauswahl lässt sich nicht lösen. Es muss unterstellt werden, dass keine Verzerrungen bei der Ausprägung von Merkmalen bestehen, die durch die systematische Auswahl bedingt sind.

Die Regressionsanalyse soll nach dem Schätzverfahren der Kleinst-Quadrate-Methode, auch OLS-Methode genannt (engl.: ordinary least squares) durchgeführt werden. Unter bestimmten Voraussetzungen liefert diese Methode die bestmöglichen Schätzungen (URBAN, 1982, S. 106). Es soll zunächst überprüft werden, ob diese Voraussetzungen für den Zusammenhang zwischen Holzvorrat und Zuwachs erfüllt werden.

Die Regressionsmethode setzt zum einen voraus, dass die Beziehung zwischen den Variablen linear ist. In Abb. 19 ist wieder der Zuwachs über dem Holzvorrat dargestellt, diesmal aber nur für einen Forstbetrieb. Außerdem wurde eine Regressionsgerade eingezeichnet, die nach der OLS-Methode geschätzt wurde. Die Abstände parallel zur Ordinate (Y-Achse) zwischen den Punkten und der Regressionsgeraden werden als Residuen bezeichnet (HEIL, 1991, S. 27). Wenn die Beziehung zwischen Vorrat und Zuwachs linear wäre, müssten sich die Residuen rein zufällig um die Regressionsgerade verteilen (URBAN, 1982, S. 162). Aus Abb. 19 ist zu ersehen, dass im Bereich geringer Holzvorräte alle Residuen negativ sind, also unterhalb der Geraden liegen, und damit einer Regelmäßigkeit unterworfen sind. Die Voraussetzung der Linearität ist deshalb nicht erfüllt. Die OLS-Methode kann dennoch angewendet werden, wenn die Linearität durch Transformation der Variablen hergestellt werden kann.

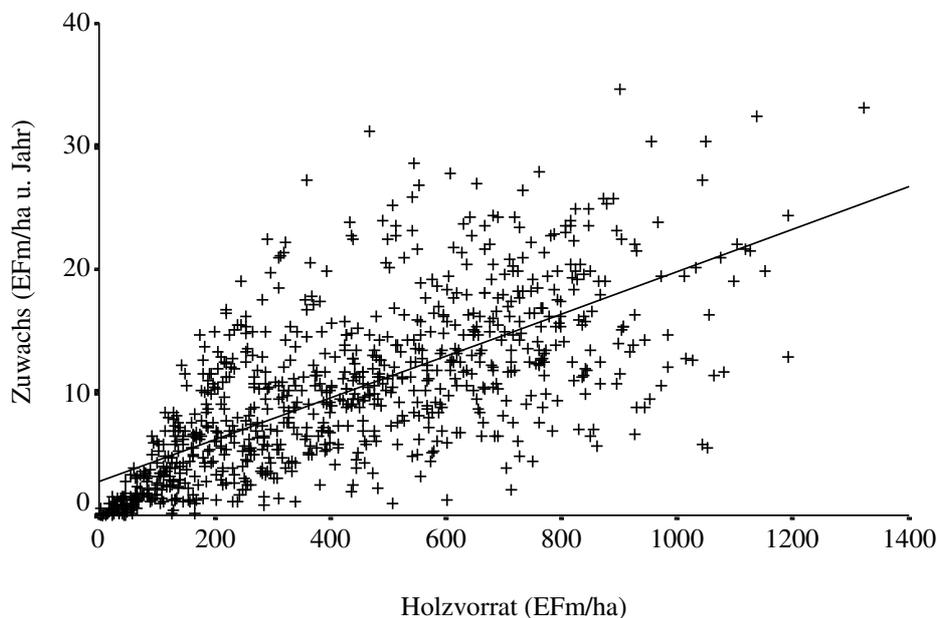


Abb. 19: Der laufende Zuwachs über dem Holzvorrat für Fichte im Forstamt Kempten.

Bisher hatten wir ohnehin keinen linearen Zusammenhang zwischen Zuwachs und Vorrat angenommen, sondern einen quadratischen Kurvenverlauf unterstellt. Die erforderliche Linearität des Modells kann in diesem Fall dadurch hergestellt werden, dass das Quadrat des Holzvorrats als weitere Variable in das Modell eingeführt wird (URBAN, S. 166).

Eine weitere Voraussetzung, die erfüllt werden muss, ist die Streuungsgleichheit der Residuen, die als Homoskedastizität bezeichnet wird (URBAN, S. 193). Aus Abb. 19 wird deutlich, dass die Residuen im Bereich niedriger Holzvorräte nur wenig um die Regressionsgerade streuen. Mit zunehmendem Holzvorrat wächst die Streuung. Bei Streuungsungleichheit können keine zuverlässigen Aussagen zur Signifikanz der Ergebnisse gemacht werden. Die Ursache der Streuungsungleichheit kann eine Fehlspezifikation des Modells sein. Streuungsungleichheit kann darauf hinweisen, dass eine wichtige erklärende Variable noch nicht identifiziert wurde. Die krasse Form der Streuungsungleichheit hier beruht wohl auch auf dem Umgang mit Ausreißern bei der Datenaufbereitung (vgl. REIMEIER, 1999, S.3).<sup>157</sup> Dem Problem der Streuungsungleichheit kann damit begegnet werden, dass die Messwerte mit unterschiedlichem Gewicht in die Schätzung eingehen. Dabei werden die Messwerte mit geringer Streuung, also die Werte im Bereich niedriger Vorräte, stärker gewichtet als die Messwerte mit großer Streuung. Diese Schätzmethode wird als gewichtete Kleinst-Quadrat-Methode oder WLS-Methode (engl.: weighted least squares) bezeichnet (URBAN, S. 200). Die WLS-Methode unterstellt allerdings, dass die Streuung der Residuen sich proportional zu einer unabhängigen Variablen verändert. Abb. 19 deutet aber daraufhin, dass die Streuung nur bis zu einem Vorratsniveau von ca. 500 EFm/ha zunimmt und dann eher konstant bleibt. Es ist deshalb zu vermuten, dass das Problem der Streuungsungleichheit auch durch Anwendung der WLS-Methode nicht vollständig behoben werden kann.

Die Art, wie sich die Streuung der Residuen mit zunehmendem Holzvorrat entwickelt, kann folgendermaßen erklärt werden: Ein Zuwachs von null, also ein ausbleibender Zuwachs, ist auf jedem Vorratsniveau möglich. Dies kann wohl jederzeit durch biotische oder abiotische Schäden verursacht werden. Ein Zuwachs von ca. 30 EFm/ha und Jahr kann offenbar bei keinem Vorratsniveau überschritten werden. Diese Zuwachshöhe bildet wohl eine physische Grenze. Diese Grenze ist die Ursache für den nicht linearen Kurvenverlauf des Zuwachses. Bis zu einem Vorrat von ca. 500 EFm/ha wird der Zuwachs zusätzlich von dem bis dahin erreichten Vorratsniveau beschränkt. Der Zuwachs kann einen bestimmten Anteil des bestehenden Vorrats nicht überschreiten. Die Streuung dieses Anteils, also des Massenzuwachsprozents, bleibt über dem Holzvorrat konstant, wie Abb. 20 zeigt. Erst nahe einem Vorratsniveau von 500 EFm/ha scheint die Streuung abzunehmen. Hier beginnt die andere Restriktion für die Streuung zu greifen, die physische Obergrenze des Zuwachses von ca. 30 EFm/ha.

Die Streuungsungleichheit des Zuwachses über dem Vorrat kann also durchaus erklärt werden. Es wird aber keine Möglichkeit gesehen, die Streuungsungleichheit durch eine andere Spezifikation des Modells aufzuheben.

---

<sup>157</sup> Aufgrund der anderen durchgeführten Plausibilitätsprüfungen wollte der Verfasser nicht auf die Verwendung der aufbereiteten Daten verzichten. Die Heteroskedastizität wäre auch aufgetreten, wenn keine Werte als Ausreißer betrachtet worden wären. Sie wäre lediglich etwas weniger deutlich ausgefallen.

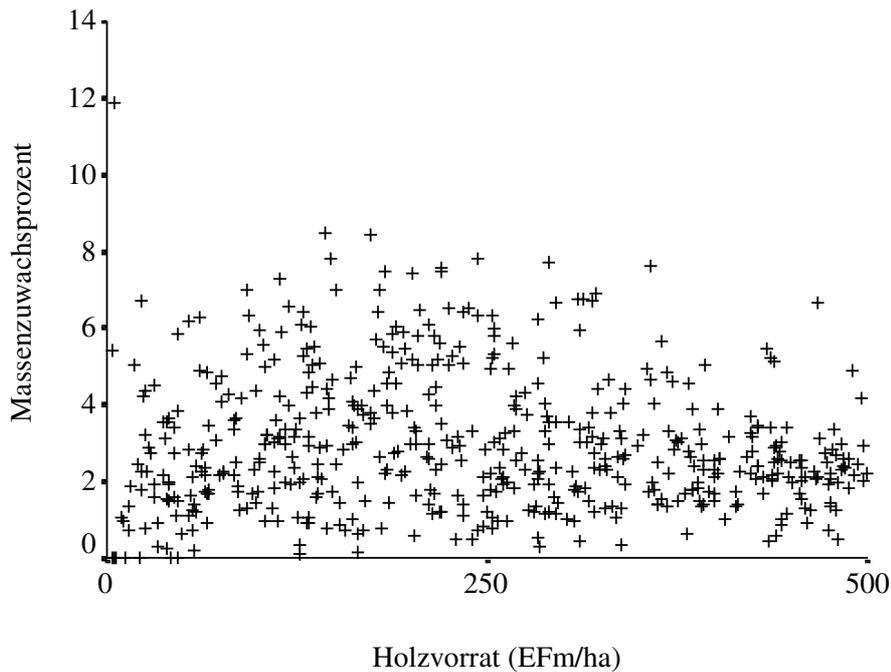


Abb. 20: Die Streuung des Massenzuwachsprozentes (Zuwachs/Vorrat in Prozent) über dem Holzvorrat für Fichtenbestände bis 500 EFm/ha Vorrat im Forstamt Kempten.

In Abb. 21 ist die mit der WLS-Methode geschätzte quadratische Ausgleichskurve für den Zuwachs über dem Holzvorrat der Fichte in einem Forstbetrieb dargestellt.<sup>158</sup> Das Bestimmtheitsmaß beträgt  $R^2 = 0,783$ . Der t-Test weist auf eine hochsignifikante Schätzung mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von weniger als 1/1000 Prozent hin. Aus den dargelegten Gründen ist der Signifikanztest aber mit Vorsicht zu bewerten.

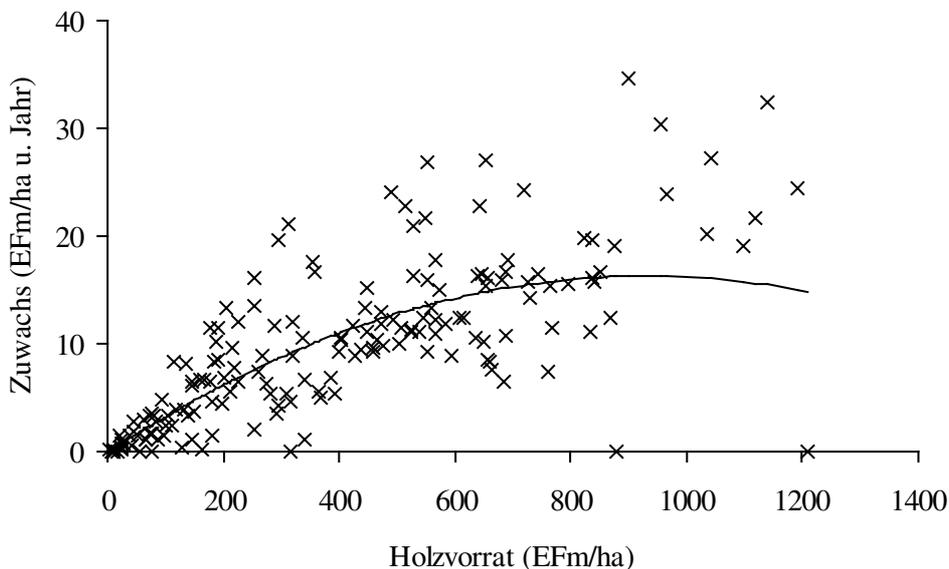


Abb. 21: Der Zuwachs über dem Holzvorrat der Fichte im Forstamt Kempten und eine quadratische Ausgleichskurve.

Eine weitere Voraussetzung für die Güte der Regressionsschätzung verlangt, dass die Residuen nicht korrelieren. Autokorrelation liegt dann vor, wenn die Werte der abhängigen Variab-

<sup>158</sup> Es ist eine Zufallsauswahl von ca. 20 % der Werte dargestellt.

len von der Reihenfolge ihrer Beobachtung beeinflusst werden (HEIL, 1991, S. 122). Autokorrelation tritt vor allem bei Zeitreihenuntersuchungen auf, seltener bei Querschnittsanalysen. Autokorrelation im hier untersuchten Fall läge dann vor, wenn der Zuwachs an einem Stichprobenpunkt von den Zuwächsen an benachbarten Stichprobenpunkten abhängen würde. Aufgrund der systematischen Stichprobenverteilung ist dies durchaus zu erwarten. Aufeinanderfolgende Stichprobenpunkte können in denselben Waldbestand fallen und die Zuwächse daher ähnlich hoch sein. Dies wäre aber allein durch die Art der Stichprobenerhebung bedingt und deshalb nicht als Hinweis auf eine Fehlspezifikation des Modells zu werten.

Wenn auch Aussagen zur Signifikanz gemacht werden sollen, also Aussagen zur Wahrscheinlichkeit von Zusammenhängen in der Grundgesamtheit, ist als weitere Voraussetzung erforderlich, dass die Merkmale, deren Zusammenhang untersucht wird (hier: Zuwachs und Vorrat) in der Grundgesamtheit bivariat normalverteilt sind (BORTZ, 1999, S. 183). Damit ist die Voraussetzung verknüpft, dass die Residuen bei jedem einzelnen Wert der erklärenden Variablen normalverteilt sind und die gleiche Streuung (vgl. oben) haben. Sind die Residuen nicht normalverteilt, kann dies auch auf eine noch unerklärte systematische Streuung der zu erklärenden Variablen hinweisen (HEIL, 1991, S. 183). Bei mehreren erklärenden Variablen müssen alle stetigen Variablen des Modells multivariat normalverteilt sein (BORTZ, 1999, S. 435). Signifikanztests haben sich allerdings gegenüber einer Verletzung der Voraussetzung der Normalverteilung als robust erwiesen (BORTZ, 1999, S. 205).

In Abb. 22 ist die Häufigkeitsverteilung der Residuen zu der Ausgleichskurve in Abb. 21 dargestellt. Wenn die Residuen bei jedem Vorratsniveau normalverteilt sind, müssen sie auch insgesamt normalverteilt sein. Aus der Abbildung wird deutlich, dass die Residuen im negativen Bereich nahe des Mittelwertes deutlich häufiger und im positiven Bereich weniger häufig sind als nach der Normalverteilung zu erwarten wäre. Dies deutet auf einen Rest systematischer Streuung hin, die im Modell bisher noch nicht erklärt wurde.

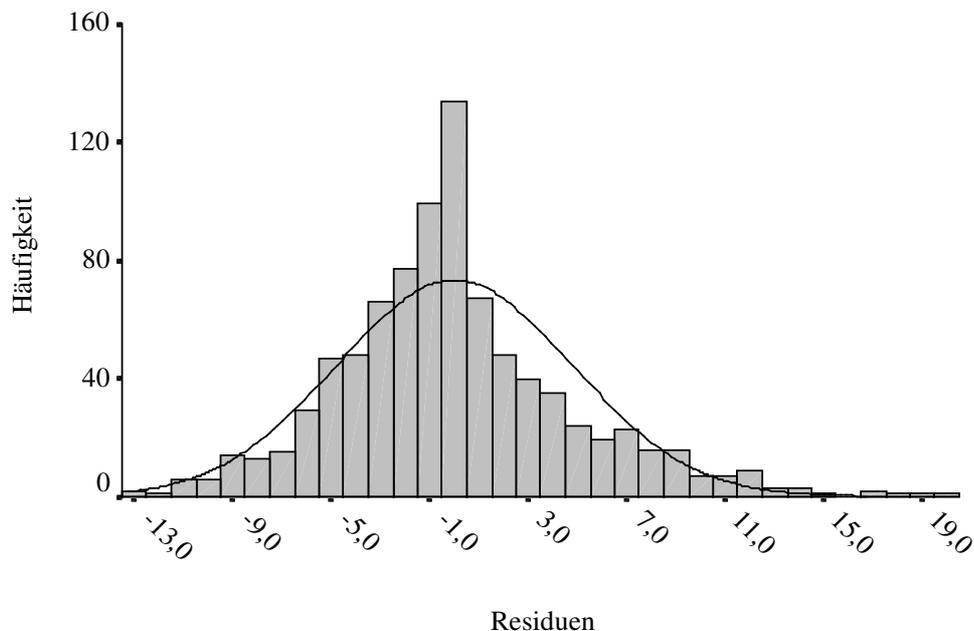


Abb. 22: Die Häufigkeit der Residuen zur Regressionsschätzung der Kurve in Abb. 21 im Vergleich zu einer Normalverteilung.

### **3.1.2.1 Der Einfluss weiterer Variablen auf den Zuwachs**

Es wird vermutet, dass neben dem Holzvorrat auch der Standort, die genetische Ausstattung und die Bestandesstruktur den laufenden Zuwachs bestimmen. Der genetische Einfluss kann hier nicht untersucht werden, weil dazu keine Daten vorliegen. Für die Variable Standort liegen dagegen Daten vor. Für die meisten Stichprobenpunkte existieren Informationen zu Höhenlage, Exposition, Ausgangsgestein, Bodenart, Wasserhaushalt und Trophie. Klimatische Daten zu Lufttemperatur und Niederschlag liegen für die Stichprobenpunkte nicht vor. Zwar wäre es möglich, aus den Messdaten von Klimastationen den Stichprobenpunkten entsprechende Werte zuzuordnen. Da das Messnetz der Klimastationen relativ weit ist, werden sich regionalklimatische Unterschiede wohl aber ohnehin nur auf der Betriebsebene auflösen lassen.

Die Waldstandorte werden in Bayern vor allem nach Bodenart, Wasserhaushalt und Trophie charakterisiert und die Kombinationen dieser Bodeneigenschaften als Standorteinheiten bezeichnet. Für das Forstamt Kempten wurde die Häufigkeit der Standorteinheiten ermittelt, die auf die in die Untersuchung einbezogenen Stichprobenpunkte entfallen. Drei Viertel der Stichprobenpunkte entfallen mit einer Häufigkeit von jeweils mehr als 20 auf 13 verschiedene Standorteinheiten. Diese 13 Standorteinheiten sowie die Höhenstufen und die Exposition wurden als Dummy-Variablen codiert und in das Modell als erklärende Standortvariablen aufgenommen.

Die Bestandesstruktur kann durch Eingriffe des Menschen, aber auch durch abiotische Schäden, wie z.B. durch Sturm, Schnee oder Feuer, sowie durch biotische Schäden, etwa Insektenfraß, verändert werden. Als Parameter der Bestandesstruktur können die Stammzahlhaltung und die soziologische Stellung der Bäume verwendet werden.

Der Einfluss der Stammzahlhaltung auf den Zuwachs ist bereits in der erklärenden Variable 'Holzvorrat' enthalten. Zur Vermeidung von Problemen aufgrund von Multikollinearität soll die Stammzahlhaltung nicht als erklärende Variable in das Modell aufgenommen werden.

Waldbestände mit gleichem Holzvorrat können dagegen sowohl aus Bäumen von zumeist ähnlicher als auch von ganz unterschiedlicher soziologischer Stellung zusammengesetzt sein. Die hier ausgewerteten Forstinventuren erfassen die soziologische Stellung der Bäume an einem Stichprobenpunkt nur sehr grob, indem die Bäume bestimmten Schichten, wie Oberschicht und Unterstand, zugeordnet werden. Eine Differenzierung z.B. in Baumklassen nach KRAFT erfolgt nicht. Dennoch lassen sich indirekt Informationen zur soziologischen Struktur innerhalb der Oberschicht gewinnen, indem die Stärken- und Höhenstruktur betrachtet wird. Baumhöhen werden nur für einzelne Bäume an einem Stichprobenpunkt gemessen. Der Durchmesser in Brusthöhe wird dagegen für alle Bäume erhoben. Es bietet sich deshalb an, die Durchmesservertelung als Weiser für die soziologische Struktur zu verwenden.

Eine Aussage über die Durchmesserstruktur an einem Stichprobenpunkt erlaubt die Varianz. Das ist die mittlere quadratische Abweichung der Durchmesser vom arithmetischen Mitteldurchmesser. Anschaulicher ist die Standardabweichung, also die Wurzel aus der Varianz, da ihre Dimension wieder Zentimeter sind. Wollen wir verschiedene Stichprobenpunkte miteinander vergleichen, müssen wir die Standardabweichung in Beziehung zum Mitteldurchmesser setzen. Eine Standardabweichung von z.B. 3 cm kann auf eine sehr heterogene Struktur hinweisen, wenn der Mitteldurchmesser lediglich 15 cm beträgt, oder auf eine eher homogene Struktur, wenn der Mitteldurchmesser 40 cm beträgt. Es wurde deshalb für jeden Stichpro-

benutzt der Quotient aus der Standardabweichung und dem arithmetischen Mitteldurchmesser gebildet, das ist der Variationskoeffizient, ein relatives Streuungsmaß.

Die relative Streuung der Durchmesser in den Forstbetrieben schwankt zwischen 15 % in den Fichtenbeständen des Forstamtes Ebrach und rund 22 % in denen des Forstamtes Treuchtlingen und beträgt im Mittel der Forstbetriebe 19 %. Im Forstamt Kempten entspricht sie fast genau diesem Mittelwert.

Das Bestimmtheitsmaß der Schätzung erhöht sich durch die hinzugekommenen Variablen nur geringfügig auf  $R^2 = 0,788$ . Die Vorzeichen der Koeffizienten entsprechen nur für 6 der 13 Standortseinheiten den Erwartungen. Von den hinzugekommenen Variablen ist nur der Koeffizient für eine Standortseinheit auf dem Niveau von weniger als 5 % signifikant. Insgesamt wird die Schätzung durch die hinzugekommenen Variablen also nicht zuverlässiger.

Es ist denkbar, dass dieses Ergebnis durch die Vielzahl der Standortvariablen bedingt ist. Die gleiche Schätzung wurde deshalb nochmals für einen Forstbetrieb mit einer geringeren Standortvielfalt durchgeführt. Im Forstamt Treuchtlingen entfielen fast 90 % aller einbezogenen Stichprobenpunkte auf nur drei verschiedene Standortseinheiten. Die Höhenlage wurde nicht als erklärende Variable verwendet, da alle Inventurpunkte einer Höhenstufe zugeordnet wurden. Es ergab sich ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,798$ . Auch hier entsprachen die Koeffizienten der Standortvariablen in zwei von drei Fällen nicht den Erwartungen. Außer für die Variablen Vorrat und Quadrat des Vorrats wies der t-Test lediglich für die Variable 'Variationskoeffizient des Durchmessers' auf einen signifikanten Koeffizienten hin.

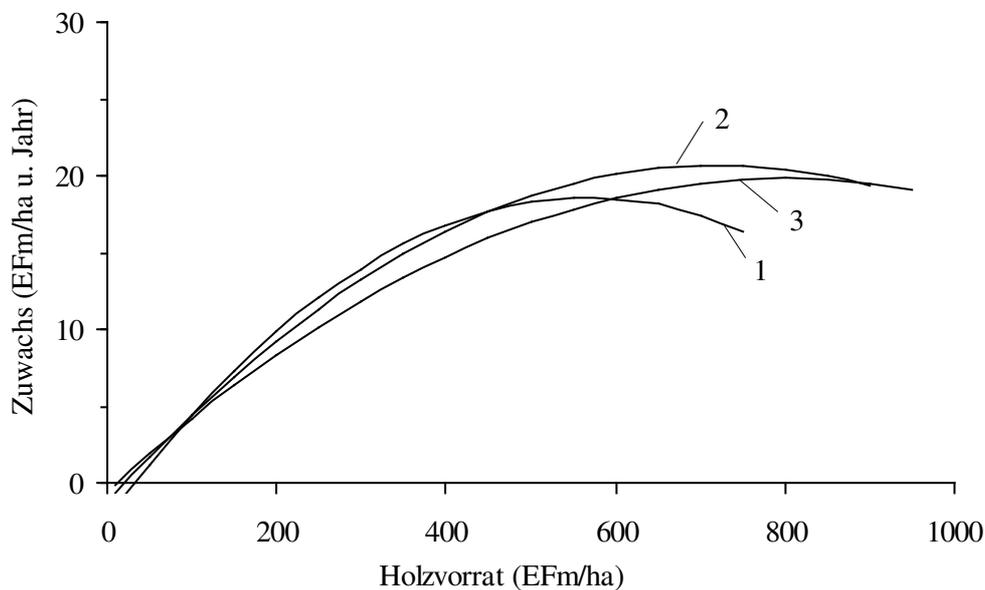


Abb. 23: Ausgleichskurven für die Entwicklung des laufenden Zuwachses über dem Vorrat auf unterschiedlichen Standorten im Forstamt Treuchtlingen. Die Kurve 1 gilt für Standorte mit sehr guter, 2 für gute und 3 für weniger gute Wasserversorgung.

In Abb. 23 werden Ausgleichskurven für die Entwicklung des Zuwachses über dem Vorrat im Forstamt Treuchtlingen dargestellt, die separat für die drei verschiedenen Standorte geschätzt wurden. Die Steigung jeder Zuwachskurve beschreibt den Grenzmassenzuwachs. Je steiler die Zuwachskurve, desto leistungsfähiger ist der Wald. Im Bereich niedriger Vorräte ist die Kurve für Standorte mit sehr guter Wasserversorgung am steilsten. Für Standorte mit weniger guter

Wasserversorgung wurde die Kurve mit der geringsten Steigung im Bereich niedriger Vorräte geschätzt. In diesem Bereich scheint die Leistungsfähigkeit der Wälder mit der Güte der Wasserversorgung zuzunehmen. Im Bereich höherer Vorräte kehren sich die Verhältnisse allerdings um. Das würde bedeuten, dass der Standort je nach Höhe des Vorrats einmal in Richtung eines höheren Zuwachses, ein andermal in Richtung eines geringeren Zuwachses wirkt. Im Regressionsmodell wurde aber unterstellt, dass der Standort auf den Zuwachs immer in gleicher Richtung wirkt. Das Modell könnte deshalb falsch spezifiziert worden sein. Das Zusammenwirken von Standort und Vorrat auf den Zuwachs kann durch eine Interaktionsvariable beschrieben werden. Für die Stichprobenpunkte auf Standorten mit sehr guter und mit weniger guter Wasserversorgung wurde eine weitere Zuwachsschätzung vorgenommen, wobei als Interaktionsvariable das Produkt aus dem Vorrat und einer Dummy-Variable für die beiden Standorte eingeführt wurde. Der Koeffizient für die Interaktionsvariable ist allerdings nicht signifikant. Die unterschiedlichen Kurvenverläufe in Abb. 23 sind offenbar rein zufällig. Das Forstamt Treuchtlingen ist insofern von besonderem Interesse, als von allen untersuchten staatlichen Forstbetrieben dort die steilste Zuwachskurve der Fichtenwälder geschätzt wurde. Diese Fichtenwälder zeigen damit die höchste Produktivität.

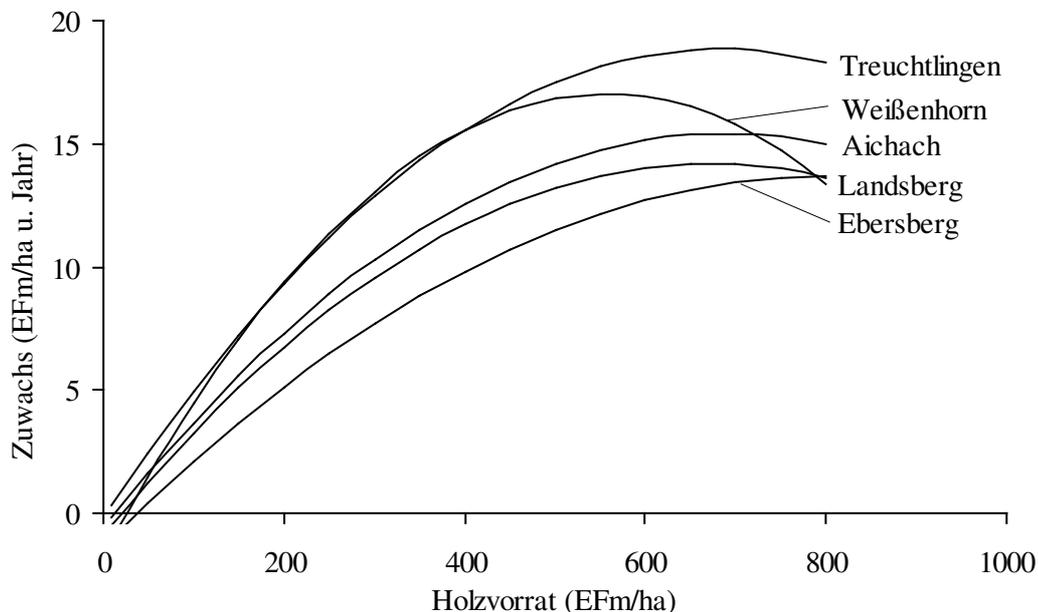


Abb. 24: Ausgleichskurven für die Entwicklung des laufenden Zuwachses über dem Vorrat auf sehr frischen Lehmböden in verschiedenen Forstbetrieben.<sup>159</sup>

In Abb. 24 werden Ausgleichskurven für die Zuwachsentwicklung auf gleichen Standorten in verschiedenen Forstbetrieben dargestellt. Es wurden nur die Forstbetriebe einbezogen, bei denen mindestens 20 Stichprobenpunkte auf die Standortseinheit entfielen. Bei zwei Forstbetrieben liegen die Zuwachskurven über weite Bereiche des Vorrats tatsächlich eng beieinander. Die deutlichen Unterschiede zu den Kurven der anderen Betriebe zeigen aber, dass andere Größen als der Wasserhaushalt und die Bodenart die Zuwachsentwicklung stärker bestimmen.

Es mag verblüffen, dass die Standortvariablen offensichtlich keinen Erklärungsbeitrag leisten können. Möglicherweise rührt dies daher, dass die Standortgüte vor allem bestimmt, welche Leistung ein Waldbestand innerhalb eines bestimmten Zeitraumes erbringt. Auf unterschiedlichen Standorten können die Waldbestände denselben Holzvorrat zu ganz unterschiedlichen

<sup>159</sup> Nach der in Bayern verwendeten Verschlüsselung ist es die Standortseinheit 304.

Altern erreichen. In dem hier vorgestellten Modell wird die Zuwachsleistung der Waldbestände bei eben denselben Holzvorräten verglichen, unabhängig von ihrem Alter. Wenn die unterschiedliche Produktivität der Waldbestände als erklärende Variable in das Modell eingehen soll, ist es vielleicht zweckmäßiger, das Zusammenwirken von Alter und Vorrat abzubilden als die unterschiedliche Standortgüte. Das Zusammenwirken von Vorrat und Alter kann durch die Interaktionsvariable 'Produkt aus Vorrat und Alter' abgebildet werden. Diese Variable kann sowohl die Produktivität des Bodens als auch die klimatischen Bedingungen und sogar die genetischen Unterschiede repräsentieren.

Die Regressionsschätzung wurde für die beiden Forstbetriebe Kempton und Treuchtlingen nochmals mit den Variablen 'Vorrat', 'Quadrat des Vorrats', 'Produkt aus Vorrat und Alter' sowie dem 'Variationskoeffizient des Durchmessers' durchgeführt. Gegenüber der Schätzung ohne die Interaktionsvariable wächst das Bestimmtheitsmaß für das Forstamt Kempton um 7 % auf  $R^2 = 0,853$  und für das Forstamt Treuchtlingen um 2 % auf  $R^2 = 0,831$ . Der Koeffizient für die Variable 'Variationskoeffizient' ist in beiden Fällen nach dem t-Test nicht mehr signifikant. Das Bestimmtheitsmaß ist für Schätzungen ohne die Variable 'Variationskoeffizient' auch nicht geringer. Problematisch ist die Korrelation zwischen den Variablen 'Vorrat' und 'Produkt aus Vorrat und Alter'. Die Multikollinearität beeinträchtigt zwar nicht die Schätzung der Regressionsgleichung im Ganzen (URBAN, S. 184). Das geschätzte Bestimmtheitsmaß bleibt unverzerrt. Allerdings kann die Varianz der geschätzten Regressionskoeffizienten beträchtlich sein. Hier ist jedoch zunächst von Interesse, ob der Zuwachs mit diesen Variablen ausreichend erklärt werden kann. Aus dem Vergleich der Abb. 22 und Abb. 25 ist zu ersehen, dass die Häufigkeit der Residuen mit dieser Schätzung noch mehr der Normalverteilung angenähert ist. Dies deutet darauf hin, dass die Residuen jetzt zufällig streuen. Der hohe Gipfel im Bereich des Mittelwertes ist durch die oben bereits erwähnte Streuungsungleichheit bedingt. In anderen Forstbetrieben ist die Annäherung an die Normalverteilung noch größer, wie Abb. 26 zeigt.

Eine sichere ökonomische Entscheidung über den optimalen Umfang der Holznutzung setzt voraus, dass die funktionale Beziehung zwischen Vorrat und Zuwachs möglichst eng beschrieben werden kann. Die Regressionsanalyse wurde mit dem Ziel durchgeführt, die Variablen zu identifizieren, die neben dem Holzvorrat den laufenden Zuwachs entscheidend bestimmen. Anhand dieser Variablen sollten die Daten stratifiziert werden, um die Streuung der Zuwachswerte über dem Holzvorrat möglichst gering zu halten. Nach der WLS-Methode kann der Zuwachs aus den Variablen 'Vorrat' und 'Quadrat des Vorrats' allein im Durchschnitt der 23 Forstbetriebe mit einem Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,793$  geschätzt werden. Es zeigte sich, dass die Variablen, die den Standort und die Bestandesstruktur beschreiben können, keinen entscheidenden Erklärungsbeitrag leisten. Dagegen kann die Interaktionsvariable 'Produkt aus Vorrat und Alter' die Erklärungsleistung des Modells soweit erhöhen, dass die verbleibende unerklärte Streuung offensichtlich zufällig verteilt ist. Das Bestimmtheitsmaß wird durch diese Variabel im Durchschnitt der Forstbetriebe allerdings nur um 6 % erhöht (vgl. Abb. 27).

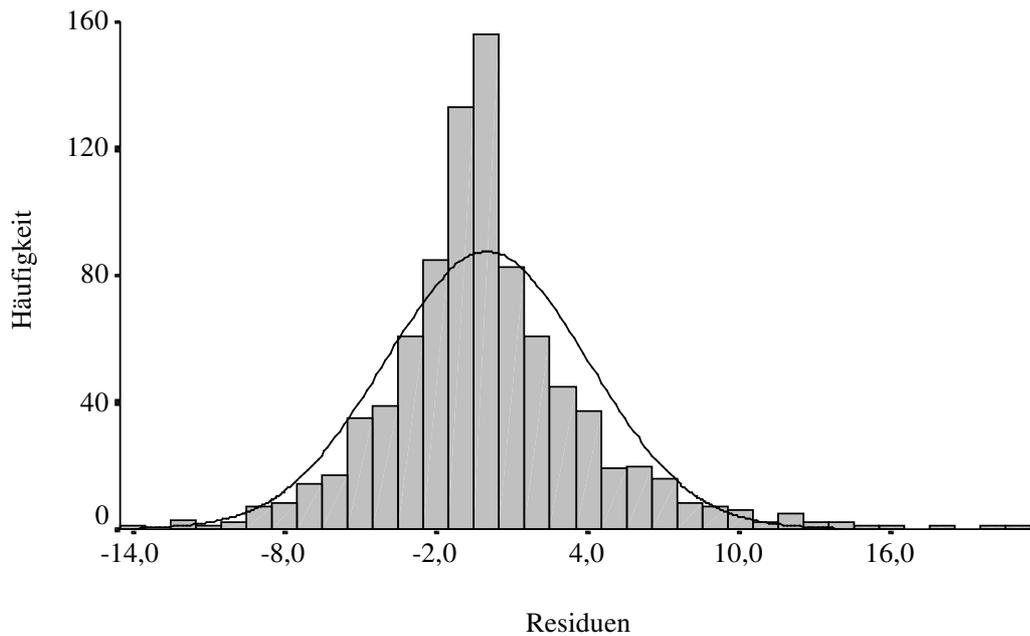


Abb. 25: Die Häufigkeit der Residuen für die Schätzung des Zuwachses der Fichte im Forstamt Kempten aus den Variablen 'Vorrat', 'Quadrat des Vorrats' und 'Produkt aus Vorrat und Alter'.

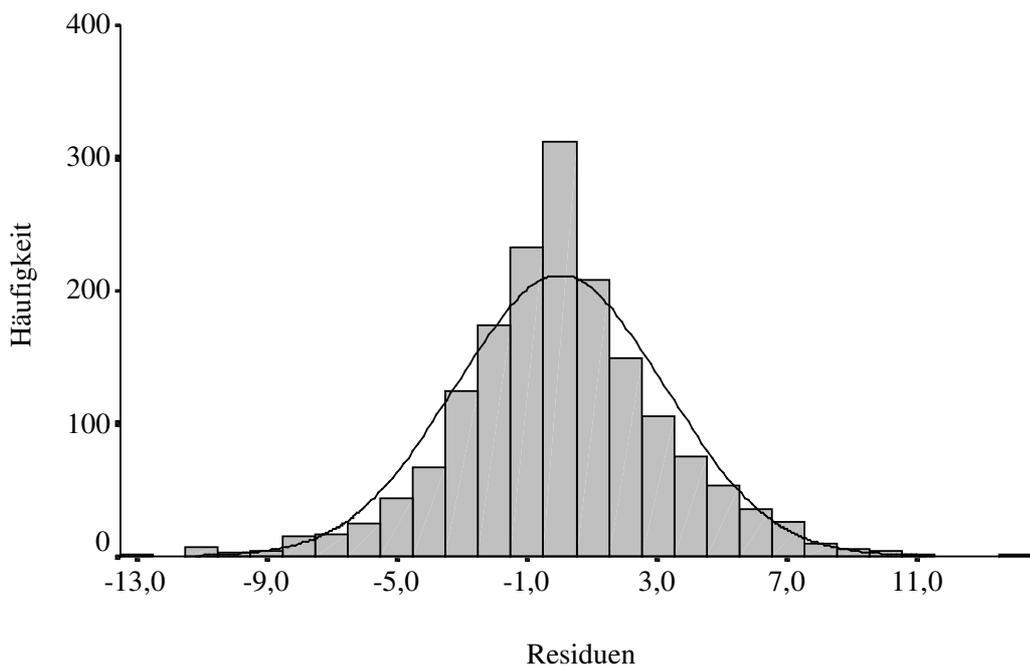


Abb. 26: Die Häufigkeit der Residuen für die Schätzung des Zuwachses der Fichte im Forstamt Ebersberg aus den Variablen 'Vorrat', 'Quadrat des Vorrats' und 'Produkt aus Vorrat und Alter'.

Anstelle der Variablen 'Produkt aus Vorrat und Alter' kann auch der Quotient beider Größen als Interaktionsvariable verwendet werden. Der Quotient aus Vorrat und Alter ist der Größe 'durchschnittlicher Gesamtzuwachs' (dGZ) ähnlich, nur mit dem Unterschied, dass Letztere auch die Vorerträge enthält. Der dGZ ist eine Größe die traditionell zur Abgrenzung von Ertragsklassen benutzt wird (KRAMER, 1988, S. 96-100). Es liegt daher nahe, die Daten nach Ertragsklassen zu stratifizieren. Allerdings führten Regressionsschätzungen, in denen die Va-

riable 'Produkt aus Vorrat und Alter' durch Variablen für die Bonität ersetzt wurden, zu keinen befriedigenden Resultaten.

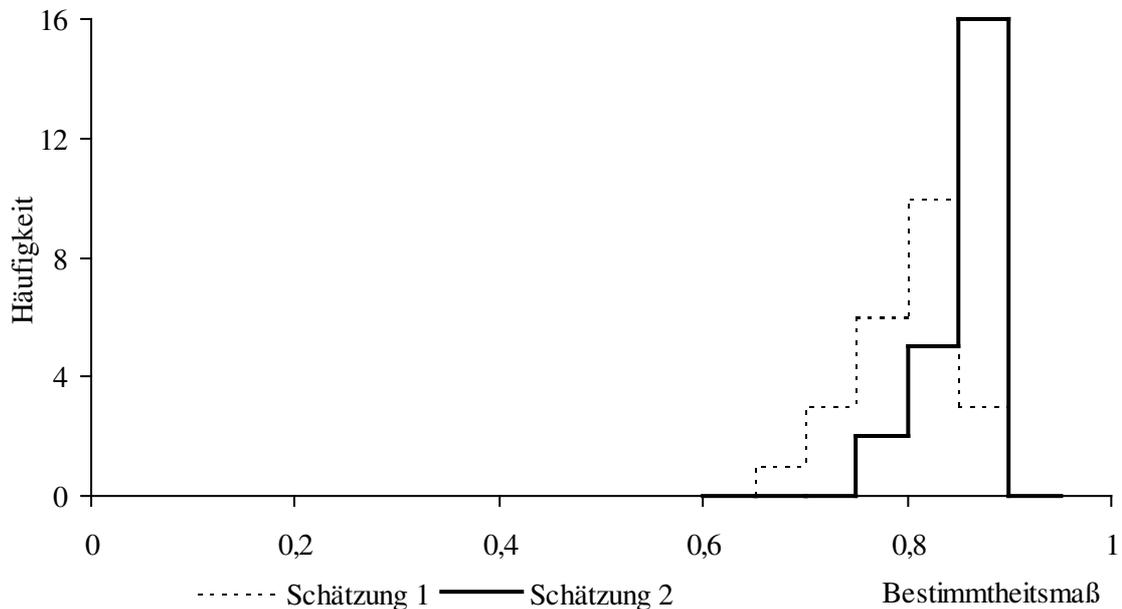


Abb. 27: Die Bestimmtheitsmaße der Zuwachsschätzungen für die Fichte in 23 Forstbetrieben. Die Regressionsschätzung 1 erfolgte mit den Variablen 'Vorrat' und 'Quadrat des Vorrats', die Schätzung 2 zusätzlich mit der Variablen 'Produkt aus Vorrat und Alter'.

Das Bestimmtheitsmaß war nur in wenigen Forstbetrieben deutlich höher als bei der Schätzung ohne eine Interaktionsvariable. Die Vorzeichen der Koeffizienten für die Bonitätsvariablen entsprachen zumeist nicht den Erwartungen. Die Koeffizienten waren nur in Einzelfällen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von weniger als 5 % von null verschieden. Möglicherweise sind diese Ergebnisse auf den heute von den Ertragstafeln abweichenden Zuwachsgang der Fichte (PRETZSCH, 1999, S. 234) zurückzuführen. Dafür spricht auch, dass bei Schätzungen, in denen lediglich nach guten und geringen Bonitäten unterschieden wurde, die Vorzeichen des zusätzlichen Koeffizienten plausibel und dieser immer signifikant von null verschieden war. Ein von den Ertragstafeln abweichender Zuwachsgang kann sich bei einer differenzierten Ertragsklassengliederung in den Schätzungen eher negativ auswirken als bei einer groben Gliederung. Der Erklärungsbeitrag der zusätzlichen Variable 'gute bzw. geringe Bonitäten' für die Zuwachsschätzung war bei den meisten Forstbetrieben nach der Veränderung des Bestimmtheitsmaßes nur sehr gering.

In Abb. 28 sind Ausgleichskurven für den Zuwachs über dem Vorrat in einem Forstbetrieb dargestellt, die einmal für alle Stichprobenpunkte berechnet wurden und zum anderen für Stichprobenpunkte mit nur guten bzw. nur geringen Fichtenbonitäten.<sup>160</sup> Die Kurven unterscheiden sich so geringfügig, dass sie in der Abbildung kaum auseinander gehalten werden können. Für die Zuwachsschätzung erscheint deshalb selbst eine grobe Stratifizierung nach Ertragsklassen überflüssig.

<sup>160</sup> Für die Stratifizierung wurde zunächst eine Ausgleichskurve für die Höhe des Kreisflächenmittelstammes über dem Alter geschätzt. Die Stichprobenpunkte wurden dann in zwei Gruppen unterteilt. Stichprobenpunkte mit einer größeren Mittelhöhe, als sie nach der Ausgleichskurve zu erwarten wäre, wurden den guten Bonitäten, die anderen den geringen Bonitäten zugeordnet.

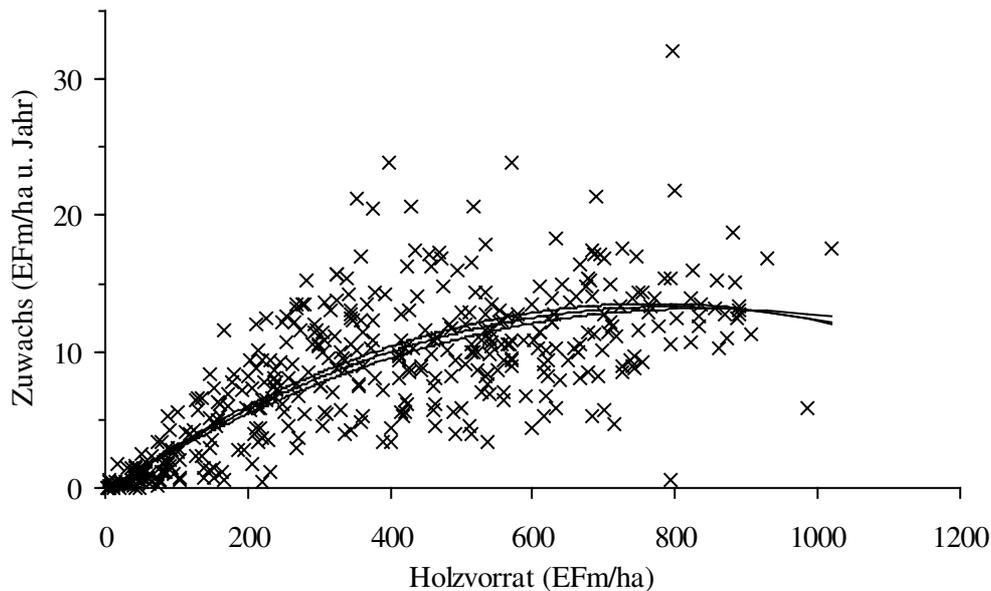


Abb. 28: Der laufende Zuwachs der Fichte über dem Vorrat im Forstamt Ebersberg sowie drei Ausgleichskurven. Die Kurven stehen für die Straten 'gute Ertragsklasse', 'geringe Ertragsklasse' und 'alle Stichprobenpunkte'.

Bei Entscheidungen über den Umfang der Holznutzungen auf Betriebsebene genügt es daher, die Zuwachsschätzungen getrennt nach Baumarten durchzuführen. Für Nutzungsentscheidungen zu kleineren räumlichen Einheiten erhöht eine Stratifizierung nach Kriterien, die die Wuchsleistung charakterisieren, nicht die Zuverlässigkeit der Zuwachsschätzung. Es ist denkbar, dass andere Methoden der Zuwachsschätzung, wie z.B. Einzelbaumsimulatoren (vgl. PRETZSCH, 1999, S. 247), hier zu besseren Ergebnissen führen.

In Abb. 29 sind die geschätzten Ausgleichskurven für den Zuwachs der Fichte in allen einbezogenen Forstbetrieben dargestellt. Für drei Forstbetriebe erwies sich ein linearer Zusammenhang zwischen Zuwachs und Vorrat als wahrscheinlich. Wenn aus den geschätzten Koeffizienten aller 23 Betriebe der Durchschnitt gebildet wird, errechnet sich die in Abb. 30 gezeigte Ausgleichskurve. Diese Kurve soll in der weiteren Untersuchung verwendet werden. Die Funktion dazu lautet:

$$f(M) = -0,28755974 + 0,03793087 \cdot M - 0,000022182 \cdot M^2 \quad (74)$$

Die Ableitung der Zuwachsfunktion ergibt den Grenzmassenzuwachs:

$$f_M(M) = 0,03793087 - 0,000044364 \cdot M \quad (75)$$

Gleichung (75) zeigt, dass (bezogen auf Derbholz) ein Grenzmassenzuwachs von 3,8 % nicht überschritten werden kann.

Ogleich die Stichprobenpunkte eher homogene Waldbestände, keinesfalls jedoch Forstbetriebe repräsentieren, wurden die Daten zu den Stichprobenpunkten für die Schätzung der Zuwachsfunktion verwendet. Um zu überprüfen, ob diese Methode eine plausible Zuwachsschätzung auf Betriebsebene erlaubt, sind in Abb. 30 mit Kreuzen markiert die Mittelwerte in den 23 Forstbetrieben abgebildet, wie sie bereits in Abb. 17 dargestellt wurden. Der

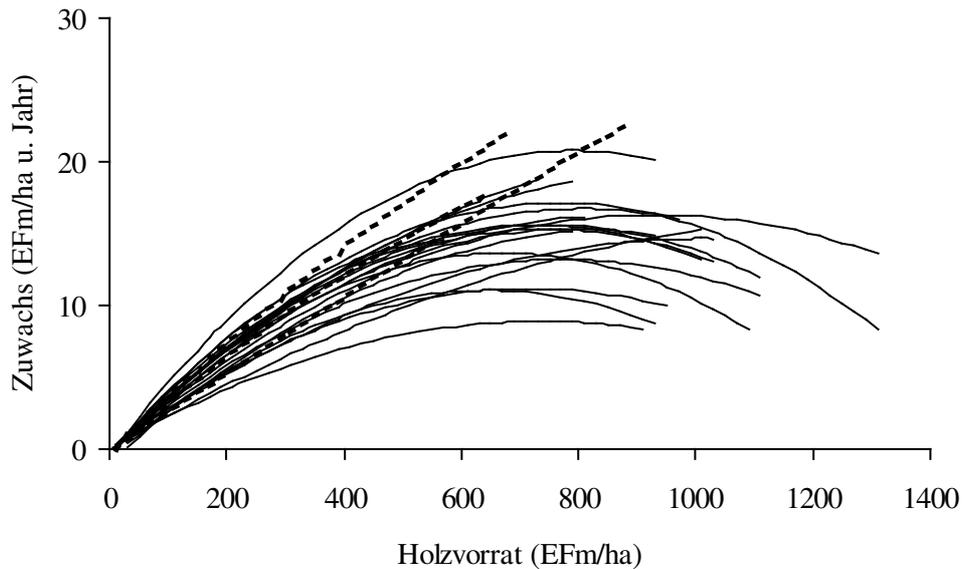


Abb. 29: Ausgleichskurven für die Entwicklung des laufenden Zuwachses der Fichte in Abhängigkeit vom Holzvorrat für 23 Forstbetriebe in Bayern. Die Kurven wurden nach der WLS-Methode mit den unabhängigen Variablen 'Vorrat' und 'Quadrat des Vorrats' geschätzt. Bei den unterbrochen dargestellten Kurven sind die Koeffizienten zur Variable 'Quadrat des Vorrats' nicht signifikant von null verschieden.

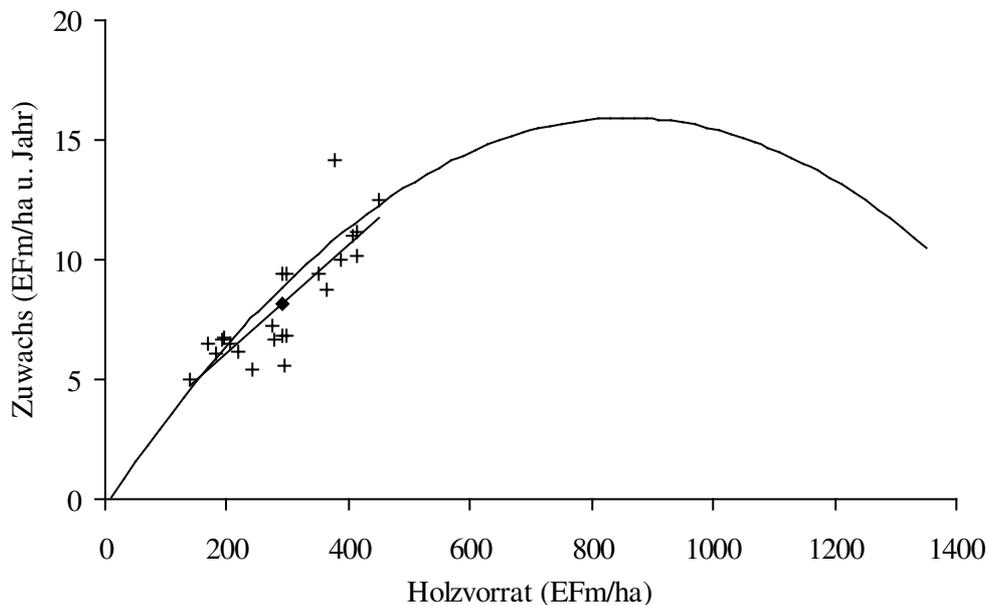


Abb. 30: Die Entwicklung des laufenden Zuwachses der Fichte über dem Holzvorrat im Durchschnitt von 23 Forstbetrieben Bayerns.

ausgefüllte Datenpunkt markiert den Mittelwert der 23 Betriebe. Außerdem ist eine Regressionsgerade zu den Datenpunkten eingezeichnet. An der Stelle des durchschnittlichen Fichtenvorrats (293 EFm/ha) errechnet sich aus der Steigung der Kurve ein Grenzmassenzuwachs von 2,5 %. Aus Abb. 30 wird deutlich, dass die aus den einzelnen Ausgleichskurven für alle Forstbetriebe gebildete Kurve an dieser Stelle zwar auf einem etwas höheren Niveau verläuft und eine größere Steigung aufweist, als die aus den Mittelwerten geschätzte Regressionsgerade.

de. Dennoch liegen beide Kurven so eng beieinander, dass die Zuwachsschätzung aus den Ausgleichskurven aller Forstbetriebe plausibel erscheint.

### **3.2 Herleitung der Preis- und Kostenfunktionen**

Der Abtriebslerlös eines Waldes wächst in der Regel mit zunehmendem Holzvorrat. Dieses Wachstum rührt sowohl aus der Zunahme der Holzmasse als auch aus der Veränderung der durchschnittlich erzielbaren Holzpreise und entstehenden Erntekosten mit der Höhe des Holzvorrats. Es gilt jetzt, die Abhängigkeit dieser durchschnittlichen Preise und Kosten von der Höhe des Holzvorrats zu bestimmen.

Die Holzpreise werden in Deutschland in der Regel auf bestimmte Holzsorten bezogen. Im Fall eines motormanuellen Holzeinschlages können auch die Erntekosten sortenbezogen bestimmt werden. Mit steigendem Holzvorrat wächst die durchschnittliche Dimension der Einzelbäume. Dies führt dazu, dass sich die Zusammensetzung der Holzsorten verändert, die aus den Bäumen geformt werden können. Indem der Anteil der Holzsorten zunimmt, die einen höheren Preis erzielen und geringere Erntekosten verursachen, wächst der durchschnittliche Nettostückerlös mit wachsendem Holzvorrat eines Waldes.

Die Sortenzusammensetzung kann z.B. anhand von Sortentafeln ermittelt werden, die den mittleren Durchmesser der Bäume als Eingangsgröße verwenden. Die Sortentafeln berücksichtigen, dass der mittlere BHD ein ganzes Kollektiv von Bäumen repräsentiert. Das Kollektiv bilden Bäume eines Hiebes (SCHÖPFER und STÖHR, 1991, S.11). Die Durchmesserverteilung repräsentiert dann allerdings eher die Durchforstungsart als den gesamten Waldbestand, wenn angenommen wird, dass in die Modellbildung zumeist Durchforstungshiebe und weniger Kahlhiebe eingegangen sind. Bei der Kalkulation eines Abtriebslerlöses, wie sie hier vorgenommen werden soll, kann eine nicht repräsentative Durchmesserverteilung einer Sortentafel zu verzerrten Ergebnissen führen. Genauer wäre es, eine gemessene Durchmesserverteilung der Schaftzerlegung in Sorten- und Klassenanteile zugrunde zu legen. Ein entsprechendes Rechenprogramm dazu besteht zwar (SCHÖPFER et al., 1996), kann aufgrund der kommerziellen Nutzung hier jedoch nicht verwendet werden. Als Kompromiss zwischen beiden Lösungen können die Durchmesserstufen einer gemessenen Verteilung als Eingangsgrößen für die Sortentafel verwendet werden. Die Sortenverteilung jeder Durchmesserstufe wird dann mit dem Massenanteil der Stufe am Kollektiv gewichtet.

Dazu muss zunächst die Verteilung des Vorrats auf die einzelnen Durchmesserstufen untersucht werden. Es könnte z.B. für jeden Stichprobenpunkt ermittelt werden, wie sich der Holzvorrat auf verschiedene Durchmesserstufen verteilt. Allerdings repräsentieren die Stichprobenpunkte eher einzelne Waldbestände, die hinsichtlich der Dimensionen der Einzelbäume sehr homogen aufgebaut sind, wie der niedrige mittlere Variationskoeffizient des Durchmessers von 19 % an den Stichprobenpunkten in den Forstbetrieben (vgl. oben) anzeigt. Es wurde deshalb die Verteilung in den einzelnen Forstbetrieben untersucht. Die Stichprobenpunkte wurden nach dem BHD des Grundflächenmittelstammes Durchmesserstufen mit Intervallen von 5 cm zugeordnet. Dann wurde ermittelt, welcher Anteil am gesamten Holzvorrat der Fichtenreinbestände des Forstbetriebes auf die einzelnen Durchmesserstufen entfällt (Anhang 5). Abb. 31 zeigt diese Verteilung am Beispiel von drei Forstbetrieben. Bei dem Forstbetrieb mit dem niedrigsten Holzvorrat ist die Vorratsverteilung linksschief, allerdings mit zwei Gipfeln, bei den anderen beiden Betrieben eher rechtsschief und eingipfelig.

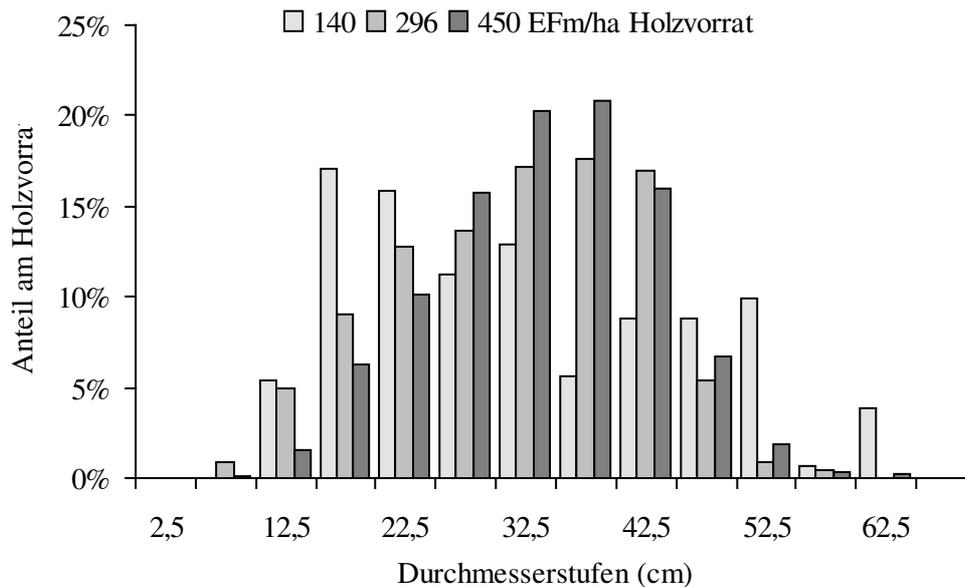


Abb. 31: Die Verteilung des Fichtenholzvorraats auf Stichprobenpunkte (Waldbestände) bestimmter Durchmesserstufen in den Forstämtern Ebrach (140 EFm/ha), Tännesberg (296 EFm/ha) und Zusmarshausen (450 EFm/ha).

Über den Sortenanfall je Durchmesserstufe sollen im Folgenden die Erlöse und Erntekosten je Stufe kalkuliert werden.

### 3.2.1 Die Erntekostenfunktion

Die Höhe der Erntekosten wird entscheidend von den ausgewählten Arbeitsverfahren bestimmt. Es stellt sich die Frage, welche Arbeitsverfahren der Kalkulation zugrunde gelegt werden sollen. In Deutschland bestehen auch bei der Ernte von Nadelholz motormanuelle und maschinelle Arbeitsverfahren noch immer nebeneinander, obgleich die maschinelle Holzernte erheblich kostengünstiger ist (OHRNER, 1999). Dabei überwiegt zumindest im öffentlichen Waldbesitz weiterhin die motormanuelle Holzernte. So wurden z.B. im bayerischen Staatswald 1998 noch 70 % der Holzmenge motormanuell durch eigene Arbeitskräfte geerntet (BAYSTMELF, 1999). Nach einer Umfrage unter 50 Betriebsleitern von staatlichen Forstämtern in Bayern steht die Mehrheit der Betriebsleiter der maschinellen Holzernte sehr positiv gegenüber (BORCHERT, 1998, S. 27). Die Vorteile der motormanuellen Holzernte werden vor allem dort gesehen, wo die technischen und ökonomischen Grenzen des Einsatzbereiches von Holzerntemaschinen überschritten werden (BORCHERT, 1998, S. 28 u. 142). Diese Grenzen waren

- schwieriges Gelände (Steillagen und Weichböden),
- die Kranreichweiten der Maschinen (Einschränkungen bei der Feinerschließung der Waldbestände),
- die Holzart (Laubholz),
- die Holzstärke und
- die Konzentration des Holzanfalls.

Diese Grenzen werden durch Entwicklungen in der Forsttechnik zunehmend verschoben oder gar aufgehoben. So können Kettenfahrzeuge auch steilere Hanglagen (SCHÖTTLE, et al. 1997) und Großmaschinen Bäume in Dimensionen bis zu 50 cm BHD problemlos bewältigen (FELLER et al., 1997). Dennoch bleibt die maschinelle Holzernte zumindest im Staatswald weiter auf Schwachholzhiebe beschränkt. Selbst bei leistungsfähigen Harvestern beträgt die mittlere Stückmasse der Bäume in den Hieben nur 0,25 und die Obergrenze 1,17 Efm, wie die Auswertung eines umfangreichen Datenmaterials aus verschiedenen Landesforstverwaltungen ergab (FORBIG, 2000, S. 99). Ein wesentliches Motiv der staatlichen Betriebsleiter für die Auswahl maschineller Arbeitsverfahren ist die Möglichkeit, die Erntekosten im Schwachholz zu senken (BORCHERT, 1998, S. 142). Ein effizienter Ressourceneinsatz würde aber verlangen, auch die Kostenvorteile der maschinellen Holzernte im Starkholz auszunutzen. Dem steht als Restriktion für die Bayerische Staatsforstverwaltung der Stand der Beschäftigung eigener Arbeitskräfte entgegen. Die Entscheidungen über den Stand der Beschäftigung eigener Arbeitskräfte orientiert sich dort offensichtlich nicht in erster Linie an Effizienzkriterien bei der Holzernte. Die Auswahl der Arbeitsverfahren in der Holzernte zielt dann auf die Minimierung der Gesamtkosten ab, entspricht aber nicht der nach dem Stand der Technik möglichen maximalen Effizienz (BORCHERT, 1998, S. 144).

Wenn die optimalen Nutzungsmengen für einen Forstbetrieb bestimmt werden, sollten dabei grundsätzlich auch die optimalen Arbeitsverfahren zugrunde gelegt werden. Gibt es für viele Forstbetriebe jedoch Restriktionen, die verhindern, dass immer die effizientesten Arbeitsverfahren eingesetzt werden können, so kann dies in der Kalkulation berücksichtigt werden. Es kann z.B. die optimale Nutzungsmenge unter der Einschränkung bestimmt werden, dass ein bestimmter Stand der Beschäftigung eigener Arbeitskräfte aufrecht erhalten werden muss. Im Folgenden sollen zwei Kostenfunktionen hergeleitet werden. Eine Kostenfunktion soll sich an der Verteilung der Arbeitsverfahren in den Landesforstverwaltungen orientieren, die andere an der nach dem Stand der Technik möglichen Effizienz.

Für die an der Praxis der Landesforstverwaltungen orientierte Kalkulation wird eine Grenze von 20 cm BHD für maschinelle bzw. motormanuelle Arbeitsverfahren angenommen. Für die an der maximalen Effizienz orientierte Kalkulation wird die Grenze bei einem BHD von 40 cm gesetzt.

Tab. 2: Die Verteilung der Fichtenbestände auf verschiedene Stufen der Hangneigung im Durchschnitt der 23 Forstbetriebe.

Hangneigung	Flächenanteil
bis 35 %	92,0%
35 bis 50 %	5,7%
50 bis 65 %	1,4%
über 65 %	0,9%

Die Hangneigung in den Fichtenwäldern der untersuchten Forstbetriebe ist aus Tab. 2 zu ersehen.<sup>161</sup> Bis zu einer Hangneigung von 35% sind der maschinelle Holzeinschlag und die Bringung mit dem Forwarder problemlos möglich. Bis zu Hangneigungen von ca. 65 % ist der maschinelle Einschlag zumindest mit Kettenfahrzeugen wohl noch möglich (SCHÖTTLE et al, 1997). Für die Bringung kann ab 35 % Hangneigung jedoch allenfalls noch der Seilschlepper eingesetzt werden. In noch steileren Lagen müssen schließlich Seilkrananlagen verwendet

---

<sup>161</sup> Von den 23 Forstbetrieben ist keiner dem Hochgebirge zuzurechnen.

werden. Aufgrund des insgesamt geringen Anteils steiler Lagen sollen Restriktionen aufgrund der Hangneigung bei der Auswahl der Arbeitsverfahren nicht weiter berücksichtigt werden.

Für die Kalkulation wird angenommen, dass in Abhängigkeit vom Durchmesser die in Tab. 3 genannten Geräte und dem entsprechend die maschinellen bzw. motormanuellen Arbeitsverfahren eingesetzt werden.

Tab. 3: Die der Kalkulation zugrunde gelegte Auswahl der Forsttechnik.

Arbeits- verfahren	<div style="text-align: center;"> <math>\xrightarrow{\text{BHD}}</math>  <span style="display: inline-block; width: 100%; border-bottom: 1px solid black; position: relative; top: -5px;"> <span style="position: absolute; left: 20%; top: -10px;">20 cm</span> <span style="position: absolute; right: 20%; top: -10px;">40 cm</span> </span> </div>	
optimal	Harvester Forwarder	Motorsäge Seilschlepper
mit Restriktionen	Harvester Forwarder	Motorsäge Seilschlepper

Die Kosten für den motormanuellen Holzeinschlag wurden nach dem Tarifvertrag über die Entlohnung von Holzerntearbeiten nach dem erweiterten Sortentarif (EST) kalkuliert, der für den öffentlichen Waldbesitz gilt. Der Sortenanfall je Durchmesserstufe wurde nach der Bestandessortentafel 82/85 von SCHÖPFER und DAUBER (1989) und der variablen Bestandessortentafel für Fichten-Schwachholzhiebe von SCHÖPFER und STÖHR (1991) kalkuliert. Dem Stücklohn wurden angelehnt an das Ergebnis der Bayerischen Staatsforstverwaltung für 1998 Lohnnebenkosten in Höhe von 30 DM je Std. (15,3 Euro) hinzugerechnet. Im Vergleich zu anderen Branchen sind diese Lohnnebenkosten zwar ungewöhnlich hoch. Die Kalkulation ist dennoch angemessen, weil die Lohnnebenkosten gerade aufgrund der Schwere und Gefährlichkeit der motormanuellen Holzernte so hoch sind (BORCHERT, 1999). Um die Lohnnebenkosten auf den Stücklohn aufschlagen zu können, muss auch der tatsächliche Zeitbedarf geschätzt werden. Dazu wird die Stücklohnsumme durch die Verdienstobergrenze geteilt. Nach den Statistiken der Landesforstverwaltungen entsprechen die Kosten der Stücklohnstunde schließlich fast genau der tariflich festgelegten Verdienstobergrenze (z.B. BAYSTMELF, 1999, S. 98).

Die Kosten für den Holzeinschlag durch den Harvester wurden nicht sortenbezogen, sondern anhand der mittleren Stückmasse der Bäume geschätzt. Dabei wurden Kosten in Höhe von 240 DM (122,40 Euro) je Maschinenarbeitsstunde (MAS) kalkuliert (OHRNER, S. 728, 1999). Die Arbeitsproduktivität in Abhängigkeit von der Baumdimension wurde nach einer von FORBIG (1999, S. 100) beschriebenen Funktion für Kranvollernter der mittleren Leistungsklasse kalkuliert. Die Funktion lautet:

$$EFm / MAS = 3,5149 \cdot \ln(EFm / Baum) + 14,294 \tag{76}$$

FORBIG begrenzte diese Funktion auf Stückmassen bis 0,5 EFm je Baum. Es wird unterstellt, dass die Funktion auch für größere Stückmassen gültig ist.

Für den Seilschlepper werden in Abhängigkeit von dem Volumen der Stammstücke entsprechend dem Rücketarif eines staatlichen Forstamtes in Bayern die folgenden umgerechneten Sätze zugrunde gelegt:

Stückvolumen

Kosten

bis	0,19 EFm	9,80 Euro/ EFm
	0,20 - 0,29 EFm	7,10 Euro/ EFm
	0,30 - 0,59 EFm	6,30 Euro/ EFm
	0,60 - 0,99 EFm	4,95 Euro/ EFm
ab	1,00 EFm	4,10 Euro/ EFm

Die Produktivität des Forwarders ist weniger stark von der Stückmasse abhängig als die des Seilschleppers (AFZ, 1980, S. 160). In Kostenkalkulationen werden für Tragschlepper deshalb häufig durchschnittliche Produktivitäten zugrunde gelegt (z.B. AFZ 1992, S. 477 u. 486).

Auch hier soll die Bringung mit dem Kranrückezug pauschal mit einem Kostensatz von 5 Euro je EFm kalkuliert werden.

Das Stückvolumen der Bäume wurde aus den Daten zum Vorrat und der Stammzahl für jede Durchmesserstufe und jeden Forstbetrieb einzeln berechnet.

In Abb. 32 sind die Kosten je EFm in den verschiedenen Forstbetrieben dargestellt. Die Kostenentwicklung in Abhängigkeit vom Holzvorrat kann mit quadratischen Ausgleichskurven beschrieben werden. Die Stückkosten streuen stärker, wenn die Restriktionen bei der Auswahl von Arbeitsverfahren beachtet werden müssen. Dies resultiert aus dem frühen Wechsel vom maschinellen zum motormanuellen Arbeitsverfahren bereits bei einem Durchmesser von 20 cm. Dies bewirkt einen Anstieg der Erntekosten beim Wechsel von der Durchmesserstufe 15 bis 20 cm zu der darüber liegenden Stufe. Den durch Regression geschätzten Ausgleichskurven in Abb. 32 liegen folgende Kostenfunktionen zugrunde:

$$c(M)_{opt} = 3,7 \cdot 10^{-5} \cdot M^2 - 0,0314 \cdot M + 21,49 \quad R^2 = 0,704 \quad (77)$$

$$c(M)_{rest} = 5,6 \cdot 10^{-5} \cdot M^2 - 0,0419 \cdot M + 26,10 \quad R^2 = 0,365 \quad (78)$$

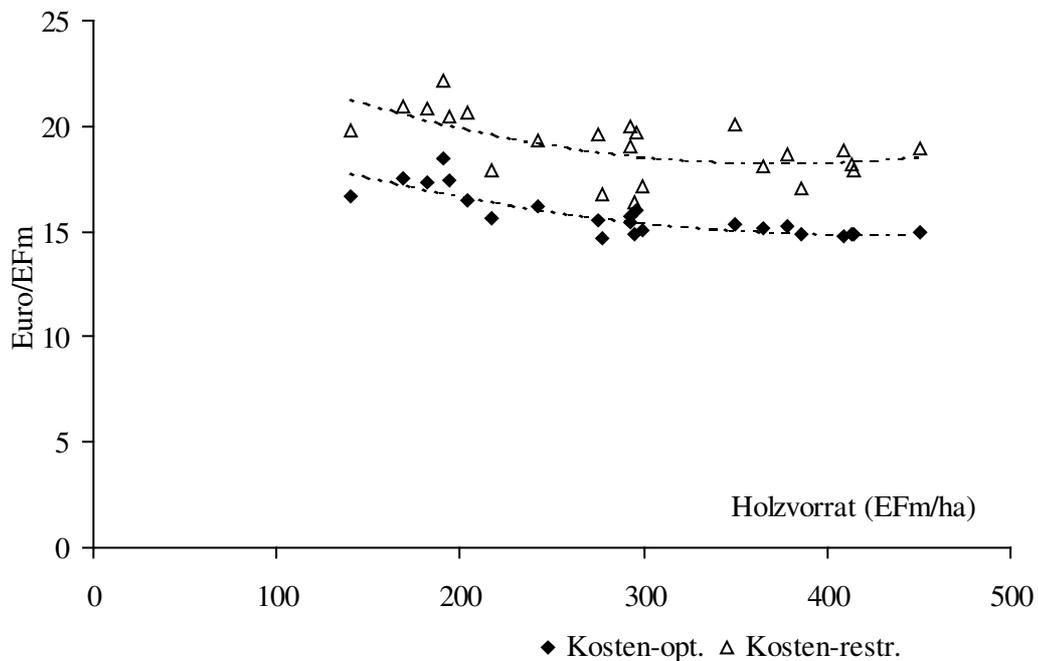


Abb. 32: Die Stückkosten der Holzernte in Abhängigkeit vom Holzvorrat beim Einsatz der optimalen Arbeitsverfahren bzw. unter Restriktionen.

### 3.2.2 Die Erlösfunktion

Für die Herleitung einer Beziehung zwischen Baumdimension und Holzpreis erweist sich die Verwendung des Messzahlensystems bei der Abwicklung von Holzverkäufen in Deutschland als problematisch. Das Messzahlensystem wurde 1952, kurz nach der Freigabe der Holzpreise eingeführt. Es gibt für jede Baumart ein vorgegebenes Verhältnis von Preisen in Abhängigkeit von den Stärkeklassen an (Tab. 4). Dabei handelt es sich um die Preise und Wertrelationen, die seinerzeit in Süddeutschland bestanden. Indem ein Preis in Prozent zu den Messzahlen vereinbart wird, kann die Abwicklung von Holzverkäufen wesentlich vereinfacht werden.

Tab. 4: Messzahlen für Fichte beim Verkauf nach der Mittenstärkensortierung.

Stärkeklasse	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4	5	6
Messzahl (Euro je Fm)	15	17	19	20	23	24	26	27	28
% von StKl 2 b	75	85	95	100	115	120	130	135	140

Aus der Sicht des Rohholzkäufers bedeutet dies jedoch nur eine Vereinfachung, wenn die Wertrelationen des Messzahlensystems seinen Präferenzen entsprechen. Hat er andere Präferenzen, wird er aus den Mengen und seiner Zahlungsbereitschaft je Stärkeklasse einen Gesamtpreis kalkulieren und diesen in einen für ihn angemessenen Preis in Prozent der Messzahlen umrechnen. Obgleich seine Stärkepräferenz sich im Kaufpreis auf jeden Fall widerspiegelt, wird sie für den Verkäufer nicht mehr sichtbar. Die Forstwirtschaft in Deutschland trägt den geänderten Präferenzen zwar zum Teil dadurch Rechnung, dass Preise in Prozent der Messzahlen gestaffelt nach Gruppen von Stärkeklassen gebildet werden. Teilweise wird das Messzahlensystem auch ganz aufgegeben. Aus den Preisstatistiken der Landesforstverwaltungen, den einzig zugänglichen Quellen, wird das Ausmaß der Preisverzerrung durch das Messzahlensystem jedoch nicht ersichtlich. Es wurden deshalb zusätzlich Daten aus Österreich<sup>162</sup> herangezogen, die als sortenrein betrachtet werden können.

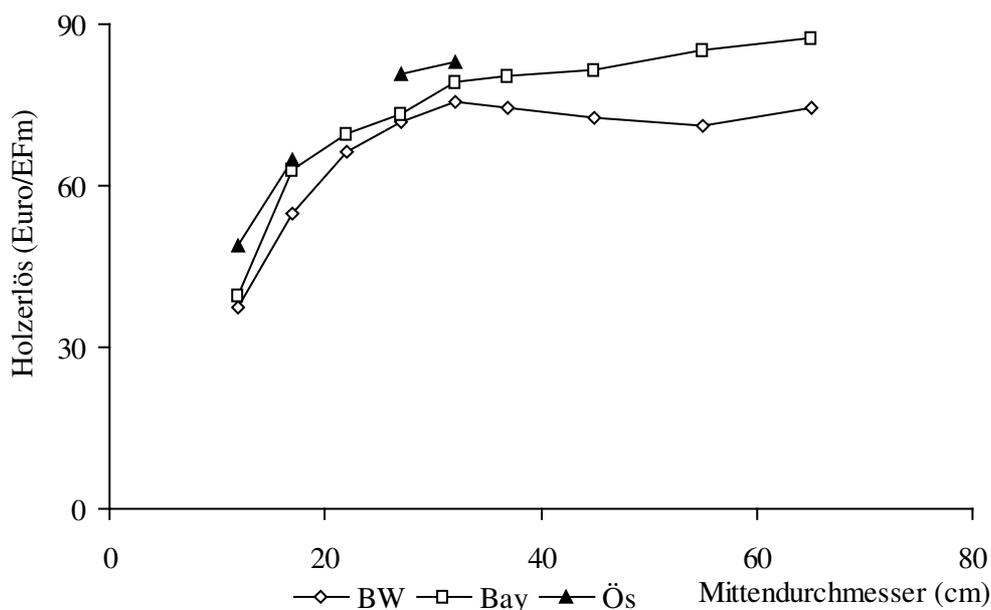


Abb. 33: Die im Jahr 1998 erzielten Holzpreise für Fichte in Abhängigkeit von der Dimension der Stammstücke in Österreich sowie im Staatswald von Baden-Württemberg und Bayern.

<sup>162</sup> Österreichisches Statistisches Zentralamt 1999.

In Abb. 33 sind die Preise für Fichte in Abhängigkeit von der Baumdimension dargestellt. Die Preise aus Baden-Württemberg repräsentieren eine Holzmenge von ca. 1,3 Mio. EFm, die aus Bayern mit ca. 0,5 Mio. EFm nur das Fichtenholz, das nach der Mittenstärkensortierung vermarktet wurde. Die österreichische Statistik enthält keine Mengenangaben.

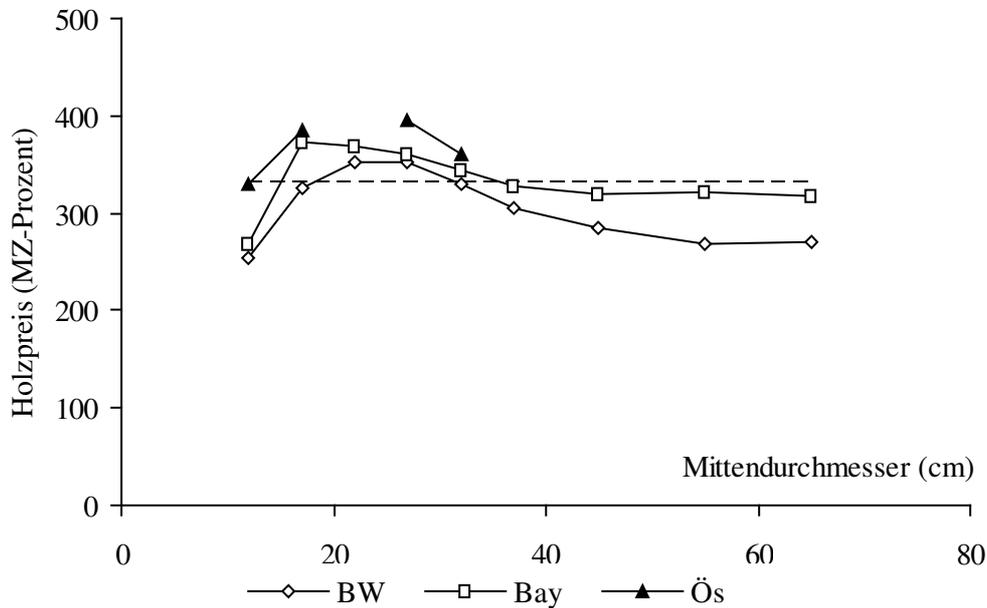


Abb. 34: Fichtenholzpreise in Prozent der Messzahl in Österreich, Baden-Württemberg und Bayern.

In Abb. 34 sind die Preise umgerechnet in Prozent der Messzahlen dargestellt. Eine zum Messzahlensystem konforme Preisentwicklung würde parallel zur Abszisse (x-Achse) verlaufen. Es wird deutlich, dass bei geringen Durchmessern der Preisanstieg mit der Dimension größer als nach dem Messzahlensystem und in mittleren Stärkeklassen geringer ist. Die Preisrelationen in den hohen Stärkeklassen entsprechen in Bayern dem Messzahlensystem. Die Preisentwicklung in den drei Ländern verläuft bis zur Stärkeklasse 3 a recht ähnlich, wenn auch das Preisniveau unterschiedlich ist. Wir wollen deshalb annehmen, dass der Mittelwert aus den Preisen der drei Länder für diese Stärkeklassen die Zahlungsbereitschaft und Entschädigungsforderung der Käufer und Verkäufer trifft. Für die Stärkeklassen ab 3 b liegen keine Daten aus Österreich vor. Während in Baden-Württemberg die Preise ab der Klasse 3 b rückläufig sind und nur für die höchste Klasse noch einmal ansteigen (Abb. 33), weist Bayern durchweg steigende Holzerlöse aus. Für die Kalkulation wird angenommen, dass die Preise ab der Stärkeklasse 3a konstant bleiben (Tab. 5).

Tab. 5: Kalkulationsgrundlagen.

Sorte	Stärke	Erlös (Euro/ EFm)
Sägeholz	L 1a	42,03
	L 1b	60,79
	L 2a	67,95
	L 2b	75,37
	L 3a	79,20
	L 3b	79,20
	L 4	79,20
	L 5	79,20
	L 6	79,20
Industrieholz	IL, IS	28,13

Für Industrieholz werden die in der Bayerischen Staatsforstverwaltung 1998 erzielten Erlöse zugrunde gelegt.

Aus den Sortenanteilen der einzelnen Durchmesserstufen und den Erlösen aus Tab. 5 wurden die durchschnittlichen Stückerlöse in den Forstbetrieben kalkuliert (Abb. 35). Die durch Regression geschätzten Funktionen lauten für den Bruttoerlös:

$$p = -0,0002 \cdot M^2 + 0,1321 \cdot M + 41,71 \quad (R^2 = 0,448) \quad (79)$$

und für den Nettoerlös bei Verwendung optimaler Arbeitsverfahren

$$p - c = -0,0002 \cdot M^2 + 0,1636 \cdot M + 20,2272 \quad (R^2 = 0,506) \quad (80)$$

sowie bei Beachtung von Restriktionen bei der Auswahl der Verfahren:

$$p - c = -0,0002 \cdot M^2 + 0,1741 \cdot M + 15,6116 \quad (R^2 = 0,430) \quad (81)$$

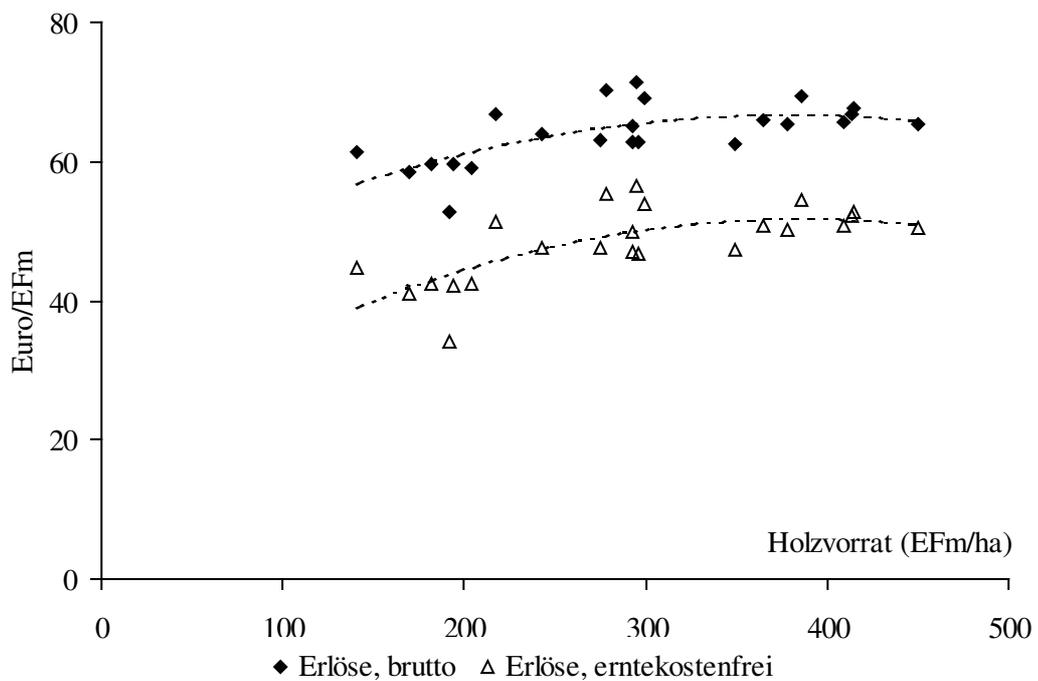


Abb. 35: Die Stückerlöse für Fichtenholz in Abhängigkeit vom Vorrat der Forstbetriebe sowie quadratische Ausgleichskurven.

### 3.3 Die Herleitung zeitlicher Änderungen der Produkt- und Faktorpreise

Die Aufgabenlösung muss dem Umstand Rechnung tragen, dass die Produkt- und Faktorpreise auch exogen beeinflusst werden. Stellvertretend für diesen exogenen Einfluss wurde die Variable Zeit gewählt. In den Abb. 36 und Abb. 37 ist die Entwicklung der Holzerlöse und der Erntekosten im bayerischen Staatswald während der vergangenen Jahrzehnte dargestellt. Zusätzlich wird der Trend beider Entwicklungen gezeigt.

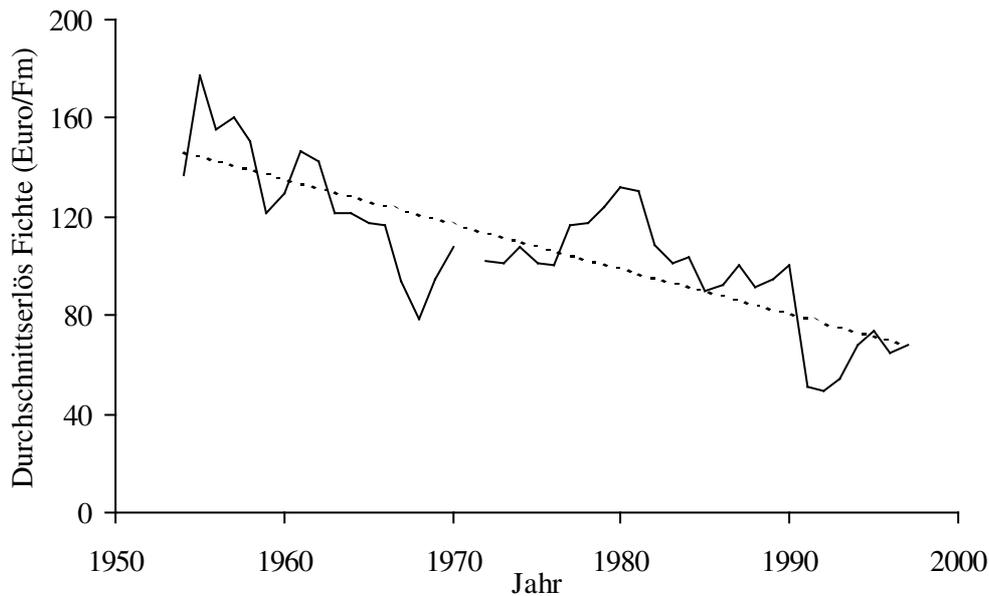


Abb. 36: Die Entwicklung der durchschnittlichen Stückerlöse der Bayerischen Staatsforstverwaltung für Fichtenholz. Die Werte wurden anhand des Lebenshaltungskostenindex inflationsbereinigt.<sup>163</sup>

Anstelle der Entwicklung der durchschnittlichen Holzerlöse könnte auch die Preisentwicklung einzelner Sortimente betrachtet werden, wie z.B. der Index der Erzeugerpreise forstwirtschaftlicher Produkte (STATISTISCHES BUNDESAMT, 1997, S. 625). Da die Preisentwicklung z.B. von Stammholz und Industrieholz unterschiedlich verlaufen ist, müsste über Mengenanteile schließlich doch wieder ein Durchschnittserlös hergeleitet werden.

Für die Regressionsgerade zu den Holzerlösen in Abb. 36 errechnet sich ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,65$  und für die Gerade zu den Erntekosten in Abb. 37 von  $R^2 = 0,91$ . Die Entwicklung der Holzerlöse nahm in der Vergangenheit wohl eher einen wellenförmigen Verlauf. Die lineare Funktion soll dennoch zur Beschreibung des langfristigen Trends hier genügen. Die beiden Funktionen sind:

$$P(t) = -1,83 \cdot t + 3722,8 \quad (82)$$

$$C(t) = -0,7304 \cdot t + 1477 \quad (83)$$

<sup>163</sup> Holzerlöse aus den Kennzahlen zum Staatsforstbetrieb im Jahresbericht der Bayerischen Staatsforstverwaltung. Die Daten zu den Jahren vor der Veröffentlichung dieser Tabelle wurden der Holzpreisstatistik der Bayer. Staatsforstverwaltung entnommen.



Abb. 37: Die Entwicklung der durchschnittlichen Holzerntekosten (für alle Holzarten) der Bayerischen Staatsforstverwaltung für Fichtenholz.<sup>164</sup> Die Werte wurden anhand des Lebenshaltungskostenindex inflationsbereinigt.

Unklar ist jedoch, ob diese Entwicklung nicht auch von den endogenen Variablen 'Holzvorrat' und 'Nutzungsmengen' geprägt wird. Beispielsweise sind die Holzvorräte im bayerischen Staatswald in den vergangenen Jahrzehnten kontinuierlich angestiegen.<sup>165</sup> Im Zeitraum von 1971 bis 1987 ist der Vorrat in Fichtenbeständen um ca. 20 % gestiegen.<sup>166</sup> Zumindest unplanmäßig hohe Nutzungsmengen infolge von Schadenereignissen haben den Holzpreis immer wieder beeinflusst. Die Preiseinbrüche von 1981 auf '82, von 1984 auf '85 und von 1990 auf '91 können z.B. auf solche Kalamitäten zurückgeführt werden. Aus Abb. 38 ist zu ersehen, dass die unplanmäßigen Holznutzungen im bayerischen Staatswald seit Anfang der 80er Jahre im Durchschnitt zugenommen haben. Möglicherweise besteht ein kausaler Zusammenhang zwischen der Zunahme der Nutzungen aufgrund von Kalamitäten und der Vorratshöhe.

Für Fichtenbestände wurde ein enger Zusammenhang zwischen der Bestandeshöhe und der Sturmgefährdung festgestellt (ROTTMANN, 1986; KÖNIG, 1995). Die Baumhöhe korreliert auch mit dem Holzvorrat, weshalb angenommen werden kann, dass die Sturmgefährdung auch mit dem Vorrat wächst. Die Sturmschäden stellen dann einen natürlichen Zerfall dar, der mit dem Holzvorrat zunimmt. Das mit dem Vorrat wachsende Risiko könnte einerseits in der Zuwachsfunktion berücksichtigt werden. Anstelle einer deterministischen Zuwachsfunktion wäre dann eine stochastische zu verwenden. Es könnte aber auch in der Preisfunktion abgebildet werden. Anstelle des Holzerlöses ist dann dessen Erwartungswert zu verwenden. Dies hätte zur Folge, dass die Kurve für den Nettostückerlös des Holzvorrats  $p - c$  stärker gekrümmt würde.

<sup>164</sup> Aufwand für Holzeinschlag und Holzrücken aus Tab. 10 des Jahresberichts und Menge des Holzeinschlags aus Tab. 21 nach den aktuellen Tabellenummerierungen.

<sup>165</sup> MOOG und BORCHERT, in Vorbereitung.

<sup>166</sup> FOERSTER et al. 1993.

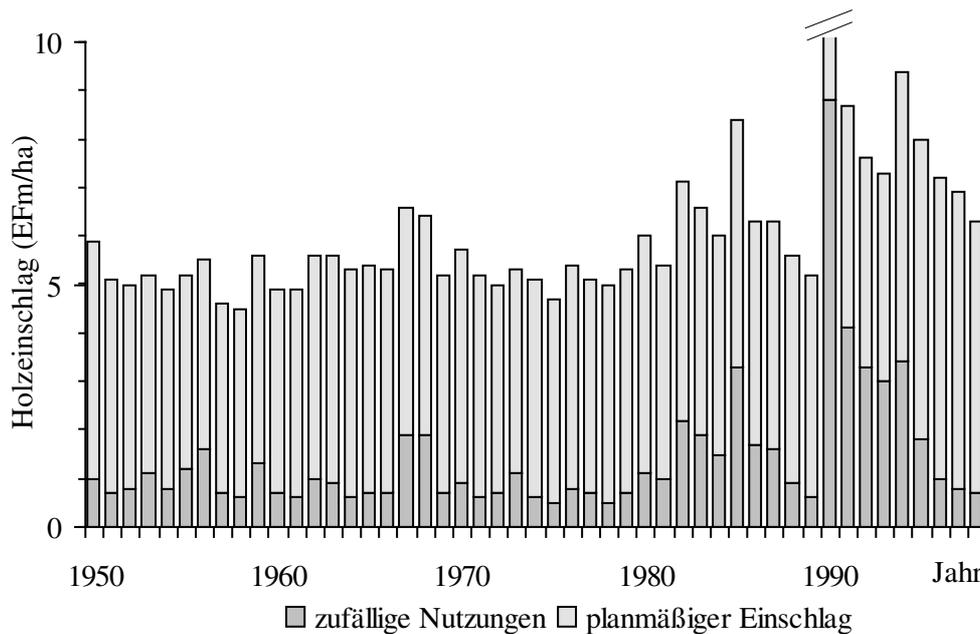


Abb. 38: Die Entwicklung des Holzeinschlags im Bayerischen Staatswald von 1950 bis 1998. Im Jahr 1990 betrug der Einschlag insgesamt fast 20 EFm/ha.

Die bestehenden Daten zum Sturmschadensrisiko bei der Fichte reichen noch nicht aus, um diese Modelle zu erstellen. Wir können festhalten, dass entweder die Kurve zur Zuwachsfunktion  $f(M)$  oder die zur Funktion für den Nettostückerlös  $p - c$  in der Realität aufgrund der Sturmgefährdung stärker gekrümmt ist, als wir diese abgebildet haben. Der endogene Einfluss auf die Preisentwicklung ist von dem exogenen nicht zu trennen. Es kann aber angenommen werden, dass unplanmäßige Holznutzungen aufgrund von Kalamitäten die Preisentwicklung nur kurzfristig bestimmen. Der langfristige Trend sollte davon nicht beeinflusst werden.

Um dies zu prüfen, werden in Abb. 39 die Holzerlöse der Landesforstverwaltung Niedersachsen mit den bayerischen Ergebnissen verglichen. Der Staatswald Niedersachsens hat eine deutlich andere Struktur als der in Bayern. Der durchschnittliche Holzvorrat betrug 1996 in Niedersachsen 177 Fm/ha gegenüber 275 Fm/ha in Bayern. Der Anteil der ersten drei Altersklassen bei der Fichte (bis 60 Jahre) ist in Niedersachsen um ca. 10 % höher als in Bayern. Wenn der Holzvorrat auch den langfristigen Trend der Preisentwicklung beeinflusst, sollten sich die Entwicklungen in den beiden Staatswäldern voneinander unterscheiden. Abb. 39 zeigt jedoch, dass die Entwicklung in beiden Staatswäldern sehr ähnlich ist. Die Steigung der Ausgleichsgeraden ist nahezu identisch. Die andere Waldstruktur im Staatswald Niedersachsens wirkt sich offensichtlich vor allem im Niveau der Kurven aus.

Problematisch an der Zeitreihe für die Holzerlöse ist, dass keine Erlöse aus Verkäufen auf dem Stock (Selbstwerbung) enthalten sind, während die Zeitreihe zu den Erntekosten in Abb. 37 die Kostendegression, die durch Verkäufe auf dem Stock bedingt ist, mit enthält. Für die Optimierung ist letztendlich der Nettostückerlös von Interesse. Produktivitätsfortschritte, die durch Outsourcing erreicht werden, sollten in der Entwicklung der Nettostückerlöse berücksichtigt werden. Daten zu Holzerlösen, die auch die Selbstwerbung umfassen, sind allerdings nicht verfügbar.

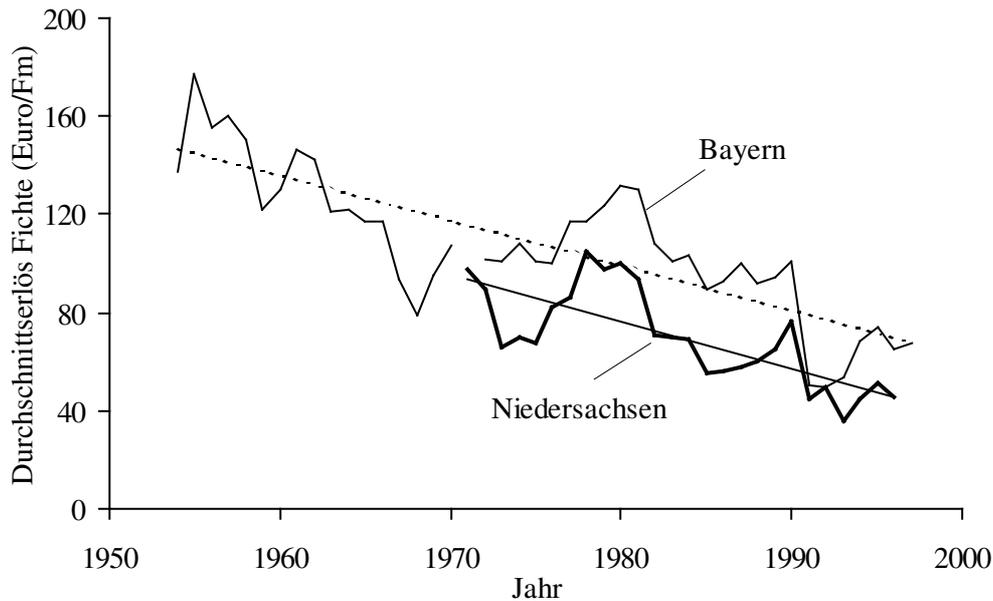


Abb. 39: Die Entwicklung der durchschnittlichen Stückerlöse für Fichtenholz im bayerischen Staatswald und in der Landesforstverwaltung Niedersachsen.<sup>167</sup> Die Werte sind inflationsbereinigt.

Der Effekt der Selbstwerbung wird jedoch aus Abb. 40 deutlich. Dort sind den gesamten Erntestückkosten in Bayern die Kosten gegenübergestellt, die sich allein auf das in Regie aufgearbeitete Holz beziehen. Die Holzernte in Regie umfasst die Ernte durch eigene Arbeitskräfte sowie durch Fremdbezug als Dienstleistung. Beide Kurven nehmen eine parallele Entwicklung. Die Kurve der Erntekosten in Regie verläuft lediglich auf einem höheren Niveau. Das bedeutet, dass die Kostenentwicklung durch Stockverkäufe kaum beeinflusst wird. Wenn wir annehmen, dass dies auch für die Erlösentwicklung gilt, wird sich die Selbstwerbung auf den Nettoerlös nicht auswirken. In Abb. 40 ist zusätzlich die Entwicklung in der Landesforstverwaltung Niedersachsen dargestellt. Die Kostenentwicklung dort wurde offensichtlich tatsächlich von der Waldstruktur bestimmt. Bis Anfang der 90er Jahre ist in Niedersachsen kein abwärts gerichteter Trend bei den Erntekosten erkennbar. Die Abnahme Anfang der 90er Jahre ist vermutlich auf die Produktivitätsfortschritte durch die Einführung der vollmechanisierten Holzernte zurückzuführen. Der Kostenrückgang in Niedersachsen ist dabei stärker als der in Bayern. Dies kann vermutlich auf den höheren Anteil an Schwachholz im Staatswald Niedersachsens zurückgeführt werden, da die Produktivitätsfortschritte der maschinellen Holzernte im schwachen Holz größer sind als im Starkholz.

<sup>167</sup> Die Daten für Niedersachsen sind den Jahresberichten entnommen worden, bis 1987 der Tab. 3.03 „Holzerlöse“ und ab 1988 den „Kennzahlen Holzverwertung - Erlöse Fichte“.

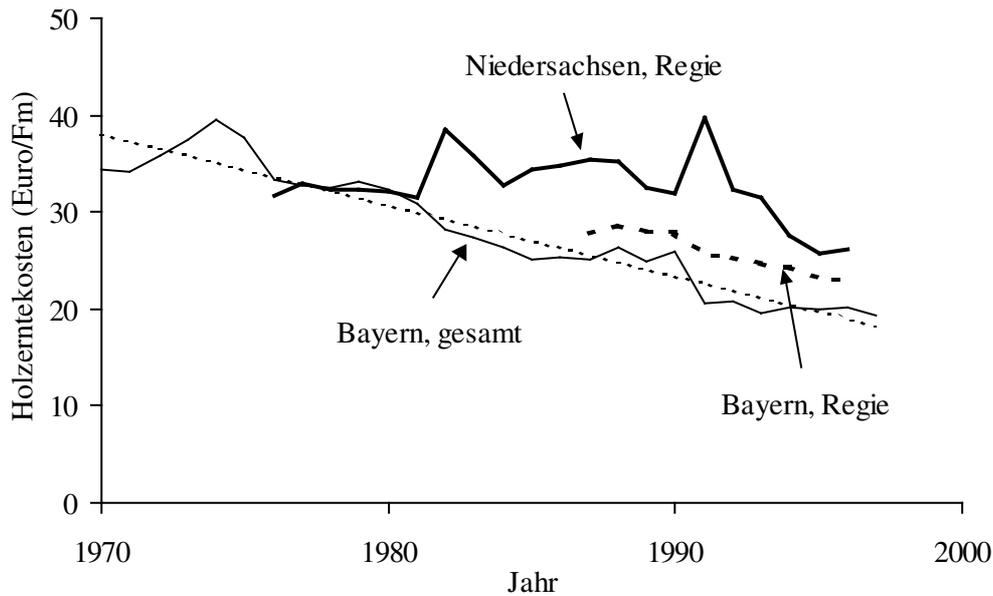


Abb. 40: Die Entwicklung der durchschnittlichen Holzernstekosten im bayerischen Staatswald und in der Landesforstverwaltung Niedersachsen.<sup>168</sup> Die Werte sind inflationsbereinigt.

Die Holzernstekosten in Abb. 40 beziehen sich auf alle Holzarten, da keine Daten getrennt nach Baumarten verfügbar sind. Der tatsächliche Rückgang der Erntekosten bei der Fichte wird vermutlich auch in Bayern noch größer sein, als Abb. 40 vermuten lässt, weil überwiegend Nadelholz maschinell geerntet wird. Die Rationalisierungserfolge der maschinellen Holzernste werden in Abb. 40 jedoch allen Holzarten zugerechnet.

Für den bayerischen Staatswald wird vereinfachend unterstellt, dass die Entwicklung der Erntekosten aus Abb. 40 auch für die Fichte gilt und dass die Steigungen der Ausgleichsgeraden zur Erlös- und Kostenentwicklung, also die langfristigen Trends, nur durch exogene Faktoren bestimmt wurden. Außerdem soll angenommen werden, dass die Entwicklungstrends nicht nur für das genutzte Holz, sondern auch für den Holzvorrat gelten. Die Ableitungen der Funktionen (Gleichungen 82 und 83) nach der Zeit sollen deshalb auch für den Nettostückerlös des Holzvorrats  $p - c$  gelten:

$$P_t = p_t = -1,83 \quad \text{und} \quad C_t = c_t = -0,7304 \quad \text{sowie} \\ p_t - c_t = -1,0996 \text{ Euro / EFm u. Jahr} \quad (84)$$

Der Nettostückerlös sinkt danach im langfristigen Trend jährlich um 1,10 Euro/EFm.

<sup>168</sup> Die Daten für Niedersachsen sind den Kennzahlen für den Ländervergleich der Jahresberichte entnommen worden. Die Reihe „Bayern, Regie“ entstammen den Kennzahlen zum Staatsforstbetrieb der Jahresberichte.

### **3.4 Die Herleitung der Kulturkosten**

Neben den Holzerntekosten können weitere Betriebskosten in ihrer Höhe vom Holzvorrat abhängig sein und müssen deshalb im Optimierungskalkül berücksichtigt werden. Zunächst soll geprüft werden, ob die Kosten für die Regeneration der Waldbestände mit dem Holzvorrat korrelieren. Wir können beim Altersklassenwald vermuten, dass mit zunehmendem Holzvorrat der Flächenanteil der Wälder, die laufend regeneriert werden müssen, abnimmt. Die Regeneration der Waldbestände kann quasi kostenlos durch natürliche Verjüngung oder mit Kosten durch Pflanzung und Saat erfolgen. Da die Möglichkeiten zur Naturverjüngung zumindest im Altersklassenwald nicht immer gegeben sind, wird die Regeneration der Waldbestände wohl auch immer Kosten verursachen. Wir wollen prüfen, ob der Anteil der Kulturfläche mit dem Holzvorrat korreliert.

Daten sowohl zum Umfang und den Kosten der Bestandsbegründung als auch zum Holzvorrat der Forstbetriebe stehen nur für die Landesforstverwaltungen öffentlich zur Verfügung, weshalb hier wieder auf die Ergebnisse in den Staatswäldern zurückgegriffen werden soll. Da keine Daten vorliegen, die sich allein auf die Fichtenbestände beziehen, wird hier der gesamte Wald betrachtet. Problematisch an der Verwendung von Daten für Staatsforstbetriebe ist, dass es nicht bekannt ist, inwieweit die Knappheit der Ressourcen dort verspürt wird und das Betriebsgeschehen bestimmt. Schließlich stehen die öffentlichen Haushalte der Länder für etwaige Verluste in den Staatsforstbetrieben ein. Allerdings wäre auch bei der Verwendung von Daten aus privaten Forstbetrieben nicht sicher gestellt, dass die Knappheit der Ressourcen immer verspürt wird. Schließlich sind viele private Forstbetriebe nur Teil des Portfolios eines größeren Unternehmens (BORCHERS, 1996, S. 73). Zeitweilige Verluste in der Forstwirtschaft können auch dort akzeptiert oder aus steuerlichen Gründen gar erwünscht sein.

Abb. 41 zeigt den Anteil der Kulturfläche an der Waldfläche in seiner zeitlichen Entwicklung für den Staatswald verschiedener Länder.<sup>169</sup> Der Anteil schwankt zwischen etwa einem halben bis fast eineinhalb Prozent jährlich. Deutlich wird der Einfluss der Sturmschäden aus dem Jahr 1990, die von Insektenschäden in den Folgejahren begleitet wurden und den Aufwand für die Bestandsbegründung erhöhten. Das Niveau der Kurven in Abb. 41 scheint in den verschiedenen Ländern zwar unterschiedlich zu sein. Ein langfristiger Trend zu weniger Kulturflächen wird jedoch nicht sichtbar, obgleich die Holzvorräte in den Ländern innerhalb des betrachteten Zeitraums alle angestiegen sind, wie Abb. 42 zeigt. Das Problematische an der Verwendung von Zeitreihen ist, dass diese auch andere Einflüsse, wie eben Sturm- und Insektenschäden, auf den Umfang der Kulturflächen abbilden, die den Zusammenhang zum Holzvorrat überlagern können.

---

<sup>169</sup> Die im Folgenden ausgewerteten Daten existieren auch für die zuvor bereits untersuchten staatlichen Forstbetriebe in Bayern, werden für die Einzelbetriebe aber nicht veröffentlicht. Es war das Anliegen des Autors, in dieser Untersuchung soweit wie möglich veröffentlichte Daten zu verwenden, weshalb die Länderergebnisse ausgewertet werden.

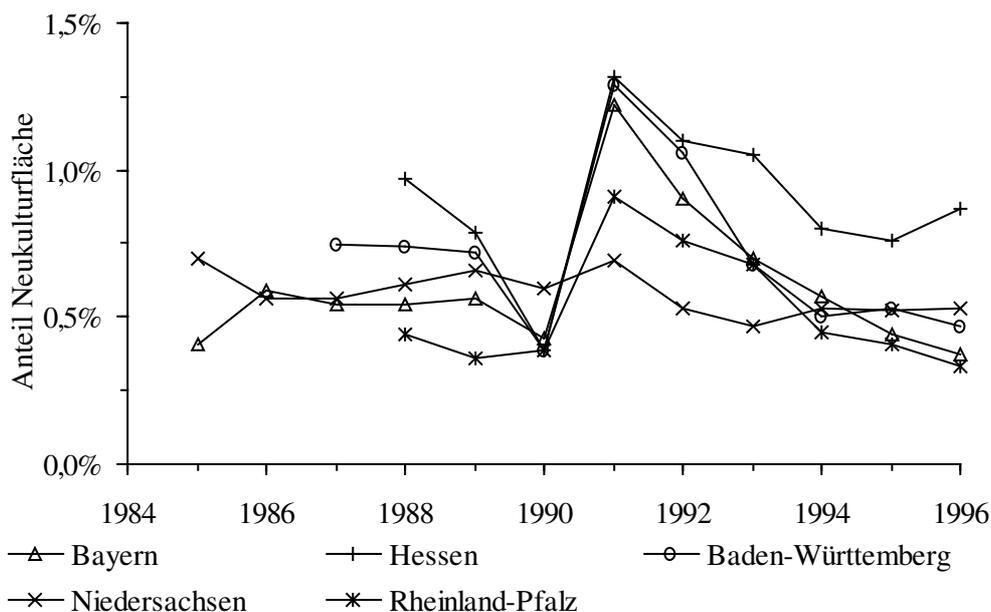


Abb. 41: Der jährliche Anteil der Neukulturfläche an der Waldfläche (Holzbodenfläche) im Staatswald verschiedener Länder. (Quelle: Jahresberichte).

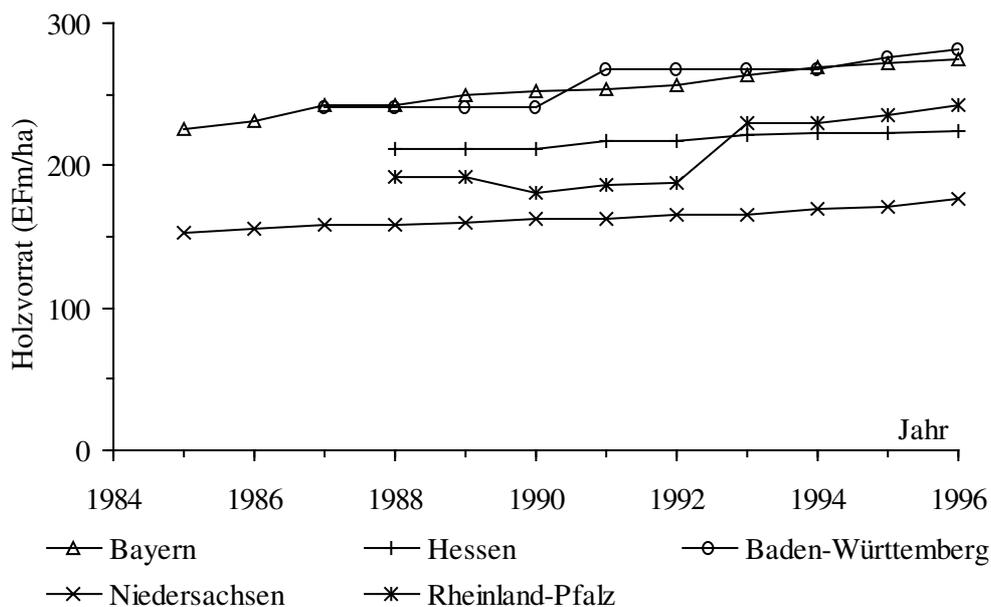


Abb. 42: Die Entwicklung der Holzvorräte im Staatswald verschiedener Länder. (Quelle: Jahresberichte)

Wechseln wir deshalb zu einer Querschnittsbetrachtung und vergleichen jeweils den Durchschnitt der Holzvorräte und der Anteile der Neukulturflächen in den Ländern (Abb. 43). Auch hier zeigt sich kein Zusammenhang zwischen beiden Größen. Da die Kulturkosten eng mit der Kulturfläche korrelieren, kann auch kein Zusammenhang zwischen den Kulturkosten und den Vorräten nachgewiesen werden.

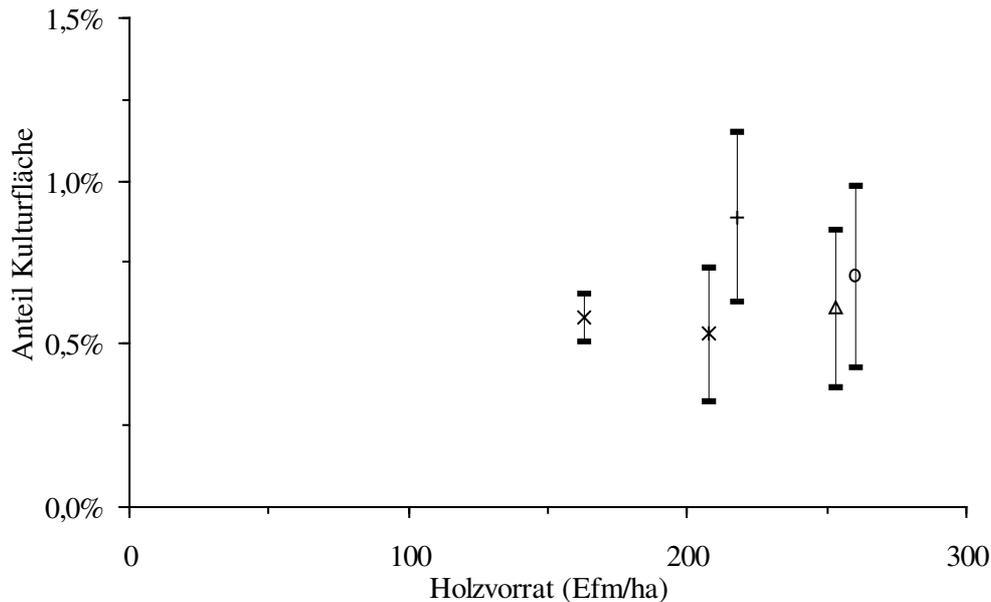


Abb. 43: Der Anteil der Neukulturfläche und die Holzvorräte im Durchschnitt der untersuchten Zeiträume im Staatswald verschiedener Länder. Die Intervalle zeigen die Streuung (Standardabweichung) der jährlichen Werte. Die Vorräte nehmen in der Reihenfolge Niedersachsen, Rheinland-Pfalz, Hessen, Bayern, Baden-Württemberg zu.

Gleichwohl kann der Zusammenhang bestehen. Auch die Durchschnittswerte wurden aus Zeitreihen gebildet und beinhalten die im Zeitablauf sich verändernden Einflussgrößen. Der Einfluss der Sturm- und Insektenschäden wurde bereits genannt. Hinzu kommt, dass sich die Bedingungen für die Naturverjüngung innerhalb des betrachteten Zeitraums zum Teil verbessert haben. Dies ist zum einen auf Veränderungen bei der jagdlichen Regulierung des Schalenwildes zurückzuführen. Zum anderen haben sich zumindest für die Fichte wohl auch die edaphischen Bedingungen für die natürliche Regeneration verbessert. Außerdem haben sich gerade für den Staatswald die mit der Waldverjüngung verbundenen Ziele verändert.

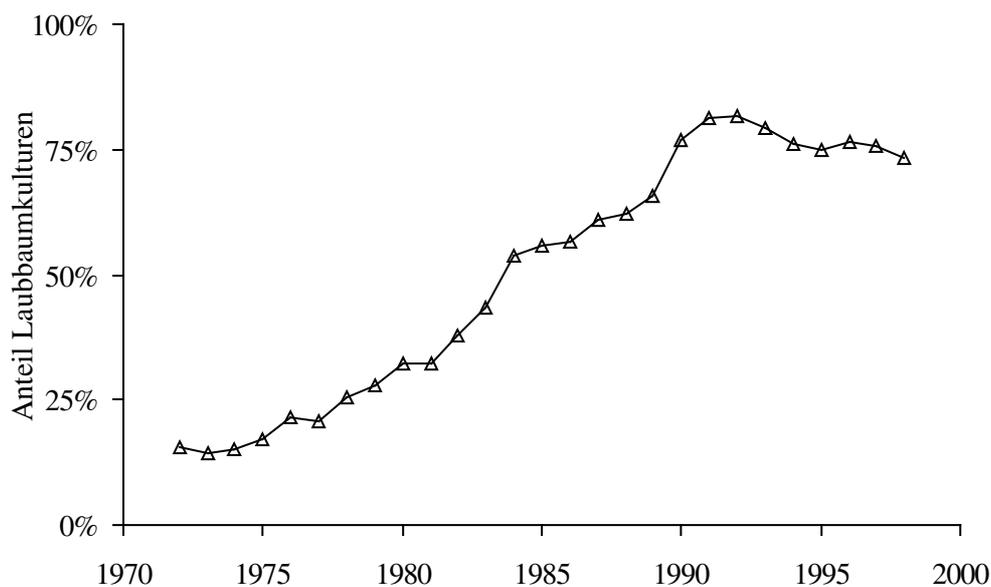


Abb. 44: Der Anteil der Laubbaumbestände an der Neukulturfläche im Staatswald Bayerns. (Quelle: Jahresberichte).

Die Landesforstverwaltungen beabsichtigen heute, die Baumartenzusammensetzung der Wälder zugunsten der Laubbäume zu verändern. Abb. 44 zeigt die erhebliche Zunahme des Anteils der Laubwälder an der Neukulturfläche zwischen 1972 und 1998 im Staatswald Bayerns. Wir können annehmen, dass der Waldumbau zugunsten der Laubbäume mehr Kulturflächen erfordert, als für die Regeneration ohne Änderung der Baumartenzusammensetzung erforderlich wäre.

Betrachten wir jetzt anstelle der Kulturflächen den Anteil junger Waldbestände in den Forstbetrieben, also z.B. die Fläche der Bestände der 1. Altersklasse (bis 20jährig). Der Anteil dieser Bestände dürfte durch einzelne Schadereignisse wenig beeinflusst werden. Die 1. Altersklasse umfasst sowohl die natürlich als auch die künstlich verjüngten Waldbestände. Änderungen der Baumartenzusammensetzung wirken sich auf den Flächenanteil der 1. Altersklasse nicht aus. Wir können annehmen, dass die 1. Altersklasse den Anteil der Flächen repräsentiert, die im Altersklassenwald allein aufgrund der gewählten Umtriebszeit regeneriert werden mussten. Die Umtriebszeit wiederum bestimmt die Höhe des Holzvorrats. Aus Abb. 45 ist zu ersehen, dass hier ein enger Zusammenhang besteht, in den sich die verschiedenen Länder gut einfügen.

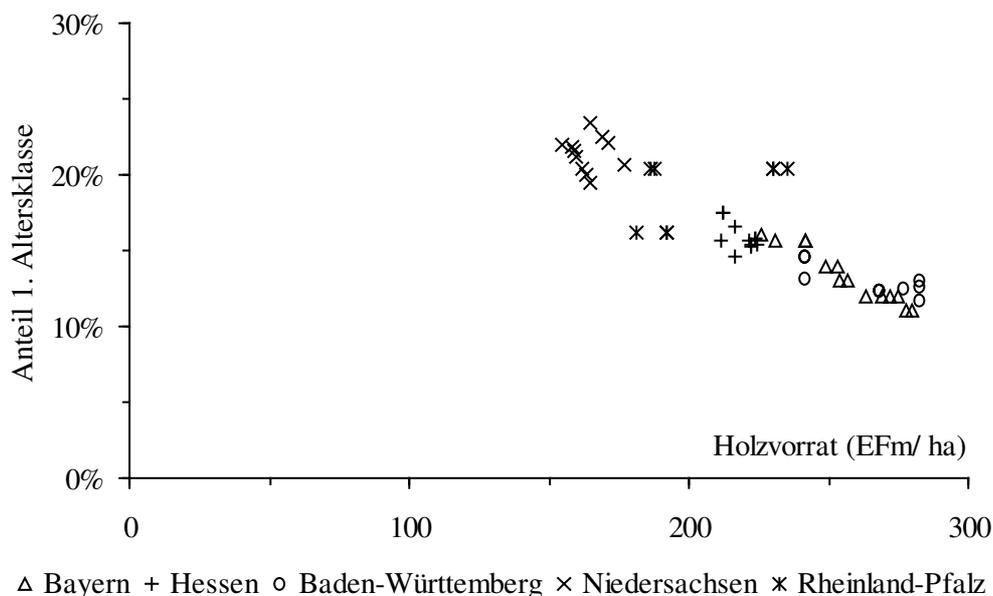


Abb. 45: Der Anteil der 1. Altersklasse (bis 20 Jahre) über dem Holzvorrat im Staatswald verschiedener Länder in den einzelnen Jahren zwischen Mitte der 80er bis Mitte der 90er Jahre.

Aus den Durchschnittswerten der Länder (Abb. 46) wurde folgende Gerade geschätzt:

$$\text{Anteil 1. Altersklasse} = -0,0008 \cdot M + 0,3515 \quad (85)$$

Wir können den Zusammenhang zwischen den Kulturkosten und dem Produktionsapparat anhand empirischer Daten zwar nicht belegen. Für das Kalkül ist aber unsere Erwartung entscheidend. Wenn wir erwarten, dass die Kulturkosten sich proportional zum Anteil der 1. Altersklasse entwickeln, können wir sie im Modell berücksichtigen.

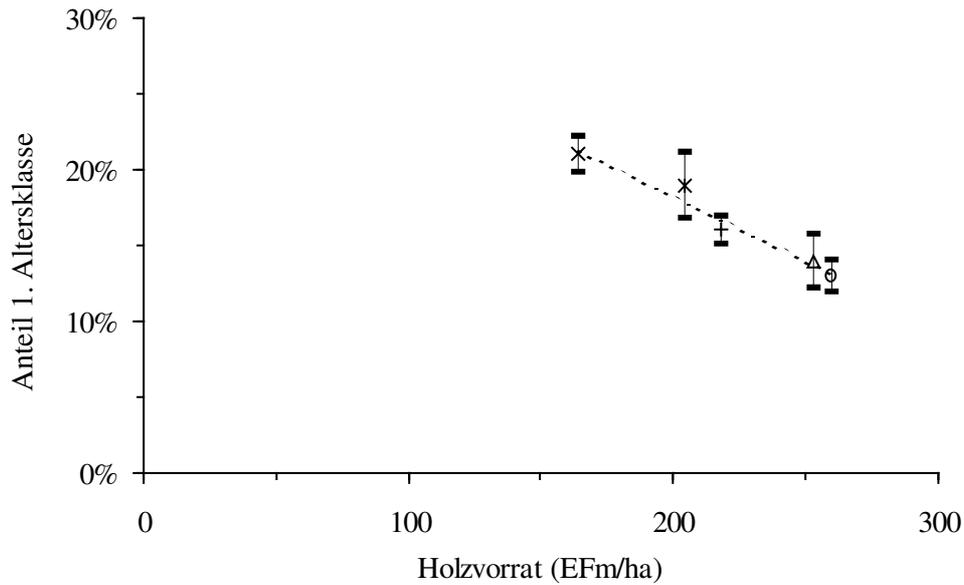


Abb. 46: Der Anteil der 1. Altersklasse über dem Holzvorrat im Staatswald verschiedener Länder im Durchschnitt. Die Intervalle bezeichnen die Streuung (Standardabweichung) in den einzelnen Jahren. Die Vorräte nehmen in der Reihenfolge Niedersachsen, Rheinland-Pfalz, Hessen, Bayern, Baden-Württemberg zu.

Der Holzvorrat im Staatswald Bayerns betrug 1998 nach dem Jahresbericht 280 EFm/ha. Aus Gleichung (85) kann der Anteil der 1. Altersklasse auf 12,75 % geschätzt werden, tatsächlich betrug er 11,5 %. Der Aufwand für die Bestandsbegründung betrug 19,50 Euro/ha Waldfläche (Holzbodenfläche) in diesem Jahr. Verwenden wir diese Kosten, um die Kulturkosten in die Kurve aus Abb. 46 einzuhängen, errechnen sich die Kulturkosten aus dem Holzvorrat wie folgt:

$$(-0,0008 \cdot M + 0,3515) \cdot \frac{19,50}{0,1275} = \text{Kulturkosten (Euro / ha HB)} \quad (86)$$

Der Zusammenhang wird in Abb. 47 veranschaulicht.

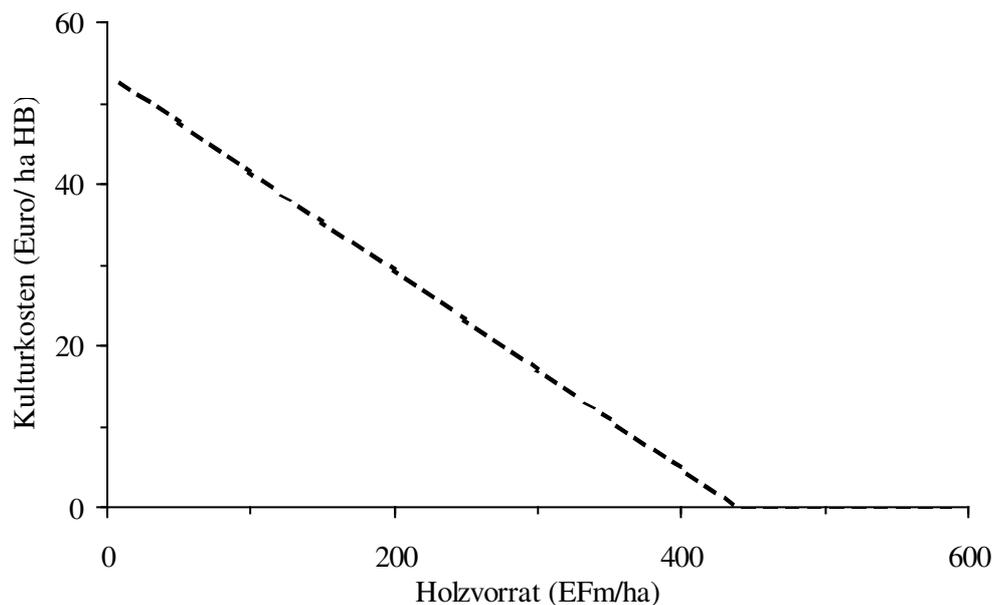


Abb. 47: Die Schätzung der Kulturkosten in Abhängigkeit vom Holzvorrat.

Als Steigung dieser Kurve errechnet sich:

$$K_M = -0,1224 \quad (87)$$

Danach bewirkt eine Zunahme des Holzvorrats um 1 EFm/ha eine Reduktion der Kulturkosten um 0,12 Euro/ ha Holzbodenfläche.

### **3.5 Sonstige Betriebskosten**

Für die Kosten der Waldpflege, des Waldschutzes und des Wegeunterhalts soll ebenfalls geprüft werden, ob ein Zusammenhang zu dem Holzvorrat besteht. Ein Zusammenhang scheint aus folgenden Gründen möglich:

Kosten der Waldpflege werden vornehmlich bei jüngeren Waldbeständen ausgewiesen, da Pflegearbeiten in älteren Beständen im Zuge von Durchforstungen mit erledigt werden und damit in den Holzerntekosten untergehen. Ein steigender Holzvorrat ist mit einem steigenden Durchschnittsalter der Waldbestände verbunden, weshalb abnehmende Kosten der Waldpflege mit steigendem Vorrat erwartet werden können.

Die Kostengruppe „Waldschutz“ ist im Rechnungswesen der Forstwirtschaft in Deutschland sehr heterogen. Sie umfasst z.B. sowohl Kosten, die beim Schutz von Kulturen gegen Schäden durch Schalenwild entstehen (v.a. Zäunung), als auch Kosten, die beim Schutz von Altbeständen vor z.B. Insektenschäden entstehen. Für die Kosten zum Schutz der Kulturen kann erwartet werden, dass diese mit dem Umfang der Kulturen korrelieren. Sinkende Kulturkosten bei steigenden Holzvorräten bedeuten dann auch sinkende Waldschutzkosten gegen Schalenwild bei steigenden Vorräten. Bei den Schutzmaßnahmen gegen Insektenschäden spielt vor allem die Bekämpfung von Borkenkäferschäden eine große Rolle. Diese treten regelmäßig nach großen Sturm- und Schneebruchschäden oder anderen witterungsbedingten Waldschäden gehäuft auf, weshalb ein Zusammenhang zwischen diesen Schäden und den Waldschutzkosten angenommen werden kann. Wenn mit steigenden Holzvorräten unplanmäßige Holzanfälle infolge witterungsbedingter Schäden zunehmen, kann auch die gleichgerichtete Zunahme der Waldschutzkosten erwartet werden. Es kann also vermutet werden, dass bei wachsendem Holzvorrat die Kosten zum Schutz vor Wildschäden abnehmen, die Kosten zum Schutz vor Borkenkäferschäden dagegen zunehmen.

Für die Kosten des Wegeunterhalts kann angenommen werden, dass diese mit der genutzten Holzmenge ansteigen, da die Beanspruchung der Wege durch den Holztransport mit der genutzten Holzmenge wächst. Wenn die genutzten Holzmengen dem Zuwachs entsprechen, kann erwartet werden, dass die Kosten des Wegeunterhalts ähnlich der Zuwachskurve verlaufen, also mit zunehmendem Holzvorrat zunächst steigen, dann kulminieren und schließlich wiederum sinken.

Im Folgenden soll zunächst wieder die zeitliche Entwicklung betrachtet werden. Diese liefert uns wertvolle Hinweise darauf, welche sonstigen Umstände die Kosten beeinflussen und einen etwaigen Zusammenhang zum Holzvorrat überlagern können. In einem zweiten Schritt soll dann wieder eine Querschnittsanalyse durchgeführt werden.

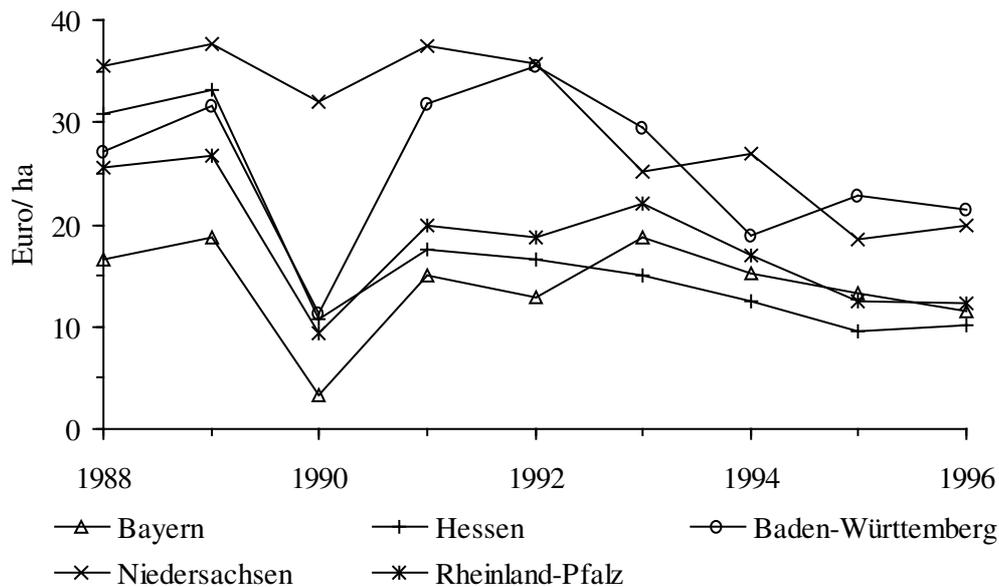


Abb. 48: Die Entwicklung der Kosten für die Bestandespflege im Staatswald verschiedener Länder. Die Werte sind inflationsbereinigt. (Quelle: Jahresberichte).

Aus Abb. 48 ist zu erkennen, dass die Kosten der Waldpflege in den verschiedenen Staatsforstbetrieben auf einem unterschiedlichen Niveau liegen und der Tendenz nach abnehmen. Die Sturmschäden im Jahr 1990 bewirkten in allen Betrieben eine vorübergehend geringere Pfllegetätigkeit.

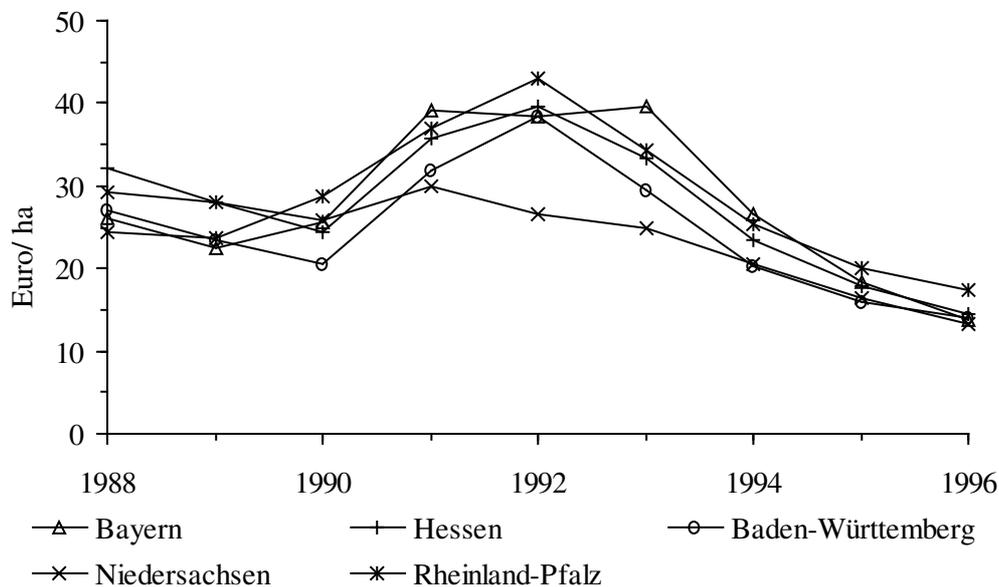


Abb. 49: Die Entwicklung der Kosten für den Waldschutz im Staatswald verschiedener Länder. Die Werte sind inflationsbereinigt. (Quelle: Jahresberichte).

Bei den Waldschutzkosten in Abb. 49 ist ebenfalls ein abnehmender Trend erkennbar. Die umfangreichen Kulturarbeiten und die gehäuften Insektenschäden nach dem Sturmereignis von 1990 trieben die Waldschutzkosten in allen Betrieben vorübergehend in die Höhe. Die Kosten in den verschiedenen Betrieben liegen sehr eng beieinander. Unterschiedliche Kostenniveaus sind nicht augenfällig.

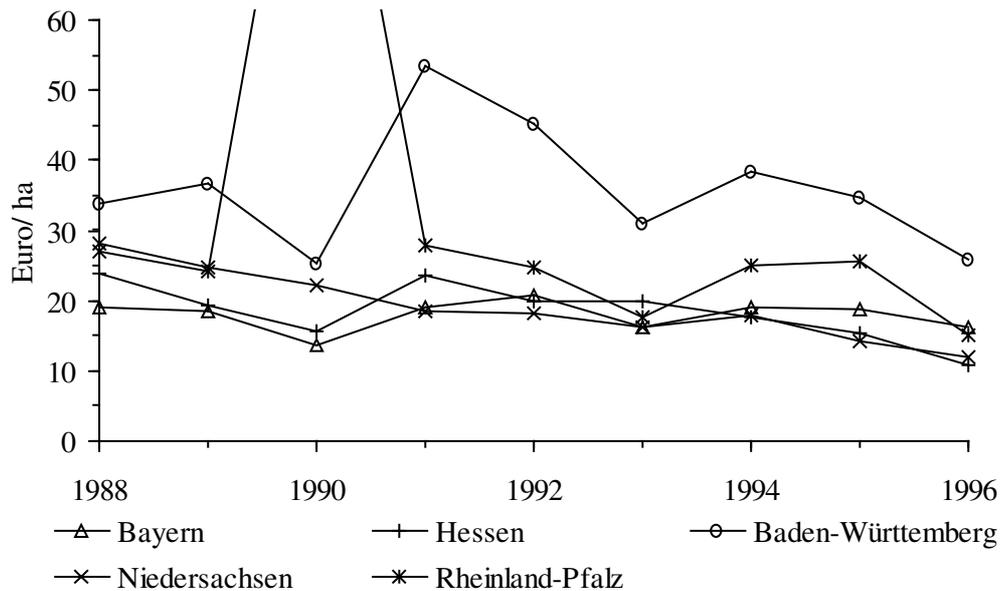


Abb. 50: Die Entwicklung der Kosten für den Wegeunterhalt im Staatswald verschiedener Länder. Die Werte sind inflationsbereinigt. (Quelle: Jahresberichte).

Bei den Kosten für den Wegeunterhalt (Abb. 50) liegen alle Forstbetriebe ebenfalls eng beieinander. Nur Baden-Württemberg bildet hier mit einem deutlich höheren Kostenniveau eine Ausnahme. Der hohe Wert in Rheinland-Pfalz für das Jahr 1990 ist offensichtlich ein Ausreißer und wird deshalb bei der Berechnung von Mittelwert und Streuung ausgeschlossen.

Betrachten wir jetzt den Durchschnitt der Kosten in den Staatsforstbetrieben über dem Holzvorrat. Bezüglich der Waldpflege deutet sich in Abb. 51 tatsächlich eine Degression der Kosten mit zunehmendem Holzvorrat an.

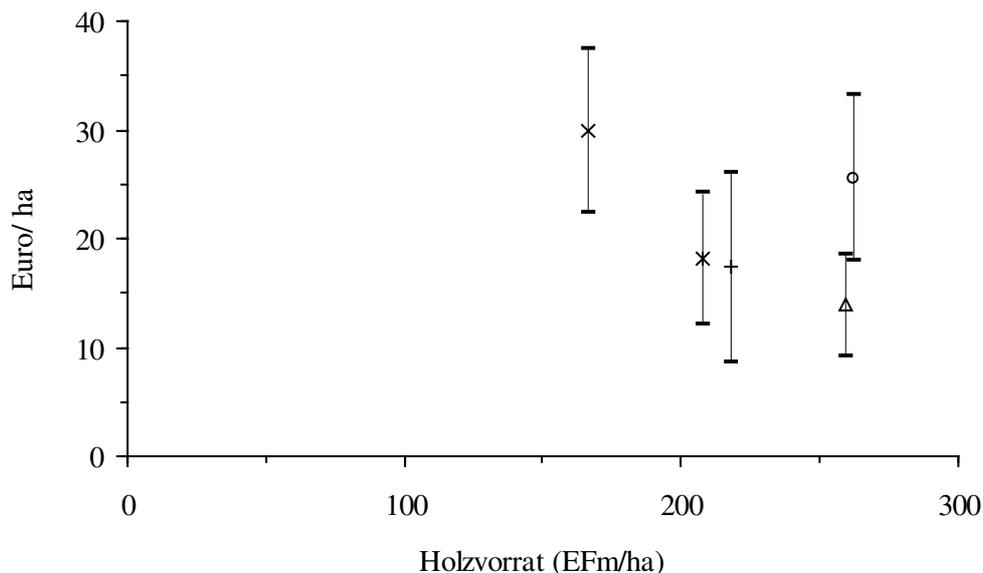


Abb. 51: Die durchschnittlichen Kosten für die Waldpflege in der Zeit von 1988 bis 1996 im Staatswald verschiedener Länder über dem Holzvorrat sowie die Streuung (Standardabweichung) der Werte. Die Vorräte nehmen in der Reihenfolge Niedersachsen, Rheinland-Pfalz, Hessen, Bayern, Baden-Württemberg zu.

Nur die Werte für Baden-Württemberg passen nicht in das erwartete Bild. Es ist erstaunlich, dass die Kosten der Waldpflege in Bayern und Baden-Württemberg so unterschiedlich sind, dass sie sogar fast keinen gemeinsamen Streubereich aufweisen. Beide Staatsforstbetriebe ähneln einander hinsichtlich Holzvorrat, Baumarten- und Altersklassenstruktur viel mehr als den Betrieben der anderen Länder. Die Kostenunterschiede können deshalb nicht auf strukturelle Unterschiede zurückgeführt werden. Entweder werden die Kosten der Waldpflege in den beiden Ländern unterschiedlich abgegrenzt oder es bestehen grundlegende Unterschiede im konzeptionellen Bereich zwischen den beiden Ländern.

Da auch schon beim Wegeunterhalt ein völlig abweichendes Kostenniveau in Baden-Württemberg aufgefallen ist, können wir vermuten, dass die Knappheit der Ressourcen im Staatsforstbetrieb dieses Landes womöglich nicht so deutlich verspürt wird, dass es das Betriebsgeschehen entscheidend bestimmt. Wenn wir die Kosten der Waldpflege in den Staatsforstbetrieben ohne Baden-Württemberg verwenden und darin einen linearen Trend annehmen, können wir diesen mit der folgenden Funktion beschreiben:

$$\text{Waldpflegekosten } W = -0,1715 \cdot M + 56,32 \text{ (Euro / ha)} \quad (88)$$

Die negative Steigung der Waldpflegekosten

$$W_M = -0,1715 \quad (89)$$

ist dann im Optimierungskalkül zu berücksichtigen.

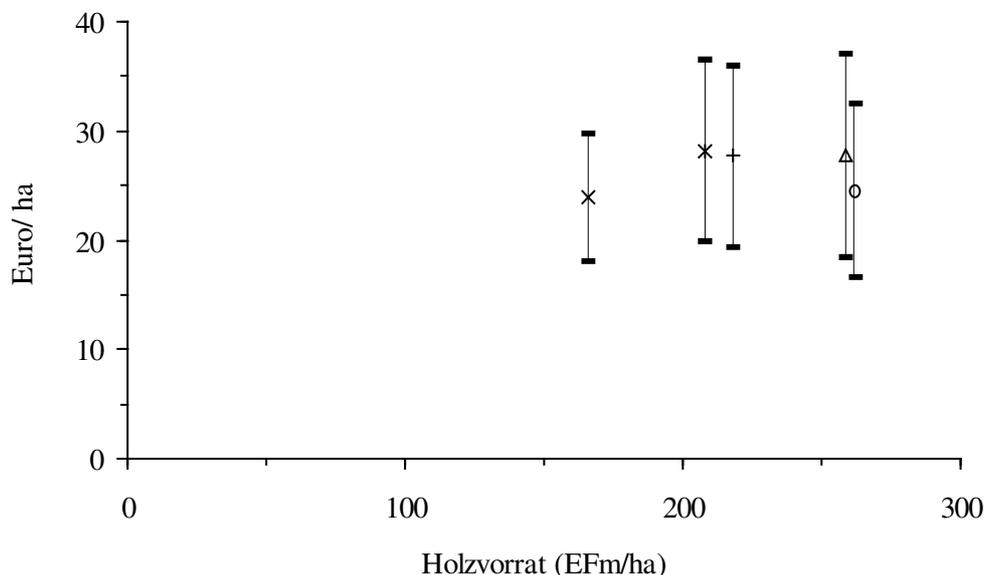


Abb. 52: Die durchschnittlichen Kosten für den Waldschutz in der Zeit von 1988 bis 1996 im Staatswald verschiedener Länder über dem Holzvorrat sowie die Streuung (Standardabweichung) der Werte. Die Vorräte nehmen in der Reihenfolge Niedersachsen, Rheinland-Pfalz, Hessen, Bayern, Baden-Württemberg zu.

Hinsichtlich der Kosten für den Waldschutz ist nach Abb. 52 keinerlei Zusammenhang zum Holzvorrat erkennbar.

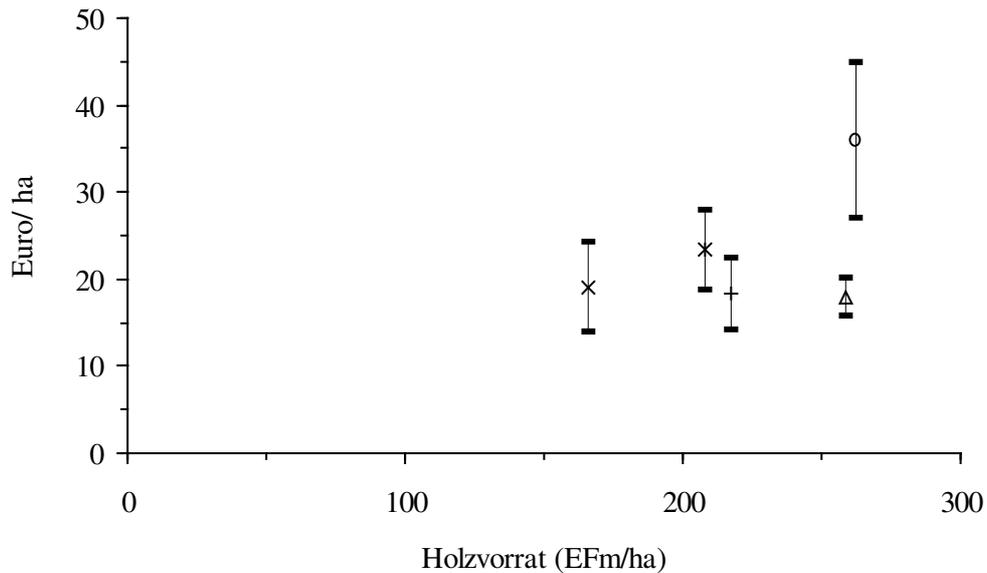


Abb. 53: Die durchschnittlichen Kosten für den Wegeunterhalt in der Zeit von 1988 bis 1996 im Staatswald verschiedener Länder über dem Holzvorrat sowie die Streuung (Standardabweichung) der Werte. Die Vorräte nehmen in der Reihenfolge Niedersachsen, Rheinland-Pfalz, Hessen, Bayern, Baden-Württemberg zu.

Auch für die Kosten des Wegeunterhalts ist aus Abb. 53 keine Beziehung zum Holzvorrat zu ersehen. Deutlich zeigt sich hier wieder das hohe Kostenniveau in Baden-Württemberg.

#### 4. Ergebnisse

Aus der Zuwachsfunktion und den Preis- und Kostenfunktionen können durch Ableitung alle weiteren für die Berechnung der optimalen Vorratshöhe und Nutzungsmenge erforderlichen Funktionen gebildet werden. In Abb. 54 sind der Wertzuwachs und die Zinskosten bei einer Zinsforderung von 2 % über dem Holzvorrat dargestellt. Die Funktion für den Wertzuwachs ist ein Polynom 4. Grades, die für die Zinskosten ein Polynom 3. Grades. Die mit Fettdruck markierten Kurvenabschnitte bezeichnen den Vorratsbereich, für den die Preis- und Kostenfunktionen gültig sind. Zusätzlich ist die nach der grafischen Lösung hergeleitete optimale Vorratshöhe eingezeichnet, bei der die Steigung beider Kurven gleich ist.

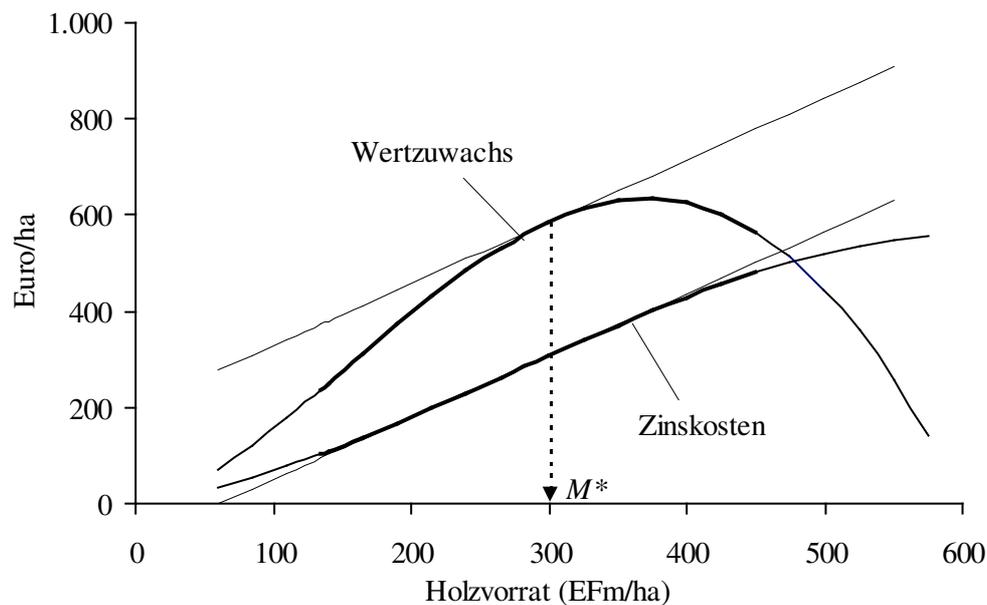


Abb. 54: Die Entwicklung des Wertzuwachses und der Zinskosten bei einer Zinsforderung von  $r = 2\%$  über dem Holzvorrat. Bei der optimalen Vorratshöhe ist auch die Steigung beider Kurven eingezeichnet.

Nach der analytischen Lösung muss die Steigung des Wertzuwachses noch um den Betrag der Preis- und Kostenänderung ( $p_i - c_i$ ) ergänzt werden. Die Steigung der Zinskosten muss um den folgenden Term korrigiert werden (vgl. S. 37):

$$-r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f}$$

Die Bedingung für das Optimum ist dann:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + (p_t - c_t) = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (37)$$

Setzen wir die anhand der empirischen Daten spezifizierten Funktionen in diese Gleichung ein, ergibt sich ein Polynom 4. Grades, das hier nicht nach der optimalen Vorratshöhe  $M$  auf-

gelöst wird. Das Optimum wird stattdessen iterativ hergeleitet, sodass die Ergebnisse eine Annäherung an das Optimum sind.

Nehmen wir an, dass die Preise und Erntekosten sich im Zeitablauf nicht ändern und bereinigen die Zinskosten um den letzten Term, dann errechnet sich bei einer Zinsforderung von 2 % eine optimale Vorratshöhe, die lediglich um 0,6 EFm/ha höher ist als die in Abb. 54 dargestellte. Dies bestätigt die Vermutung, dass der oben genannte Term in der Regel vernachlässigt werden kann. Die Abhängigkeit des Nettostückerlöses von der Nutzungsmenge wirkt sich somit auf die Lösung nur geringfügig aus.

In Abb. 55 ist die interne Verzinsung der jeweils letzten investierten Mengeneinheit über dem Fichtenvorrat bei der Ernte des laufenden Holz- und Wertzuwachses dargestellt. Bei dem durchschnittlichen Holzvorrat in den 23 Forstbetrieben von 293 EFm/ha errechnet sich die auf der Kurve markierte interne Verzinsung von ca. 2,2 %. Nach der Zuwachsfunktion beträgt der laufende Zuwachs dort 8,9 EFm/ha. Der laufende Wertzuwachs beträgt an dieser Stelle ca. 576 Euro/ha und Jahr. Nehmen wir an, dieser Wertzuwachs soll jährlich abgeschöpft werden. Setzen wir ihn in das Verhältnis zum eingesetzten Vermögen von 14.940 Euro/ha, errechnet sich eine durchschnittliche Verzinsung des im Holzvorrat gebundenen Vermögens von 3,9 % (Wertzuwachs/ Abtriebswert in %). Die Rentabilität der letzten investierten Mengeneinheit ist also deutlich niedriger als die durchschnittliche Verzinsung. Für das Kalkül ist jedoch die Rentabilität der letzten investierten Mengeneinheit entscheidend. Wenn sich das mit einer zusätzlichen Mengeneinheit investierte Vermögen niedriger verzinst als eine alternative Vermögensanlage, ist mit weiteren Investitionen besser auf die Alternative auszuweichen.

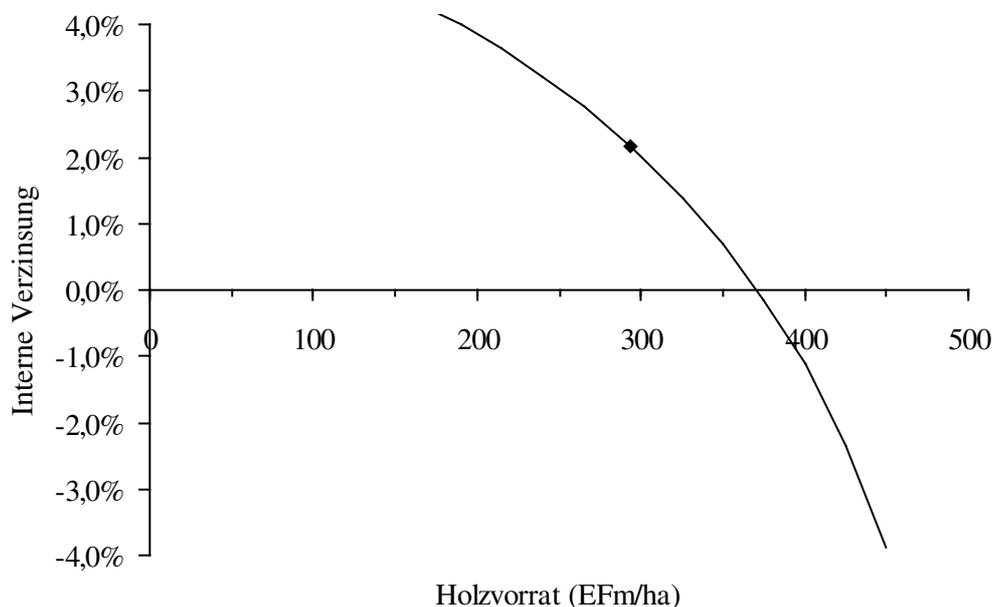


Abb. 55: Die interne Verzinsung der jeweils letzten Mengeneinheit, wenn der laufende Holz- und Wertzuwachs der Fichte geerntet wird.

#### 4.1 Die Wirkung des Grenzwertzuwachses

In Abb. 56 ist neben der Kurve für die interne Verzinsung die des Grenzmassenzuwachses  $f_M$  eingezeichnet, also die Steigung des laufenden Holzzuwachses mit Bezug auf den Vorrat. In einfachen Modellen zur Nutzung erneuerbarer Ressourcen findet sich verschiedentlich die Entscheidungsregel, die Holznutzungen so zu bemessen, dass der Zinssatz und der Grenzmas-

senzuwachs gleich sind ( $r = f_M$ ). Für einen Zinssatz von 2 % wird in Abb. 56 gezeigt, welche unterschiedlichen Vorratsniveaus sich nach beiden Kalkülen errechnen.

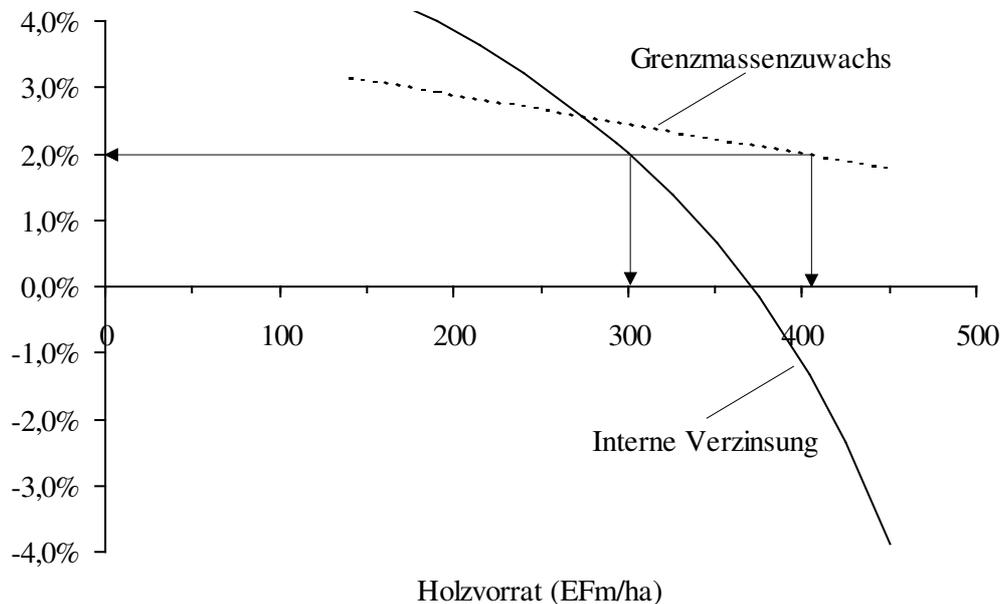


Abb. 56: Die interne Verzinsung der letzten investierten Mengeneinheit, wenn der laufende Holz- und Wertzuwachs der Fichte geerntet wird, und der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  (Steigung der Zuwachsfunktion) über dem Holzvorrat.

Die optimalen Vorratshöhen nach beiden Entscheidungsregeln differieren um ca. 104 EFm/ha. Dieser Unterschied resultiert daraus, dass im Fischerei-Modell der Grenzwertzuwachs, also die Veränderung des Nettostückerlöses mit dem Holzvorrat, berücksichtigt wird. Obgleich wir nur einen eher geringfügigen Anstieg des Nettostückerlöses mit dem Holzvorrat kalkuliert haben (vgl. Abb. 35 auf S. 94), wirkt sich dieser doch beträchtlich auf das Ergebnis aus. Aus Abb. 56 wird deutlich, dass im Bereich niedriger Holzvorräte der Anteil des Grenzmassenzuwachses an der Rentabilität überwiegt. Im Schnittpunkt der beiden Kurven in Abb. 56 entspricht die interne Verzinsung tatsächlich dem Grenzmassenzuwachs. Bei weiter steigenden Holzvorräten nimmt der Einfluss des Grenzwertzuwachses auf die Rentabilität erheblich zu.

#### 4.2 Die Wirkung unterschiedlicher Kostenfunktionen

In Abb. 57 wird der internen Verzinsung bei der Anwendung von optimalen Arbeitsverfahren die Verzinsung der letzten investierten Mengeneinheit gegenübergestellt, die sich errechnet, wenn Restriktionen bei der Auswahl der Arbeitsverfahren beachtet werden müssen. Hier wurde die Kostenfunktion aus Gleichung (78) zugrundegelegt. Die optimale Vorratshöhe unter Beachtung von Restriktionen ist bei einer Zinsforderung von 2 % um ca. 14 EFm/ha höher. Aufgrund des höheren Vorrats ist auch der Kapitaleinsatz (Abtriebswert) um 463 Euro/ha größer als bei der Anwendung optimaler Arbeitsverfahren. Beim durchschnittlichen Holzvorrat von 293 EFm/ha ist die Rentabilität der letzten investierten Einheit bei Verwendung der Kostenfunktion mit Restriktionen etwas höher als beim Einsatz optimaler Arbeitsverfahren.

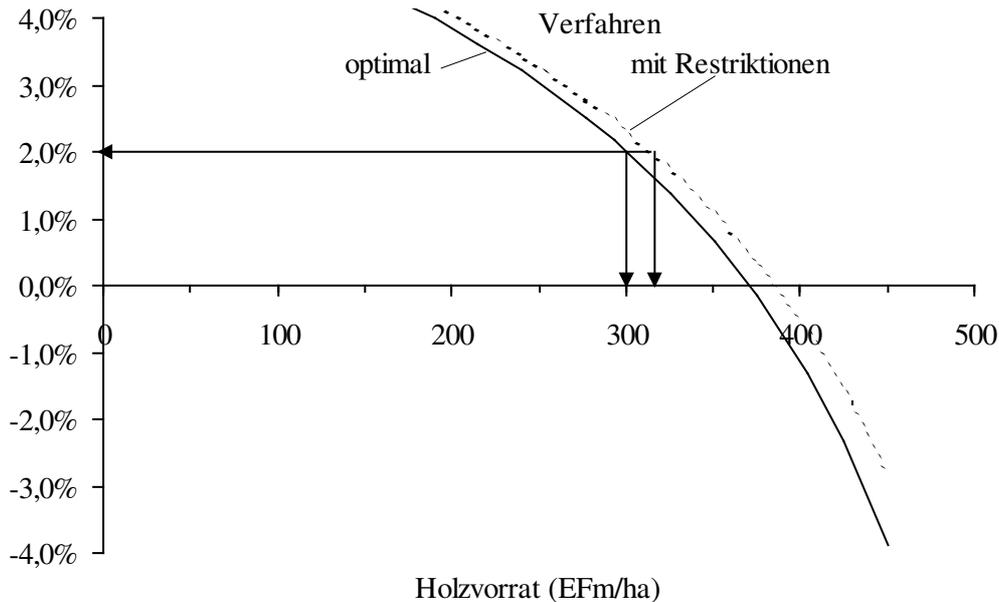


Abb. 57: Die interne Verzinsung der letzten investierten Mengeneinheit über dem Holzvorrat bei Anwendung optimaler Arbeitsverfahren und bei der Beachtung von Restriktionen.

Auch der Holzerlös (Wertzuwachs) ist um ca. 14 Euro/ha und Jahr größer. Der höhere Wertzuwachs resultiert aus dem steileren Verlauf der Kurve für den Nettostückerlös in Abhängigkeit vom Vorrat bei dem durchschnittlichen Niveau von 293 EFm/ha.

### 4.3 Der Weg zum Optimum

Wir hatten festgestellt, dass das erweiterte Fischerei-Modell auch die optimalen Erntemengen aufzeigen kann, die unseren Wald zur optimalen Vorratshöhe führen, wenn diese nicht von vornherein besteht. Für die Berechnung der optimalen Erntemengen ist eine umfangreiche quadratische Gleichung zu lösen, die aus Gründen der Übersichtlichkeit in Anhang 3 dargestellt wird. Da es sich um eine quadratische Gleichung handelt, gibt es zu jeder Vorratshöhe zwei Ergebnisse für die Erntemenge  $Y$ . Wären die Randbedingungen bei der Aufgabenlösung berücksichtigt worden, also die Beschränkung von  $M$  und  $Y$  auf Werte größer oder gleich null und von  $Y$  auf Werte kleiner oder gleich  $M$ , wäre es vielleicht eindeutig, welche der Lösungen zu verwenden ist. Hier soll jeweils die Lösung verwendet werden, die die Randbedingungen erfüllt und deshalb plausibel erscheint. Ergeben sich in beiden Lösungen positive Werte, die auch die Randbedingungen (z.B.  $Y \leq M$ ) erfüllen, wird der niedrigere Wert für  $Y$  verwendet. Ergeben sich in beiden Lösungen negative Werte für  $Y$ , wird die Erntemenge gleich null gesetzt. Welche der beiden Lösungen ein plausibles Ergebnis liefert, hängt davon ab, ob der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  bei der optimalen Vorratshöhe größer oder kleiner als der Zinssatz  $r$  ist. Die linke Seite von Gleichung (39) repräsentiert den Schattenpreis im nichtlinearen Modell:

$$(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y = \frac{f(M) \cdot (P_M - C_M)}{r - f_M} \quad (39)$$

Da der Schattenpreis nicht negativ sein darf, muss für  $P_t - C_t = 0$  das Vorzeichen des Grenzwertzuwachses  $P_M - C_M$  zwingend dem des Nenners der rechten Seite der Gleichung entsprechen. Für einen Grenzmassenzuwachs größer als der Zinssatz muss der Grenzwertzuwachs negativ, für einen Grenzmassenzuwachs kleiner als der Zinssatz muss er positiv sein.

Bei der Berechnung der optimalen Erntemengen zeigt sich, dass nur in den Fällen, in denen der Grenzwertzuwachs bei der optimalen Vorratshöhe negativ und der Grenzmassenzuwachs größer als der Zinssatz ist, die Nutzungen zur optimalen Vorratshöhe hinführen. Ist der Grenzwertzuwachs bei der optimalen Vorratshöhe positiv und der Grenzmassenzuwachs kleiner als der Zinssatz, führen die Ergebnisse stets von der optimalen Vorratshöhe weg. Der Grenzwertzuwachs ist die Steigung der Kurve für den Nettostückerlös des geernteten Holzes  $P - C$  in Abb. 58. Nach der Kulmination des Nettostückerlöses für das geerntete Holz ist der Grenzwertzuwachs negativ. Da die Kurve für den Nettostückerlös des geernteten Holzes  $P - C$  vor der des Holzvorrats  $p - c$  kulminiert, wird der Grenzwertzuwachs  $P_M - C_M$  auch früher negativ als  $p_M - c_M$ . Aus Abb. 58 ist zu ersehen, dass der Nettostückerlös  $P - C$  bei einem Holzvorrat von etwa 275 EFm/ha und  $p - c$  im Schnittpunkt beider Kurven bei 410 EFm/ha kulminiert.

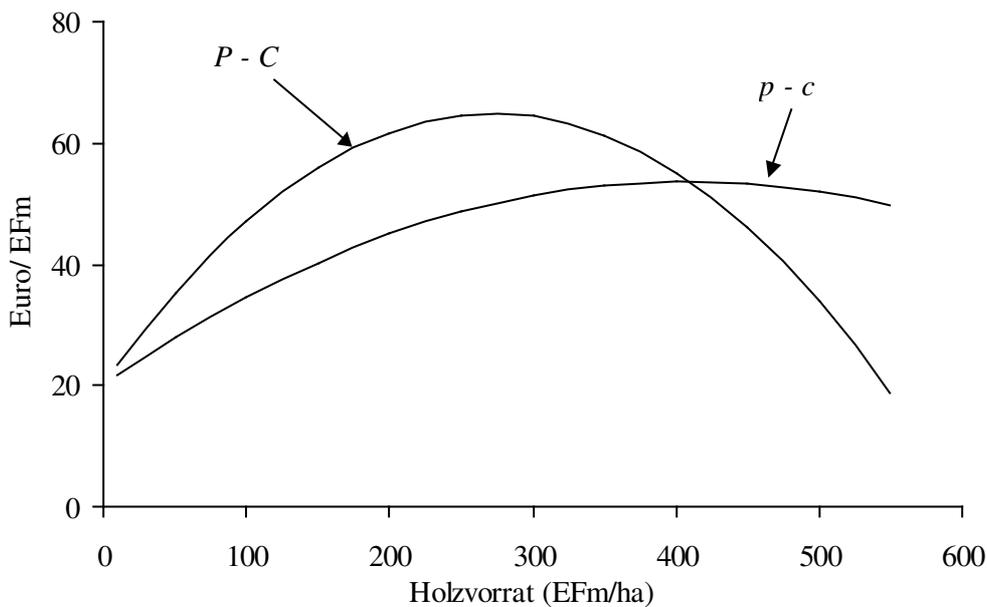


Abb. 58: Die Entwicklung der Nettostückerlöse für den Holzvorrat  $p - c$  und für die Holznutzungen  $P - C$ , wenn jeweils der Holzzuwachs geerntet wird ( $Y = f$ ).

In Abb. 59 werden für einen Zinssatz von 1,5 % die optimalen Nutzungspfade ausgehend von einem sehr niedrigen und einem sehr hohen Ausgangsvorrat gezeigt. Im Falle des niedrigen Ausgangsvorrats ist es optimal, über einen langen Zeitraum kein Holz zu ernten. Erst wenn der Holzvorrat der optimalen Vorratshöhe nahe ist (vgl. Abb. 60), sollen die Holznutzungen einsetzen. Der Anpassungszeitraum beträgt in beiden Fällen etwa 40 Jahre. Die Zahlenwerte zur Entwicklung der Holzvorräte und Nutzungsmengen in Abb. 60 und Abb. 59 sind für den Ausgangsvorrat von 600 EFm/ha in Tabelle 6 dargestellt.

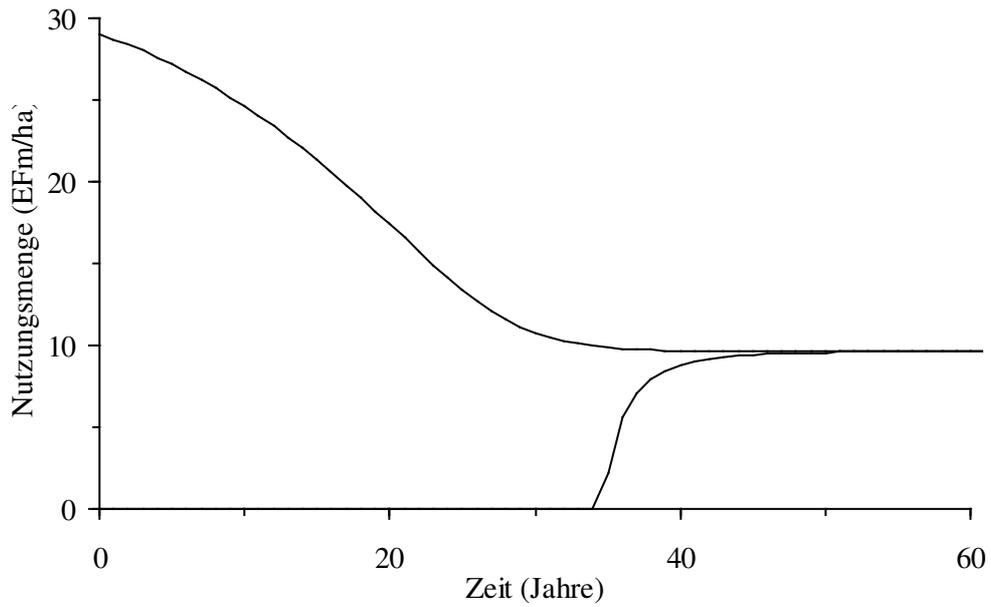


Abb. 59: Die Entwicklung der optimalen Erntemengen bei einer Zinsforderung von 1,5 % ausgehend von einem Holzvorrat von 100 EFm/ha und von 600 EFm/ha.

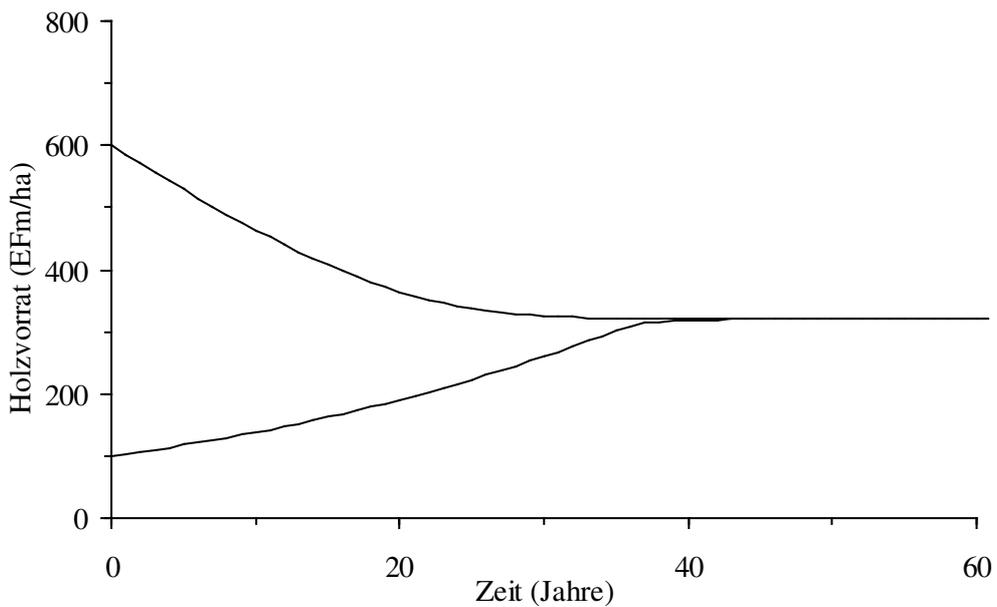


Abb. 60: Die Entwicklung des Holzvorrats in der Zeit bei Nutzung der optimalen Erntemengen und bei einer Zinsforderung von 1,5 %.

Tabelle 6: Die Entwicklung des Holzvorrats, der optimalen Nutzungsmengen und anderer Größen in der Zeit bei einer Zinsforderung von 1,5 % und einem Ausgangsvorrat von 600 EFm/ha.

Jahr $t$	Holzvorrat $M(t)$ EFm/ha	Zuwachs $f(M)$ EFm/ha·a	Grenzmassenzuwachs $f_M$ EFm/ha·a	Nettostückelerlös $p - c$ Euro/EFm	1. Ableitung $p_M - c_M$ Euro/EFm	2. Ableitung $p_{MM} - c_{MM}$ Euro/EFm	Nutzungsmengen	
							$Y_1$	$Y_2$
							EFm/ha·a	
1	600,0	14,5	0,011	46,39	-0,076	-0,0004	977,5	29,0
2	585,5	14,3	0,012	47,45	-0,071	-0,0004	934,3	28,7
3	571,1	14,1	0,013	48,43	-0,065	-0,0004	891,5	28,4
4	556,8	14,0	0,013	49,31	-0,059	-0,0004	849,2	28,0
5	542,8	13,8	0,014	50,10	-0,054	-0,0004	807,4	27,6
6	528,9	13,6	0,014	50,81	-0,048	-0,0004	766,2	27,2
7	515,3	13,4	0,015	51,42	-0,043	-0,0004	725,7	26,7
8	502,0	13,2	0,016	51,95	-0,037	-0,0004	686,0	26,2
9	488,9	13,0	0,016	52,41	-0,032	-0,0004	647,2	25,7
10	476,1	12,7	0,017	52,78	-0,027	-0,0004	609,3	25,2
15	417,9	11,7	0,019	53,67	-0,004	-0,0004	436,7	22,0
20	371,6	10,7	0,021	53,40	0,015	-0,0004	300,7	18,2
25	341,0	10,1	0,023	52,76	0,027	-0,0004	212,3	14,1
30	326,7	9,7	0,023	52,33	0,033	-0,0004	171,8	11,1
35	322,3	9,6	0,024	52,18	0,035	-0,0004	159,6	10,0
40	321,3	9,6	0,024	52,14	0,035	-0,0004	156,7	9,7
45	321,0	9,6	0,024	52,14	0,035	-0,0004	156,1	9,6
46	321,0	9,6	0,024	52,14	0,035	-0,0004	156,0	9,6
47	321,0	9,6	0,024	52,13	0,035	-0,0004	156,0	9,6
48	321,0	9,6	0,024	52,13	0,035	-0,0004	156,0	9,6
49	321,0	9,6	0,024	52,13	0,035	-0,0004	156,0	9,6
50	321,0	9,6	0,024	52,13	0,035	-0,0004	156,0	9,6

$$\begin{aligned}
 M(1) &= M(0) + f(M(0)) - Y_2(0) \\
 f(M) &= -0,000022182 \cdot M^2 + 0,03793087 \cdot M - 0,28755974 \\
 f_M(M) &= 2 \cdot -0,000022182 \cdot M + 0,03793087 \\
 p - c &= -0,0002 \cdot M^2 + 0,1636 \cdot M + 20,2272 \\
 p_M - c_M &= 2 \cdot -0,0002 \cdot M + 0,1636 \\
 p_{MM} - c_{MM} &= 2 \cdot -0,0002 \\
 Y &= \text{Berechnung siehe Anhang 3}
 \end{aligned}$$

In Abb. 61 ist für eine Zinsforderung von 4 % dargestellt, wie sich der Holzvorrat im Zeitablauf verändert, wenn jeweils die berechnete optimale Nutzungsmenge geerntet wird. Die optimale Vorratshöhe ist ca. 189 EFm/ha und damit weit niedriger als der Kulminationspunkt des Grenzwertzuwachses. Wenn der Holzvorrat im Ausgangszeitpunkt hinreichend nah bei der optimalen Vorratshöhe liegt, kann dieser Zustand über eine lange Zeit stabil sein. Irgendwann beschleunigt sich jedoch die Bewegung weg von der optimalen Vorratshöhe. Die Ausgangsvorräte der beiden Kurven, die sich erst nach etwa 200 Jahren von einander weg entwickeln, unterscheiden sich um ein millionstel EFm, wobei einer geringfügig über und der andere unter der optimalen Vorratshöhe liegt. Denkbar wäre es, bei nicht optimalen Holzvorräten im Ausgangszustand, den in Abb. 61 dargestellten Nutzungspfaden in umgekehrter Richtung zu folgen. Bei Holzvorräten von mehr als ca. 250 EFm/ha in Abb. 61 konnten keine optimalen Nut-

zungsmengen mehr errechnet werden. Im Bereich der Kulmination des Nettostückerlöses  $P - C$  können keine optimalen Nutzungsmengen berechnet werden.

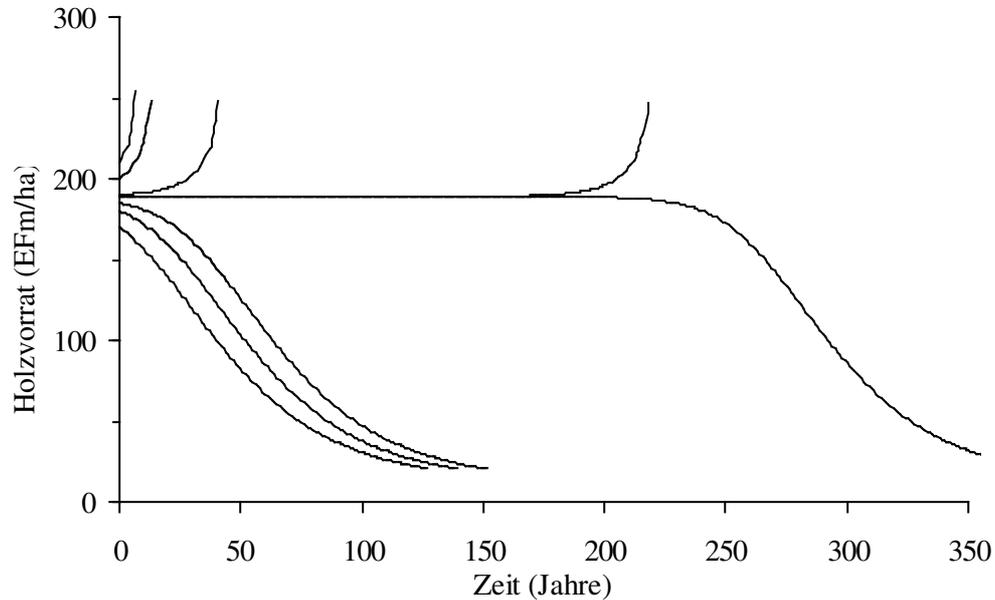


Abb. 61: Die Entwicklung der Holzvorräte in der Zeit, wenn ausgehend von unterschiedlichen Vorräten bei einer Zinsforderung von 4 % die „optimalen“ Erntemengen  $Y$  genutzt werden.

Die Auswirkungen verschiedener Zinsfüße auf die optimale Anpassung der Holzvorräte werden in Abb. 62 gezeigt. Die optimale Vorratshöhe sinkt selbstverständlich mit wachsender Zinsforderung. Während die Vorratshöhe bei einem Zinssatz von 2,5 % nach Erreichen des Optimums dort noch verharnt, beginnt sie bei weiter steigenden Zinssätzen um die optimale Vorratshöhe zu oszillieren. Die Pendelbewegungen werden bei weiter steigendem Zins so stark, dass bei 2,562 % ein Vorratsniveau eingenommen wird, bei dem im Bereich der reellen Zahlen kein gültiger Wert für die optimale Erntemenge  $Y$  mehr errechnet werden kann.<sup>170</sup> Der Zeitraum, der vergeht, bis ein Vorratsniveau eingenommen wird, bei dem keine reelle Lösung errechnet werden kann, variiert mit der Höhe des Ausgangsvorrats, wie aus Abb. 63 zu ersehen ist.

<sup>170</sup> Der Ausdruck unter der Wurzel (Radikand) wird negativ. Es ergeben sich zwei konjugierte komplexe Lösungen, wenn man für die Lösungen den Bereich der komplexen Zahlen zulässt (GELLERT et al., 1972, S. 104).

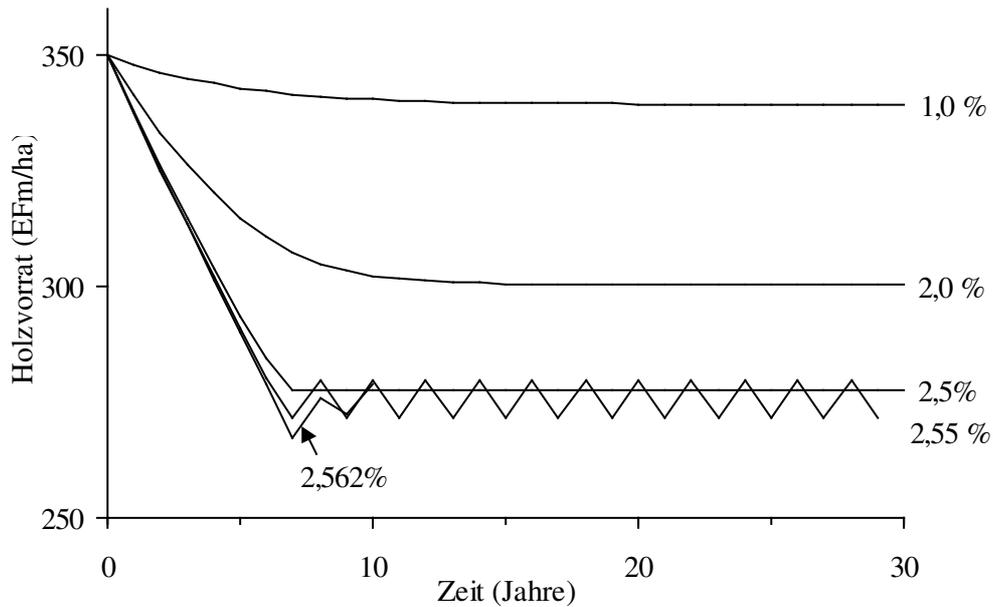


Abb. 62: Die Entwicklung des Holzvorrats bei unterschiedlichen Zinsforderung, wenn die optimalen Nutzungsmengen geerntet werden.

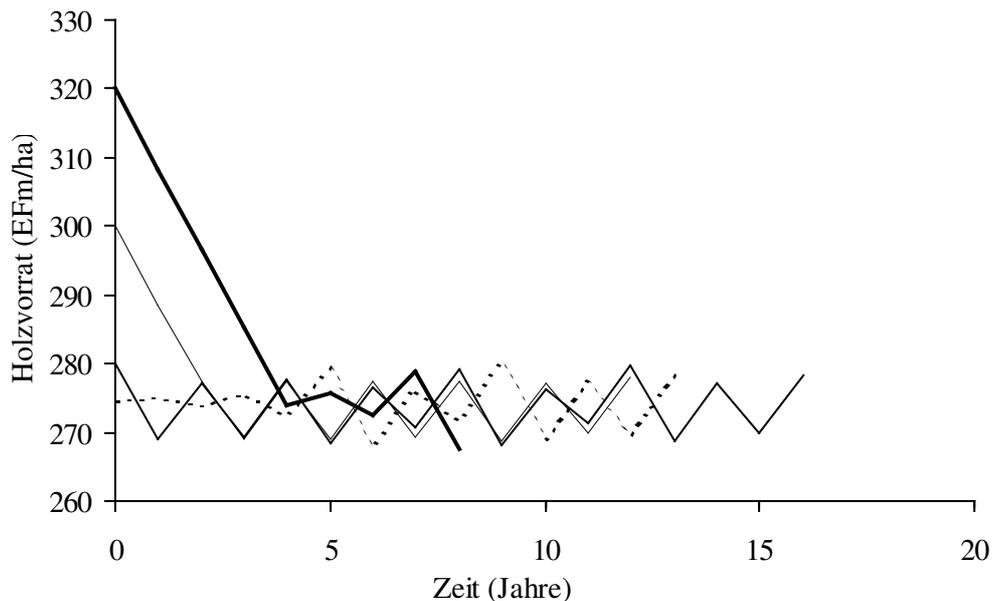


Abb. 63: Die Entwicklung des Holzvorrats bei einer Zinsforderung von 2,562 % bei verschiedenen Ausgangszuständen.

Bei Zinssätzen über 2,562 % wird der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  bei der optimalen Vorratshöhe niedriger als der Zinssatz  $r$  und der Grenzwertzuwachs  $P_M - C_M$  wird negativ. In diesen Fällen wird die optimale Vorratshöhe durch das zweite Ergebnis der Lösung bestimmt. Diese Lösung liefert dann Ergebnisse, die vom Optimum wegführen. In Tabelle 7 wird für einen Zinssatz von 3,0 % dargestellt, wie der Holzvorrat sich allmählich vom Optimum entfernt. Der Ausgangsvorrat wurde iterativ möglichst nahe der optimalen Vorratshöhe gewählt. Da der Ausgangsvorrat geringfügig kleiner als die optimale Vorratshöhe ist, entfernt er sich nach etwa 150 Jahren deutlich vom Optimum in Richtung abnehmender Vorräte. Wird der Ausgangsvorrat um ein millionstel Festmeter größer gewählt, übersteigt er die optimale Vorratshöhe und die Entwicklung weg vom Optimum verläuft in Richtung zunehmender Vorräte.

Tabelle 7: Die Entwicklung des Holzvorrats, der optimalen Nutzungsmengen und anderer Größen in der Zeit bei einer Zinsforderung von 3 % und einem Ausgangsvorrat nahe dem Optimum.

Jahr $t$	Holz- vorrat $M(t)$ EFm/ha	Zuwachs $f(M)$ EFm/ha-a	Grenzmassen- zuwachs $f_M$ EFm/ha-a	Netto- stückerlös $p - c$ Euro/EFm	1.	2.	Nutzungs- mengen	
					Ableitung $p_M - c_M$ Euro/EFm	Ableitung $p_{MM} - c_{MM}$ Euro/EFm	$Y_1$	$Y_2$
							EFm/ha-a	
0	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
1	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
2	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
3	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
4	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
5	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
6	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
7	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
8	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
9	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
10	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
25	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
50	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
75	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
100	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
125	189,0	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
150	188,9	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
175	188,9	6,1	0,0295	44,00	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
200	188,9	6,1	0,0296	43,99	0,088	-0,0004	6,1	-232,0
225	188,3	6,1	0,0296	43,94	0,088	-0,0004	6,1	-232,3
230	187,9	6,1	0,0296	43,91	0,088	-0,0004	6,1	-234,3
240	186,8	6,0	0,0296	43,81	0,089	-0,0004	6,1	-235,4
250	184,3	6,0	0,0298	43,59	0,090	-0,0004	6,2	-239,2
260	179,6	5,8	0,0300	43,16	0,092	-0,0004	6,3	-247,2
270	171,2	5,6	0,0303	42,37	0,095	-0,0004	6,5	-262,7
280	158,2	5,2	0,0309	41,10	0,100	-0,0004	6,7	-289,6
290	141,1	4,6	0,0317	39,33	0,107	-0,0004	6,7	-330,5
300	121,7	4,0	0,0325	37,17	0,115	-0,0004	6,5	-383,4
310	102,1	3,4	0,0334	34,85	0,123	-0,0004	5,9	-442,9
320	84,1	2,7	0,0342	32,57	0,130	-0,0004	5,2	-503,0
330	68,5	2,2	0,0349	30,50	0,136	-0,0004	4,3	-559,7
340	55,6	1,8	0,0355	28,71	0,141	-0,0004	3,5	-611,5
350	45,4	1,4	0,0359	27,24	0,145	-0,0004	2,8	-659,1
360	37,3	1,1	0,0363	26,05	0,149	-0,0004	2,2	-704,9
370	31,2	0,9	0,0365	25,13	0,151	-0,0004	1,7	-752,2
380	26,5	0,7	0,0368	24,42	0,153	-0,0004	1,4	-805,1
390	23,0	0,6	0,0369	23,88	0,154	-0,0004	1,1	-867,5
400	20,4	0,5	0,0370	23,48	0,155	-0,0004	0,9	-942,8

$$M(1) = M(0) + f(M(0)) - Y_1(0)$$

#### 4.4 Der Einfluss zeitlicher Änderungen der Produkt- und Faktorpreise

Der Nettostückerlös für die Fichte im bayerischen Staatswald sinkt nach den bisherigen Untersuchungen im langfristigen Trend vermutlich um 1,10 Euro je Efm und Jahr. Eine optimale Vorratshöhe lässt sich dann nur noch für niedrige Zinssätze berechnen (weniger als 2,5 %). Bei anhaltendem Trend wird der Nettostückerlös nach weniger als 50 Jahren auf null gesunken sein. Aufgrund der zusätzlich bestehenden Fixkosten muss die Forstwirtschaft jedoch bereits lange vorher eingestellt werden. Es stellt sich die Frage, wie heute auf die Änderung der Nettostückerlöse reagiert werden soll.

Dabei kommt es auf unsere Erwartungen an. Wenn eine andauernde Änderung der Nettostückerlöse erwartet wird, können wir dies mit  $p_t - c_t$  in der Gleichung (37) (vgl. S. 37) berücksichtigen. Erwarten wir nur eine vorübergehende Änderung, müssen wir die optimale Vorratshöhe vor und nach der Änderung ohne den Term  $p_t - c_t$  berechnen. Eine einmalige Verschiebung im Niveau des Nettostückerlöses kann etwa durch technologische Fortschritte bedingt sein. Als Beispiele aus der Vergangenheit seien die Einführung der motormanuellen Ernte mit der Motorsäge oder der maschinellen Ernte mit dem Harvester genannt.

##### 4.4.1 Vorübergehende Preisänderung

Betrachten wir jetzt die optimale Vorratshöhe vor und nach einer Änderung des Nettostückerlöses. Die Änderung bewirkt eine Verschiebung der Kurve des Nettostückerlöses  $p - c$ . Ein Preisanstieg z. B. erhöht das Niveau des Nettostückerlöses. Auf beiden Seiten der Gleichung, die die Bedingung für die optimale Vorratshöhe beschreibt,<sup>171</sup> verändert sich jeweils der erste Term:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M =$$

$$r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (38)$$

Falls der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  und der Zinssatz  $r$  verschieden sind, bewirkt die Veränderung des Nettostückerlöses  $p - c$ , dass ein Ungleichgewicht entsteht. Über die Erntemengen ist das System so zu steuern, dass ein Gleichgewicht wiederhergestellt wird. Die Nutzungsmengen dürfen deshalb vorübergehend nicht dem laufenden Zuwachs entsprechen. Bei Zinssätzen über 2,6 % ist der Grenzmassenzuwachs  $f_M$  beim optimalen Vorratsniveau stets kleiner als der Zinssatz  $r$ . Die rechte Seite von Gleichung (38) wird deshalb durch einen Anstieg im Niveau des Nettostückerlöses  $p - c$  bei unverändertem Holzvorrat stärker erhöht als die linke Seite. Die Anpassung über die Nutzungsmengen muss dann bewirken, dass der Grenzkapitalertrag (linke Seite) erhöht und die Grenzkapitalkosten (rechte Seite) gesenkt werden.

---

<sup>171</sup> Der hier nicht geschriebene Term  $p_t - c_t$  ist vor und nach der Preisbewegung gleich null.

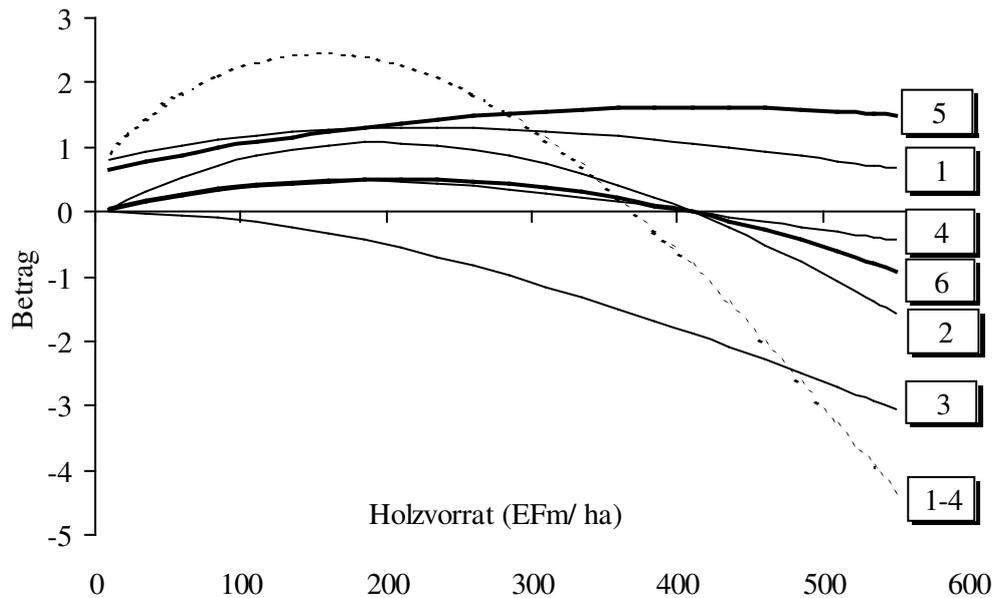


Abb. 64: Die Größenentwicklung verschiedener Terme aus der Bedingungsgleichung für die optimale Vorratshöhe. Die Ziffern bezeichnen folgende Terme:

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M = \\
 r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \\
 5 & 6 & 7 & 
 \end{array}$$

Das Kurvenniveau der Terme 5 und 6 gilt für einen Zinssatz von 3,0 %.

In Abb. 64 ist dargestellt, wie sich die Größen der verschiedenen Terme von Gleichung (38) über dem Holzvorrat entwickeln. Die Werte des 7. Terms liegen über dem gesamten Vorratsbereich so nahe bei null, dass sie in Abb. 64 nicht gezeigt werden können. Das Niveau der Kurven 5 und 6 ist vom Zinssatz abhängig. Diese Kurven verschieben sich deshalb je nach der Zinsforderung parallel zur Ordinate (y-Achse). Aus Abb. 64 ist zu ersehen, dass sich der 3. Term im Bereich niedriger Holzvorräte gegenläufig zu den anderen Termen der linken Gleichungsseite entwickelt. Die Entwicklung des Grenzkapitalertrages (linke Seite der Gleichung) als Ganzes wird durch die gestrichelte Kurve in Abb. 64 dargestellt. Bei Vorräten von mehr als etwa 150 EFm/ha bewirkt eine Vorratsabsenkung stets eine Erhöhung des Grenzkapitalertrages und ein Vorratsaufbau dessen Verringerung.

Wenn in unserem Beispiel auf einen Anstieg des Nettostückerlöses hin der Grenzkapitalertrag (linke Seite der Gleichung) erhöht und die Grenzkapitalkosten (rechte Seite) gesenkt werden müssen, um ein neues Gleichgewicht zu finden, kann dies jenseits der Kulmination des Grenzkapitalertrages nur durch eine Reduzierung des Holzvorrats bewirkt werden. Einem Sinken des Nettostückerlöses ist umgekehrt mit einer Erhöhung des Holzvorrats zu begegnen. Die Anpassung muss bei gesunkenen Nettostückerlösen über eine vorübergehende Reduzierung der Holznutzungen unter den laufenden Zuwachs, bei steigenden Nettostückerlösen über eine Anhebung der Holznutzungen erfolgen. Sofern die Kulmination des laufenden Zuwachses nicht überschritten wurde, werden die Holznutzungen nach der Anpassung bei gesunkenen Nettostückerlösen größer und bei gestiegenen geringer sein als zuvor. Abb. 65 zeigt für unterschiedliche Zinsforderungen wie sich die optimale Vorratshöhe mit Änderungen im Niveau der Kurve für den Nettostückerlös  $p - c$  verschiebt.

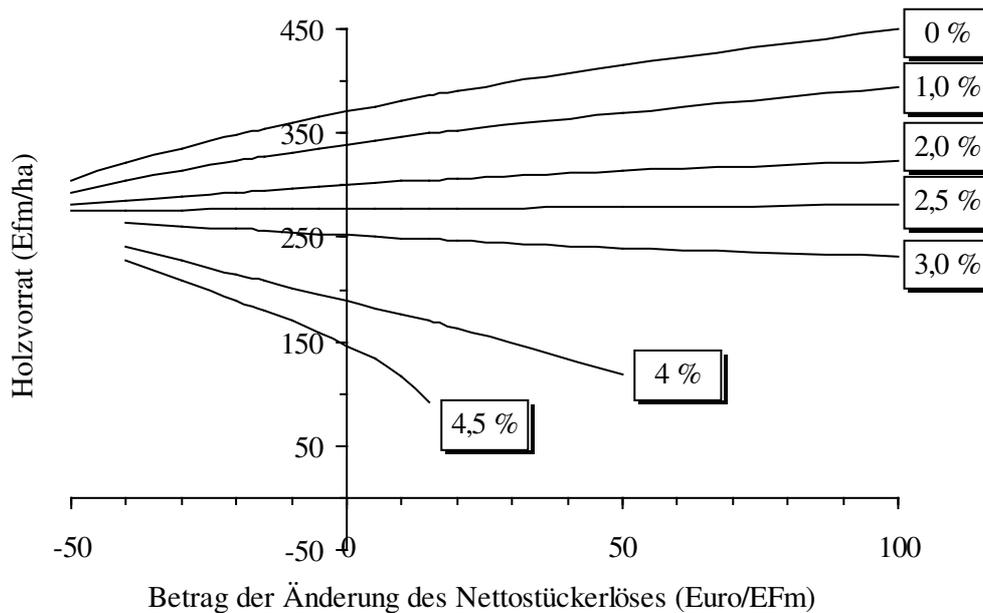


Abb. 65: Die optimale Vorratshöhe bei Veränderung des Niveaus der Kurve für den Nettostückerlös  $p - c$  und bei unterschiedlichen Zinssätzen.

Bei einem Zinssatz von 2,5 % ist die optimale Vorratshöhe nahezu unabhängig vom Niveau des Nettostückerlöses. Hier ist der Grenzmassenzuwachs wenig größer als der Zinssatz, so dass Veränderungen des Nettostückerlöses sich auf beide Seiten von Gleichung (38) etwa gleich auswirken. Bei noch niedrigeren Zinssätzen wird der Grenzmassenzuwachs deutlich größer als der Zinssatz, weshalb sich Änderungen im Nettostückerlös nunmehr stärker auf die linke Seite der Gleichung auswirken. Einem Preisverfall ist jetzt mit einer Erhöhung des Grenzkapitalertrages zu begegnen, die nur durch eine Vorratsabsenkung möglich wird. Einem Anstieg des Nettostückerlöses ist dann mit einer Reduzierung des Grenzkapitalertrages zu begegnen, die durch einen Vorratsaufbau bewirkt wird.

#### 4.4.2 Anhaltende Preisänderungen

Betrachten wir jetzt die Anpassung, die erforderlich ist, wenn wir anhaltende Veränderungen des Nettostückerlöses erwarten. Zunächst sei angenommen, dass der Nettostückerlös in der Zeit konstant bleibt ( $p_t - c_t = 0$ ) und die Gleichgewichtsbedingung erfüllt ist. Kommt es jetzt zu einem Preisanstieg ( $p_t - c_t > 0$ ), müssen die anderen Terme der linken Seite von Gleichung (37) in ihrem Betrag vermindert werden, um das Gleichgewicht wieder herzustellen:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + p_t - c_t = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (37)$$

Bei Vorräten jenseits der Kulmination des Grenzkapitalertrages muss der Holzvorrat bei einem Preisanstieg erhöht und bei einem Preisverfall gesenkt werden. Dies entspricht tatsächlich der Regel, die CLARK und MUNRO (1982, S. 43) und CLARK (1990, S. 74) beschrieben haben. Für die Funktion des Nettostückerlöses, die anhand empirischer Daten ermittelt wurde, können damit je nach den Zukunftserwartungen und den Zinsforderungen gegensätzliche Handlungsempfehlungen gelten:

Wird ein vorübergehender Preisanstieg erwartet, ist bei Zinssätzen über 2,5 % der Holzvorrat zu senken. Bei niedrigeren Zinssätzen ist der Vorrat dagegen zu erhöhen. Wird ein ewig andauernder Preisanstieg erwartet, ist der Vorrat in jedem Fall zu erhöhen. Für einen Preisverfall gelten die umgekehrten Reaktionen.

Nehmen wir an, es wird immer der Holzvorrat angestrebt, der optimal ist, wenn die aktuelle Preisentwicklung als ewig gültig betrachtet wird. Aus Abb. 66 sind die optimalen Erntemengen vor, während und nach einer Veränderung des Nettostückerlöses bei einer Zinsforderung von 2 % zu ersehen. Abb. 67 zeigt die korrespondierende Entwicklung des Holzvorrats. In den Jahren 1 bis 5 bleibt das Preis- und Kostenniveau konstant. Es wird die optimale Vorratshöhe eingehalten. Die Nutzungsmengen entsprechen dem laufenden Holzzuwachs. In den Jahren 6 bis 10 steigt das Niveau des Nettostückerlöses jährlich um 3 %. Der optimale Holzvorrat liegt bei dieser Preissteigerung um etwa 40 EFm/ha höher als zuvor. Es ist deshalb optimal, im 6. Jahr und 7. Jahr zunächst gar kein Holz zu entnehmen und in den Folgejahren die Nutzungsmengen nur langsam zu steigern. Im 15. Jahr endet der Preisanstieg. Der Preis bleibt in den Folgejahren auf dem erreichten Niveau bestehen. Bei diesem Preisniveau ist ein Holzvorrat optimal, der nur um ca. 2 EFm/ha größer ist als der ursprüngliche Vorrat. Es muss deshalb in den Folgejahren weit mehr als der Holzzuwachs geerntet werden, bis ein optimaler Vorrat wieder erreicht wird.

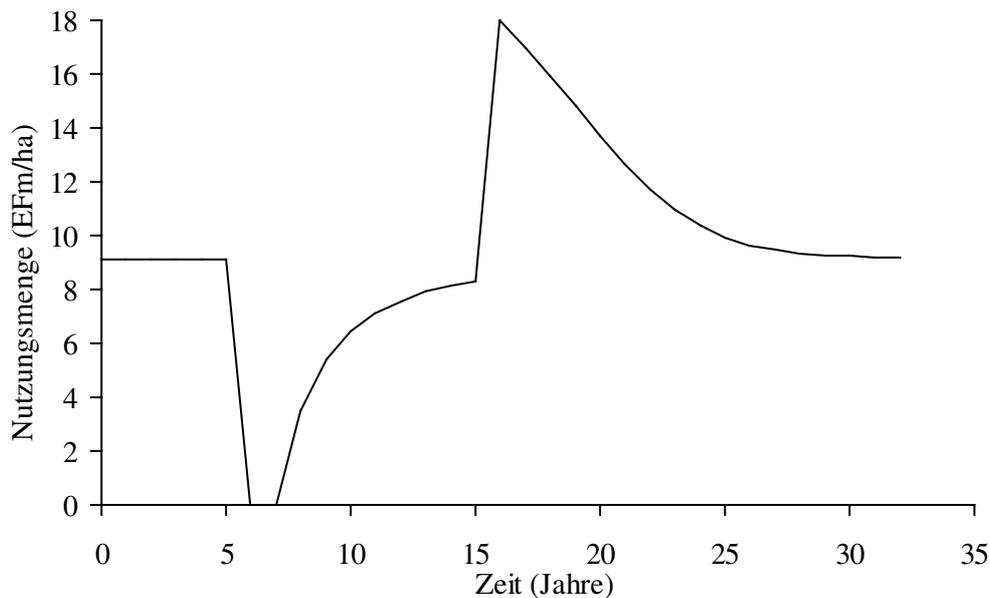


Abb. 66: Die Entwicklung der optimalen Nutzungsmengen bei einer Zinsforderung von 2 % und einem Preisanstieg in den Jahren 6 bis 15 von jeweils 3 %.

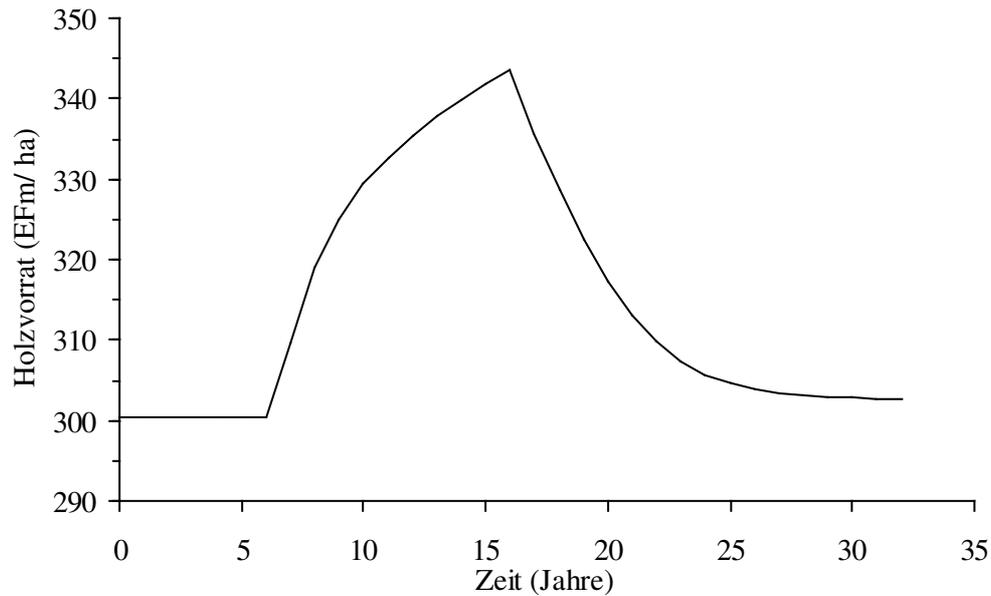


Abb. 67: Die Entwicklung des Holzvorrats, wenn die Holznutzungen so geführt werden, wie in Abb. 66 dargestellt.

In Abb. 68 wird die Entwicklung der Nutzungsmengen bei gleicher Preisentwicklung für eine Zinsforderung von 3 % dargestellt. Abb. 69 zeigt wiederum die zugehörige Entwicklung des Holzvorrats. Da wir die optimalen Erntemengen  $Y$  in diesem Fall nicht ausrechnen können, wurden jeweils die optimalen Vorratshöhen ermittelt und die Nutzungen in den einzelnen Jahren gewählt, die den Vorrat dem optimalen Niveau am nächsten führen.

Die Preissteigerung erfordert zunächst wieder eine Reduzierung des Grenzkapitalertrags, um ein neues Gleichgewicht herzustellen. Diese Reduzierung wird wieder durch einen Vorratsaufbau bewirkt. Bei dieser Preissteigerung liegt der optimale Vorrat um ca. 50 EFm/ha höher als der ursprüngliche Vorrat. In den ersten Jahren ist deshalb zugunsten des Vorratsaufbaus kein Holz zu entnehmen.

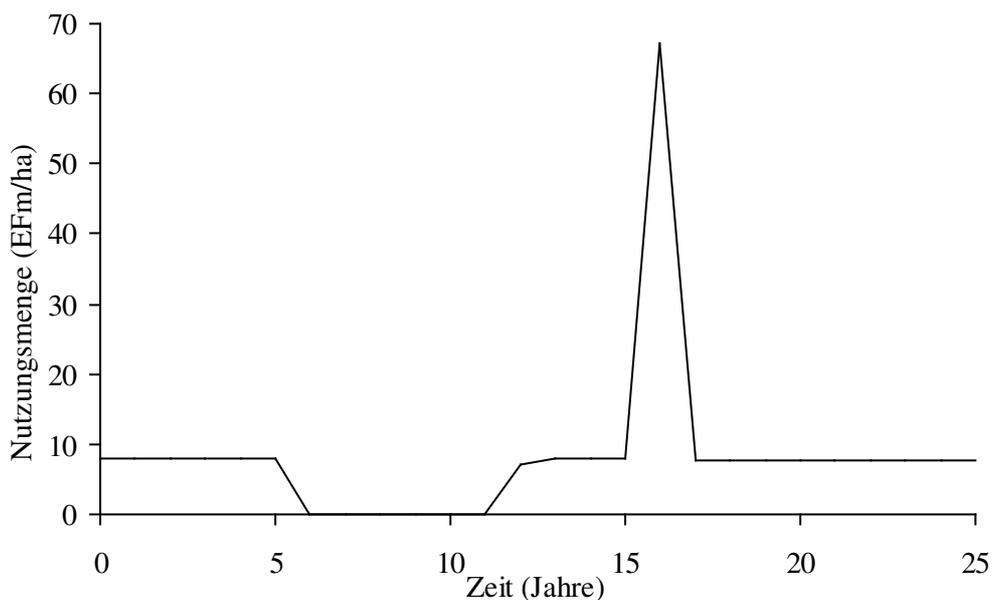


Abb. 68: Die Entwicklung der Nutzungsmenge bei einer Zinsforderung von 3 % und einem Anstieg des Nettostückerlöses in den Jahren 6 bis 15 von jeweils 3 %.

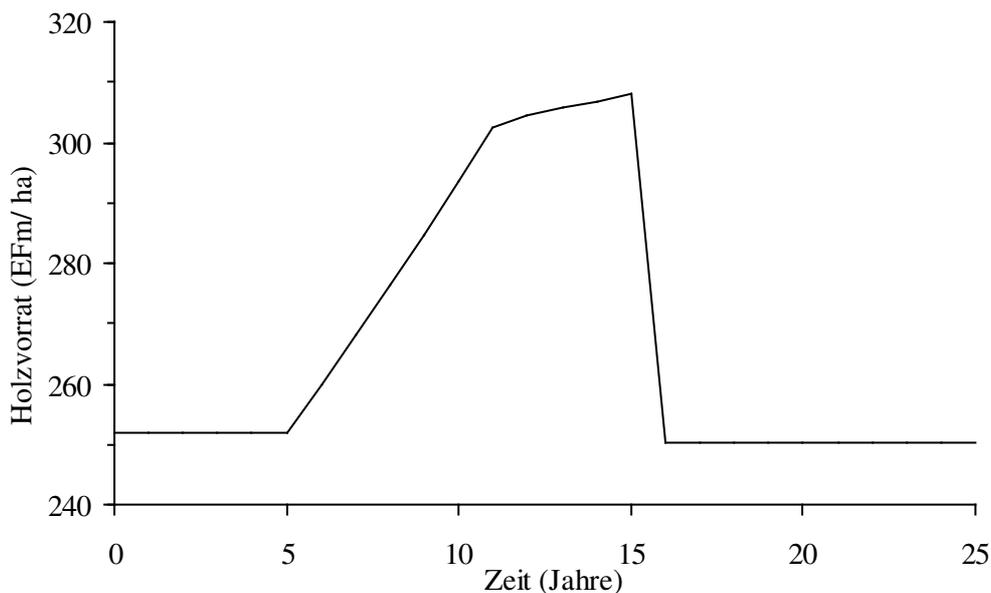


Abb. 69: Die Entwicklung der Holzvorrats bei einer Zinsforderung von 3 % und einem Anstieg des Nettostückerlöses in den Jahren 6 bis 15 von jeweils 3 %.

Nach dem Ende des Preisanstiegs wird der Holzvorrat im 16. Jahr durch eine große Nutzungsmenge auf das neue Optimum zurückgeführt. Dies liegt um ca. 2 EFm/ha niedriger als der Holzvorrat vor dem Preisanstieg.

#### 4.4.3 Empirische Befunde zum Angebotsverhalten von Forstbetrieben auf den Rohholzmärkten

Erste ökonometrische Analysen der Rundholzmärkte in Mitteleuropa wurden zwar schon in den 70er Jahren durchgeführt,<sup>172</sup> waren hinsichtlich der Modellspezifikationen aber teils nicht schlüssig und in den Testergebnissen unbefriedigend.<sup>173</sup> Auf die Untersuchung des Nadelstammholzmarktes in Deutschland durch BERGEN et al. (1988) folgten eine Vielzahl von empirischen Studien zum Marktverhalten von Anbietern und Nachfragern auf den Rohholzmärkten in Mitteleuropa.<sup>174</sup> Diese Studien differenzierten stärker nach Holzarten, Holzsorten, Regionen und Waldeigentümern als die Studie von BERGEN et al. (1988). Für das Angebotsverhalten der Forstbetriebe ergaben sich widersprüchliche Ergebnisse. BERGEN et al. (1988) stellten für die Gesamtheit der bundesdeutschen Forstbetriebe ein preis- und kosteninverses Angebotsverhalten auf dem Nadelstammholzmarkt fest. Ein preis- und kosteninverses Angebotsverhalten auf diesem Markt ergaben auch die Untersuchungen von MICHEL (1991) sowie MICHEL und STEINMEYER (1992) für bestimmte Waldeigentümer. Ein zu Preisveränderungen gleichgerichtetes Verhalten im Rohholzangebot stellen MOOG (1987 u. 1988) für Kiefernstammholz einer Landesforstverwaltung, MOOG (1991) für Buchenindustrieholz von vier Landesforstverwaltungen, STEINMEYER (1991) für das Laubstammholzangebot sowie STEINMEYER (1992) für das Industrieholzangebot aller bundesdeutschen Forstbetriebe und MOOG

<sup>172</sup> GLÜCK, 1972; MEYER, 1979.

<sup>173</sup> vgl. die Kritik von STEINMEYER, 1992, S. 189 ff.

<sup>174</sup> MOOG, 1988 u. 1991; STEINMEYER, 1991; MICHELS, 1991; MICHELS u. STEINMEYER, 1992; MOOG u. SCHWARZBAUER, 1992;

und SCHWARZBAUER (1992) für das Nadelholzangebot unterschiedlicher Sortimente aus dem Privatwald Österreichs fest.<sup>175</sup> STEINMEYER (1991 u.1992) beobachtet auch ein zu Lohnkostenänderungen gleichgerichtetes Verhalten beim Laubstammholz- und Industrieholzangebot der bundesdeutschen Forstbetriebe.

Wenn auch die beobachteten Richtungen der Mengenreaktionen der Forstbetriebe auf Absatzpreisänderungen unterschiedlich sind, stimmen fast alle Ergebnisse der Studien darin überein, dass die Forstbetriebe sich preisunelastisch verhalten. Dies bedeutet, dass die relative Mengenänderung geringer ausfällt als die relative Preisänderung. Lediglich MOOG und SCHWARZBAUER (1992) stellen für das Angebot an starkem Nadelstammholz aus dem Kleinprivatwald in Österreich ein elastisches Verhalten bezogen auf die Preise für Sägerundholz und Faserholz fest.

Ein zu Preis- und Kostenänderungen gleichgerichtetes Verhalten im Rohholzangebot bezeichnen die Autoren als marktrichtig bzw. marktkonform und ein inverses Angebotsverhalten als marktverkehrt bzw. marktwidrig.<sup>176</sup> Die mikroökonomischen theoretischen Grundlagen zum Angebotsverhalten von Forstbetrieben beschreibt STEINMEYER (1992, S. 42 ff) ausführlich. Er wählt die kurzfristige Betrachtungsweise und unterstellt, dass in einem Forstbetrieb Arbeit der

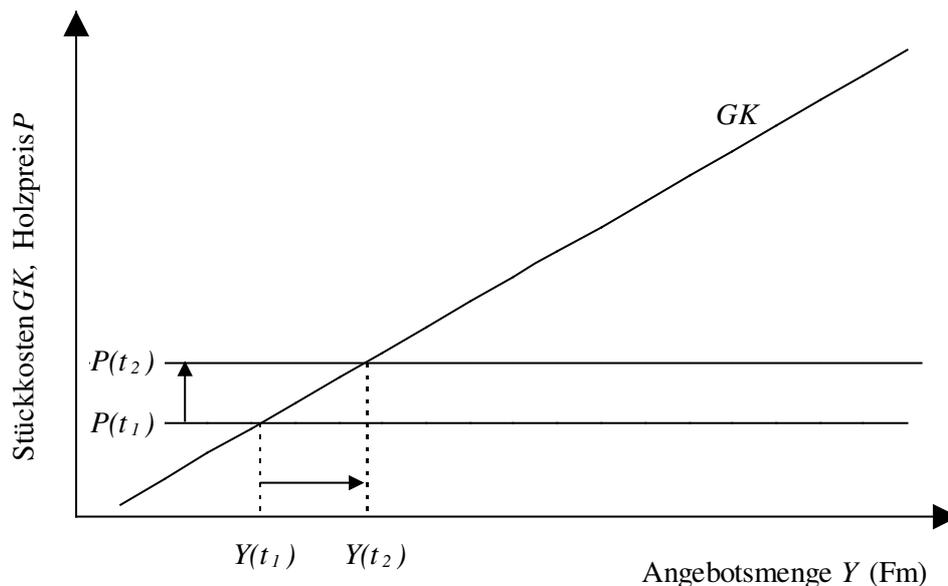


Abb. 70: Bestimmung der gewinnmaximalen Angebotsmenge bei gestiegenem Holzpreis (verändert nach STEINMEYER, 1992, S. 48).

<sup>175</sup> Für den (damaligen) Staatswald Österreichs, die Österreichischen Bundesforste, stellten sie ein starres Angebotsverhalten fest. Das Angebotsverhalten bei starkem Sägerundholz war gegenüber dem Holzpreis für Sägerundholz indifferent. Lediglich der Preis für Industrieholz beeinflusste das Mengenangebot von starkem und schwachem Sägerundholz.

<sup>176</sup> vgl. z.B. MOOG u. SCHWARZBAUER, 1992, S. 16.

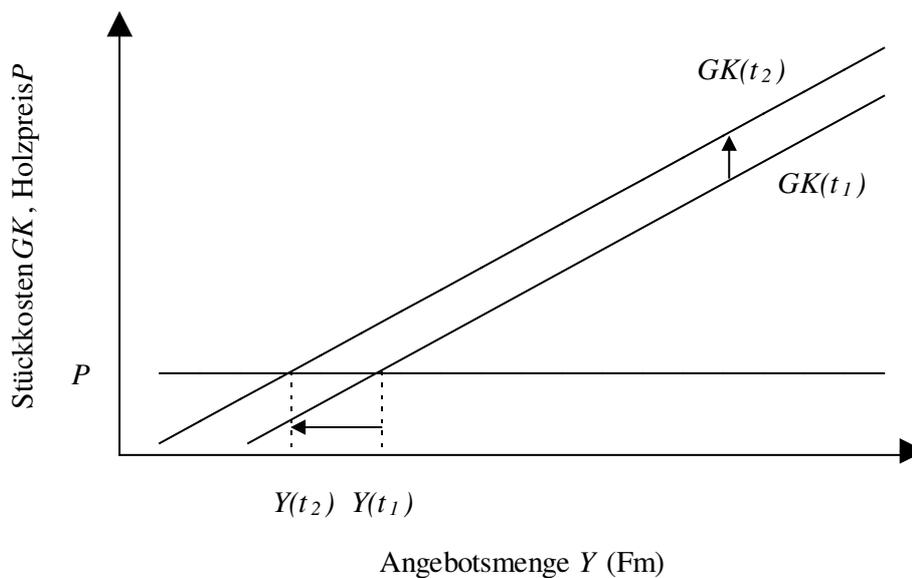


Abb. 71: Bestimmung der gewinnmaximalen Angebotsmenge bei einem Anstieg der Stückkosten (verändert nach STEINMEYER, 1992, S. 48).

einzigste variable Produktionsfaktor ist. „Die Produktionsfaktoren Holzbodenfläche oder Waldbestände und Kapital werden als fix betrachtet.“ Außerdem nimmt er steigende Grenzkosten der Holzernte bei steigender Angebotsmenge an. Die Anpassung der gewinnmaximalen Angebotsmenge unter diesen Prämissen bei steigenden Holzpreisen bzw. Faktorkosten werden in den Abb. 70 und Abb. 71 veranschaulicht. Die gewinnmaximale Angebotsmenge liegt vor, wenn Grenzerlös und Grenzkosten (Stückkosten) übereinstimmen. Als Mengenanpasser muss ein Forstbetrieb bei einem Anstieg des Holzpreises von  $P(t_1)$  auf  $P(t_2)$  sein Holzangebot deshalb von  $Y(t_1)$  auf  $Y(t_2)$  in Abb. 70 erhöhen bzw. bei einer Erhöhung des Niveaus der Holzerntekosten je Mengeneinheit (Grenzkosten) sein Angebot von  $Y(t_1)$  auf  $Y(t_2)$  in Abb. 71 zurücknehmen.

Da dieses Modell einen fixen Produktionsapparat unterstellt, werden die Wirkungen von Änderungen der Holzpreise und der Grenzkosten der Holzernte auf den Schattenpreis der Ressource nicht abgebildet. BERGEN et al. (1988, S. 11 u. 12) schlossen einen Einfluss des Schattenpreises der Ressource auf das Entscheidungskalkül der Rohholzanbieter mit der Begründung aus, dass diese über Mengen- und Wertänderungen ihrer Holzvorräte keine aktuellen Informationen besitzen:

„Eine Gewinnmaximierung durch Anpassung der eigentlichen physikalischen Holzproduktion ist dem Forstbetrieb tatsächlich nicht möglich. Er kann aber über seine Holzernte, die man auch als technische Produktion bezeichnen kann, relativ frei disponieren und über Veränderungen seiner Vorratshaltung sein Angebot den Preissignalen des Marktes anpassen. Da Forstbetriebe i.d.R. weder über Mengen- noch Wertveränderungen ihrer Holzvorräte aktuelle Informationen besitzen, und die (Opportunitäts-)Kosten der Vorratshaltung in der Regel auch nicht kalkulieren,<sup>5</sup> kann man vermuten, daß sie ihr Verhalten am Markt eher nach Liquiditätsgesichtspunkten ausrichten.“

<sup>5</sup> Ein Indiz dafür ist das Streben nach langen Umtriebszeiten und großen Vorräten, trotz einer wirtschaftlichen Situation, in der sich auch bei Verzicht des Ansatzes von Zinsen für das Holzvorratsvermögen nur eine verschwindend geringe Kapitalrentabilität für Forstbetriebe berechnen lässt.“

#### 4.4.4 Das optimale Angebotsverhalten

In der langfristigen Betrachtungsweise, die dem Ansatz der vorliegenden Arbeit zugrunde liegt, muss der Schattenpreis der Ressource ebenfalls berücksichtigt werden. Als Kriterium für die gewinnmaximale Angebotsmenge gilt, dass der Grenzerlös der Summe aus den Grenzkosten der Holzernte und dem Schattenpreis entspricht:

$$P + P_Y \cdot Y = C + C_Y \cdot Y + \lambda \tag{31}$$

Der mögliche Kurvenverlauf des Grenzerlöses und der Grenzkosten über der Angebotsmenge wird in Abb. 72 dargestellt. Der sinkende Grenzerlös und die wachsenden Grenzkosten mit steigender Angebotsmenge resultieren daraus, dass die Holznutzungen beim stärkeren Holz beginnen und mit steigender Menge auch zunehmend schwächeres Holz betreffen. Konstant steigende Grenzkosten bei steigender Angebotsmenge bedeuten auch steigende Durchschnittskosten und damit sinkende Skalenerträge, die bei langfristiger Betrachtungsweise grundsätzlich nicht plausibel sind (FEES, 1997, S. 143). Hier liegt aber eben kein homogenes Produkt vor, sondern die Zusammensetzung des Produktbündels verändert sich mit steigender Angebotsmenge.

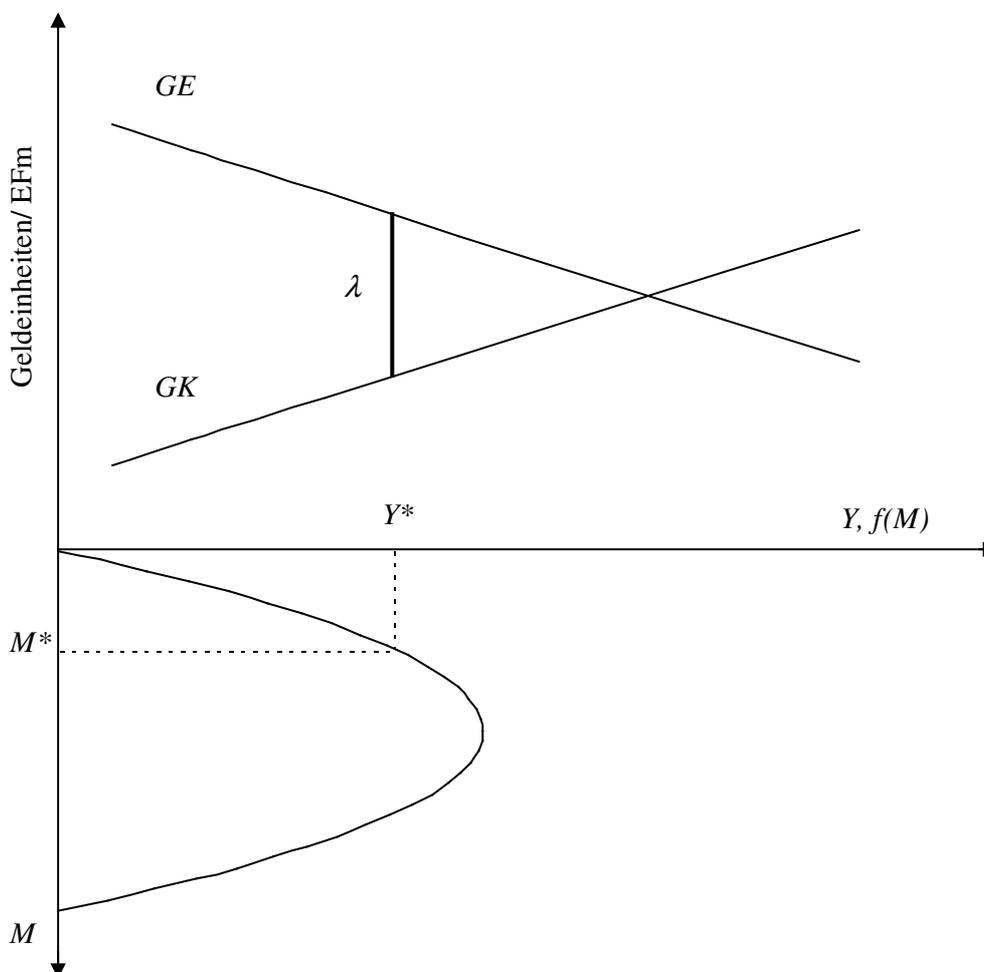


Abb. 72: Der Grenzerlös (*GE*) und die Grenzkosten (*GK*) über der Angebotsmenge *Y* und der Holzgewinnfunktion *f(M)* über dem Holzvorrat *M*. Im Optimum ( $Y^*$ ,  $M^*$ ) bildet der Schattenpreis  $\lambda$  die Differenz zwischen Grenzerlös und Grenzkosten. (verändert nach STRÖBELE, 1987, S. 131).

Der Schnittpunkt von Grenzerlös und Grenzkosten liegt in Abb. 72 bei einer Angebotsmenge, die höher als der maximal mögliche Zuwachs liegt. Die Regenerationsfähigkeit der Ressource Holz beschränkt deshalb die optimale Nutzung. Der Preis dieser natürlichen Knappheit wird durch den Schattenpreis  $\lambda$  ausgedrückt. Im Optimum entspricht die Summe aus den Grenzkosten und dem Schattenpreis dem Grenzerlös.

Stellen wir die in Abb. 72 beschriebene Beziehung jetzt anhand der empirisch ermittelten Daten dar. Ausgehend von der Gleichung für den Nettostückerlös des geernteten Holzes

$$P - C = p - c + \frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f(M)} \cdot (M - Y) \quad (36)$$

können wir für den Grenzerlös

$$P + P_Y \cdot Y = p + \frac{M \cdot p_M \cdot (M - 2 \cdot Y)}{M - f} \quad (90)$$

und für die Grenzkosten

$$C + C_Y \cdot Y = c + \frac{M \cdot c_M \cdot (M - 2 \cdot Y)}{M - f} \quad (91)$$

schreiben. Im Optimum ist der Schattenpreis

$$\lambda = \frac{f_M(p - c) + 2f(p_M - c_M) + M(p_{MM} - c_{MM})f + M(p_M - c_M)f_M}{r} \quad (92)$$

wenn die Preise und Kosten im Zeitablauf konstant sind. Bei einer Zinsforderung von 1,5 % errechnet sich eine optimale Vorratshöhe von 279 EFm/ha.<sup>177</sup> Die optimalen Nutzungsmengen entsprechen mit 8,57 EFm/ha und Jahr dem laufenden Holzzuwachs (Abb. 73). Die Steigungen der Kurven für den Grenzerlös und die Grenzkosten sind so gering, dass sie optisch in Abb. 73 kaum erkennbar werden. Bei einer Extrapolation der Kurven würde ihr Schnittpunkt bei einer Nutzungsmenge von 875 EFm/ha und Jahr liegen.

---

<sup>177</sup> Hier wurden die Preis- und Kostenfunktionen aus den Gleichungen (77) und (79) zugrunde gelegt.

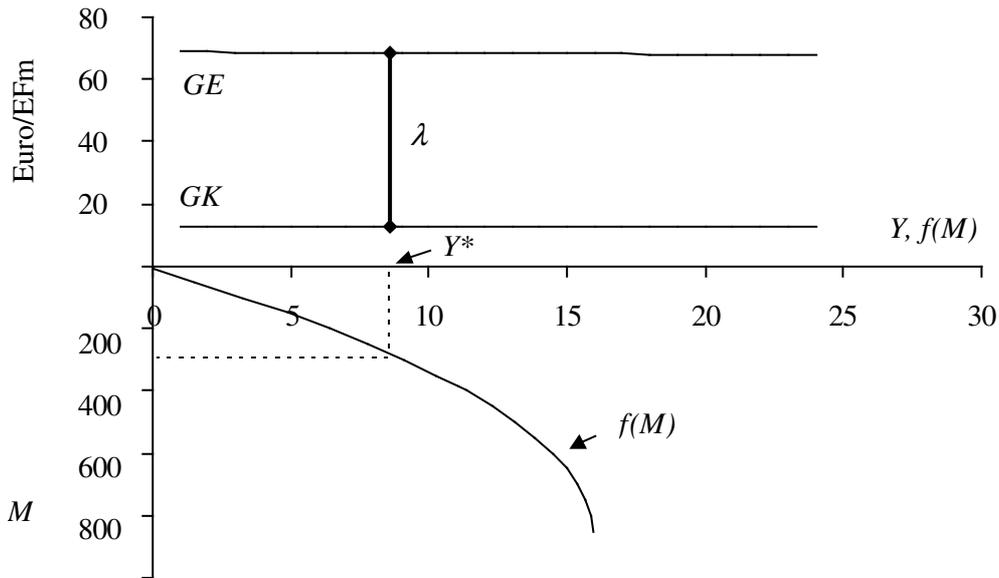


Abb. 73: Der Grenzerlös ( $GE$ ) und die Grenzkosten ( $GK$ ) über der Angebotsmenge  $Y$  und der Holzzuwachs  $f(M)$  in EFm/ha und Jahr über dem Holzvorrat  $M$ . Die optimale Angebotsmenge  $Y^*$  gilt bei einer Zinsforderung von 1,5 %.

Betrachten wir jetzt die Mengenanpassung, die im Falle eines Preissprungs um 20 Euro/EFm (ca. 50 %) erforderlich wird. Das neue Optimum wird durch die Angebotsmenge  $Y_2$  in Abb. 74 bestimmt. Diese Angebotsmenge ist um 0,3 EFm/ha und Jahr größer als die vor der Preissteigerung. Die langfristige Angebotsreaktion ist damit der Preisänderung gleichgerichtet, aber äußerst unelastisch. Das neue Optimum liegt allerdings bei einem Holzvorrat, der um 11,5 EFm/ha größer ist als der ursprüngliche Vorrat. Deshalb muss vorübergehend weniger Holz geerntet werden. Im ersten Jahr ist die Angebotsmenge um 2 EFm/ha (23 %) zu reduzieren. In den Folgejahren kann sie allmählich wieder erhöht werden. Das ursprüngliche Angebot wird jedoch erst mit den Holznutzungen im 9. Jahr nach dem Preissprung überschritten. Die kurzfristige Angebotsreaktion wäre dann preisinvers und unelastisch.

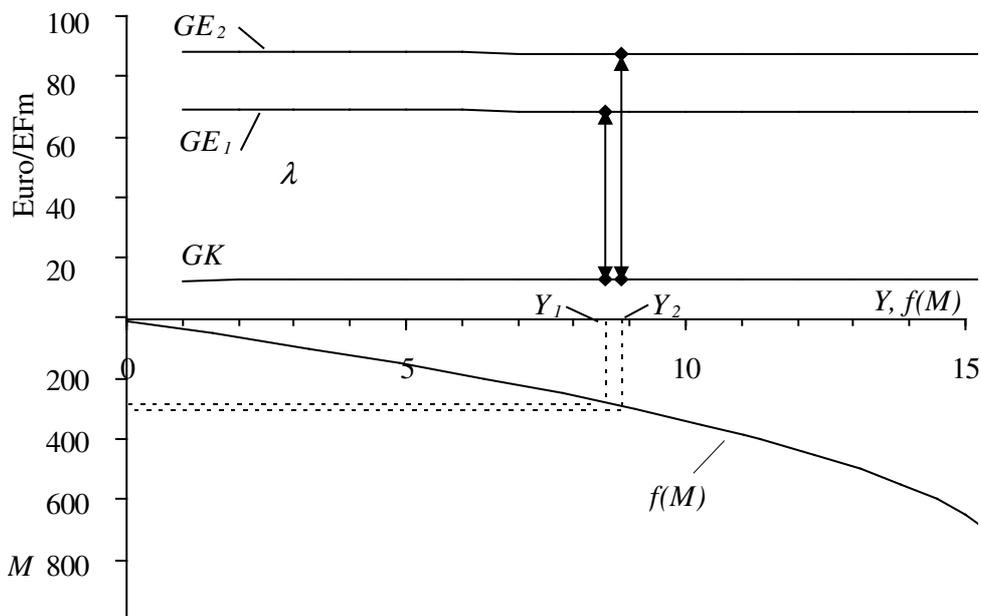


Abb. 74: Die langfristige Angebotsreaktion bei einem Anstieg der Holzpreise um 20 Euro/EFm.

Welche Schlüsse können daraus gezogen werden? Selbst bei einer Preissteigerung von etwa 50 %, wie im obigen Beispiel, unterscheidet sich die optimale Angebotsmenge nach erfolgter Anpassung kaum von der ursprünglichen Angebotsmenge. Ob diese Anpassung vorgenommen wird, muss von den Erwartungen der Entscheidungsträger abhängen. Die Anpassung wird sich nur dann lohnen, wenn erwartet werden kann, dass die Preisänderung langfristig stabil bleibt.

Wie aus Abb. 36 (S. 95) ersichtlich war, sind Preisschwankungen von bis zu 50 % im Verlauf eines Jahres bei der Fichte durchaus möglich. An diese kurzfristigen Preisschwankungen wird ein Entscheidungsträger seinen Produktionsapparat und seine Angebotsmenge kaum anpassen, selbst wenn sein Ziel die Gewinnmaximierung ist und er die Opportunitätskosten der Vorrathaltung berücksichtigt. Ein Vorratsabbau könnte zwar sehr rasch erfolgen. Muss die Anpassung aber durch einen Vorratsaufbau realisiert werden, sind dessen Geschwindigkeit natürliche Grenzen gesetzt. Für die Reaktion auf kurzfristige Schwankungen im Preisniveau des Holzes, ist dem Entscheidungsträger deshalb Gelassenheit anzuraten.

Anders verhält es sich, wenn sich die Steigung der Preis- und Kostenkurve über dem Holzvorrat, also der Grenzwertzuwachs  $P_M - C_M$ , verändert. Diese Änderung kann z.B. dadurch zustande kommen, dass sich der Preis für einzelne Holzsortimente ändert, während der Preis für die anderen Sortimente stabil bleibt. So werden beispielsweise stärkere Holzsortimente bei der Fichte heute vom Markt geringer bewertet, als die Preisrelationen des Messzahlensystems vorgeben, die für die Preisverhältnisse Anfang der 50er Jahre stehen. Geringfügige Veränderungen in der Steigung der Preis- und Kostenkurven wirken sich auf die optimale Vorratshöhe und die optimale Angebotsmenge ganz erheblich aus. Da diese Veränderungen wohl auch eher langfristig bestehen bleiben, ist den Entscheidungsträgern hier durchaus die Anpassung zu empfehlen.

Wenn ein Entscheidungsträger ein Auf und Ab der Preise erwartet und Phasen hoher Preise durch erhöhte Erntemengen ausnutzen will, steht sein Verhalten durchaus im Einklang mit dem vorgestellten Modell. Der Holzpreis, den er seiner Kalkulation zugrunde legt, ist der erwartete Preis in der Hochpreisphase. An diesen Preis passt er seinen Holzvorrat an. Den optimalen Holzvorrat hält er nur im langfristigen Durchschnitt aufrecht, da er Mindernutzungen in Phasen niedriger Preise durch Übernutzungen in Hochpreisphasen ausgleicht.

#### 4.5 Die Rentabilität in den Forstbetrieben

In Abb. 75 wird die interne Verzinsung der jeweils letzten in den Produktionsapparat investierten Mengeneinheit für alle 23 untersuchten staatlichen Forstbetriebe dargestellt. Dabei wurde unterstellt, dass mit dem laufenden Holzzuwachs der Wertzuwachs geerntet wird. Hier wurde die Kostenfunktion zugrunde gelegt, die gültig ist, wenn Restriktionen die Wahl des Faktoreinsatzes beschränken.

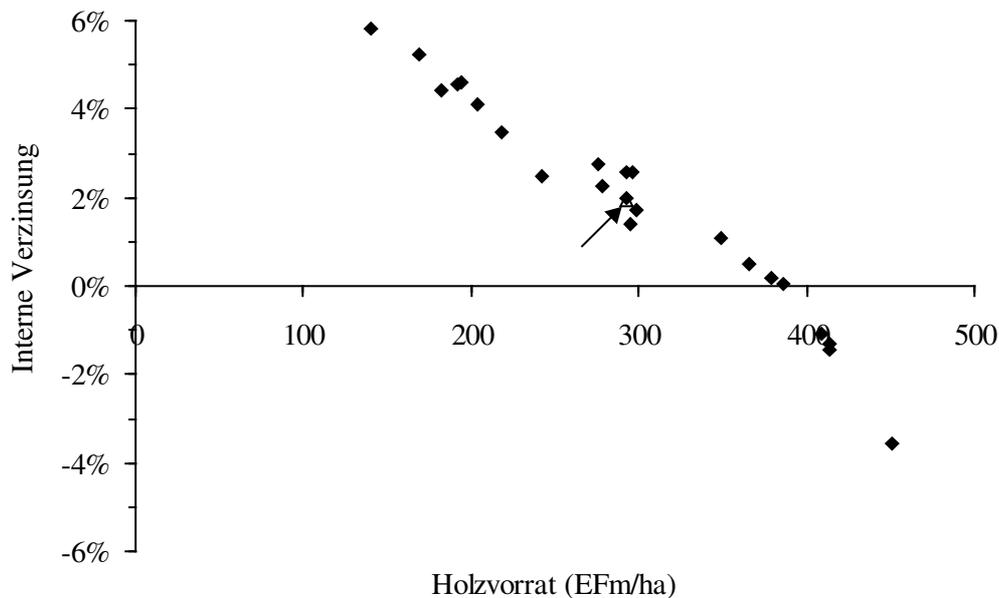


Abb. 75: Die interne Verzinsung der jeweils letzten in den Fichtenvorrat investierten Mengeneinheit für 23 staatliche Forstbetriebe in Bayern. Das mit einem Pfeil markierte Dreieck zeigt den Durchschnitt aller Betriebe.

Aus Abb. 75 wird die sehr enge Korrelation zwischen der internen Verzinsung und der Höhe des Holzvorrats deutlich. Die höchste Verzinsung zeigt das Forstamt Ebrach mit den niedrigsten Holzvorräten in seinen Fichtenwäldern, gefolgt von den Forstämtern Roding, Sulzbach und Lichtenfels. Negative Rentabilitäten für die jeweils letzten investierten Mengeneinheiten weisen die Forstämter Weißenhorn, Eichstätt, Zusmarshausen und Aichach auf. Bis auf den Forstbetrieb Eichstätt zählen diese Forstbetriebe gemeinhin zu den ertragsreichsten im bayerischen Staatswald.

Wenn die Forderung nach einer bestimmten Rendite die Entscheidungen über die Größe des Produktionsapparats bestimmen würde, könnte angenommen werden, dass die interne Verzinsung in den Forstbetrieben etwa gleich hoch ist. Sicher ist zu berücksichtigen, dass die aktuellen Holzvorräte in den Forstbetrieben in manchen Fällen wohl nicht den Zielvorstellungen der Entscheidungsträger entsprechen. Dann könnte zumindest erwartet werden, dass eine bestimmte Rendite nicht unterschritten wird. Abb. 75 liefert allerdings keinen Hinweis darauf, dass eine Steuerung nach dem Kriterium der Rentabilität erfolgt. Abb. 76 zeigt, dass dennoch eine effektive Steuerung der Forstbetriebe stattfindet.

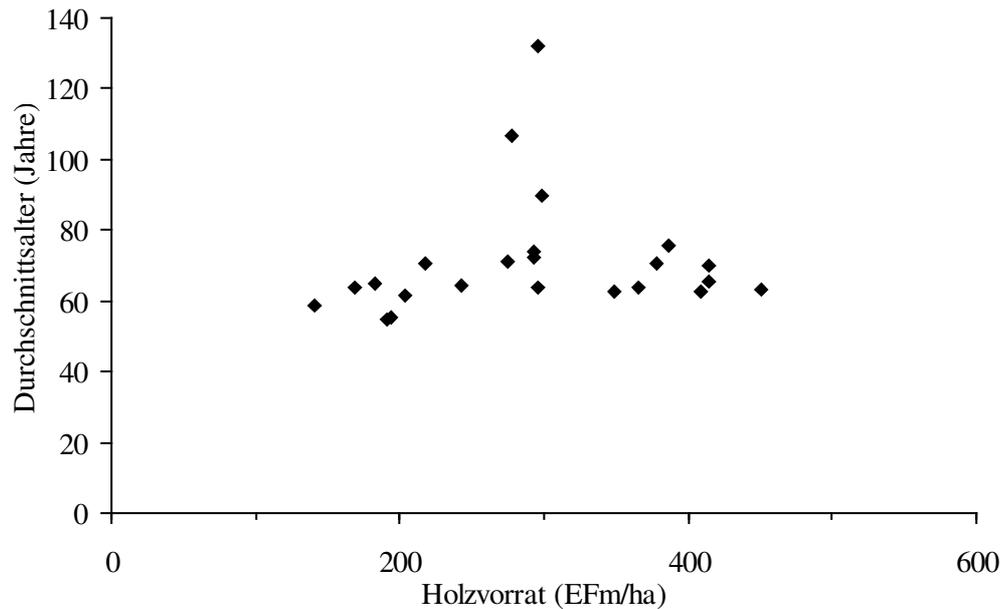


Abb. 76: Das Durchschnittsalter der Fichtenwälder in den untersuchten staatlichen Forstbetrieben über dem Holzvorrat.

Die Fichtenbestände sind in allen Forstbetrieben weitgehend auf ein einheitliches Durchschnittsalter bzw. eine Umtriebszeit eingeregelt. Die drei Forstbetriebe mit den höchsten Durchschnittsaltern umfassen Wälder in den Hochlagen des Bayerischen Waldes, die extremen Klimabedingungen ausgesetzt sind und müssen als Ausreißer betrachtet werden. Das höchste Alter wurde im Nationalpark Bayerischer Wald erreicht. Das zweit und dritt höchste Alter weisen die Wälder in den Forstämtern Bodenmais und Neureichenau auf, die dem Nationalpark benachbart sind. In den anderen Forstbetrieben streut das Alter mit 9 % ganz eng um den Mittelwert von 65,5 Jahren, entsprechend einer Umtriebszeit von 130 Jahren, während die Holzvorräte in einem weiten Bereich streuen. Die Holzvorräte scheinen offenbar über den Wuchszeitraum gesteuert zu werden, wie es auch das Faustmann-Modell vorsieht, allerdings ohne die unterschiedliche Leistungsfähigkeit der Wälder zu berücksichtigen.

Die betriebliche Zielsetzung für den bayerischen Staatswald ist die Maximierung des Waldreinertrags (SCHREYER, 1986). Unter dieser Zielsetzung erscheinen die kalkulierten möglichen Rentabilitäten von bis zu fast 6 % in einzelnen Forstbetrieben recht hoch. Im Folgenden soll geprüft werden, welche Nutzungsmengen und Vorräte angestrebt werden sollten, um den Waldreinertrag zu maximieren.

#### 4.5.1 Der höchste Waldreinertrag als Betriebsziel

Der Waldreinertrag erreicht sein Maximum, wenn der Wertzuwachs durch eine weitere Erhöhung des Holzvorrats nicht mehr gesteigert wird. Abb. 77 zeigt, dass der Wertzuwachs in den Forstbetrieben mit steigendem Holzvorrat zunimmt. Wenn der Forstbetrieb mit dem höchsten Wertzuwachs außer Acht gelassen wird,<sup>178</sup> deutet sich eine Kulmination im Bereich von ca. 400 EFm/ha an. Abb. 78 zeigt, dass der maximale Waldreinertrag in allen Forstbetrieben tatsächlich in diesem Bereich erzielt wird. In den meisten Forstbetrieben müssten die Vorräte

<sup>178</sup> Es handelt sich um das Forstamt Treuchtlingen, für das die steilste Zuwachskurve überhaupt geschätzt wurde.

demnach weiter aufgebaut werden. Nur in den vier vorratsreichsten Forstbetrieben wären die Vorräte etwas abzubauen.

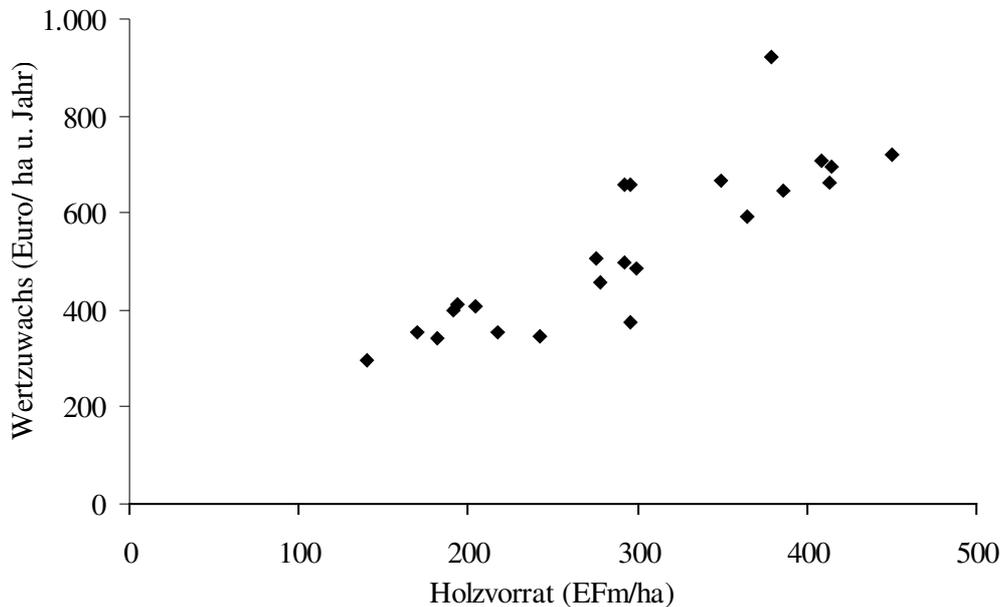


Abb. 77: Der laufende Wertzuwachs in den 23 untersuchten Forstbetrieben über dem Holzvorrat.

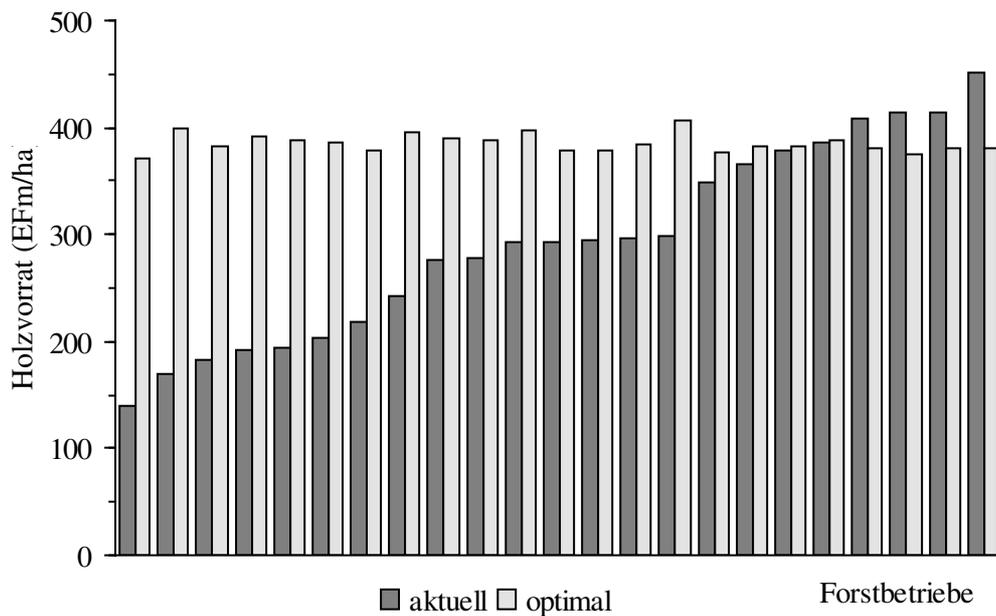


Abb. 78: Der aktuelle Holzvorrat in den untersuchten Forstbetrieben sowie der optimale Vorrat, wenn der Waldreinertrag maximiert werden soll.

Im Hinblick auf die Zielsetzung des maximalen Waldreinertrags ist zu bedenken, dass in die Berechnung des Waldreinertrages auch die Kosten eingehen, die in ihrer Höhe unabhängig vom Holzvorrat sind. Im bayerischen Staatswald betragen 1998 die Betriebskosten, ohne die Holzerntekosten, ca. 220 Euro/ha Holzbodenfläche.<sup>179</sup> Auch für private Forstbetriebe (ab 200 ha) betragen diese Betriebskosten 1997 immerhin ca. 190 Euro/ha.<sup>180</sup> Bei der Nutzung des

<sup>179</sup> Jahresbericht 1998, Tab. 10.

<sup>180</sup> DEUTSCHER BUNDESTAG, 1999, S. 65.

laufenden Wertzuwachses der Fichtenbestände in Höhe von durchschnittlich 529 Euro/ha<sup>181</sup> verbleibt für den bayerischen Staatswald ein möglicher Überschuss von rund 309 Euro/ha. Es kann aber angenommen werden, dass bei der Nutzung anderer Holzarten die erzielbaren erntekostenfreien Erlöse die Betriebskosten in Höhe von 220 Euro/ha nicht decken können, sodass die Erlöse aus den Fichtenbeständen einen noch größeren Betrag der Fixkosten decken müssen.<sup>182</sup>

Mit steigender Verzinsung sinkt der Tendenz nach der Wertzuwachs (Abb. 79). Die Regressionsgerade vermag 60 % der Streuung der Wertzuwächse zu erklären.

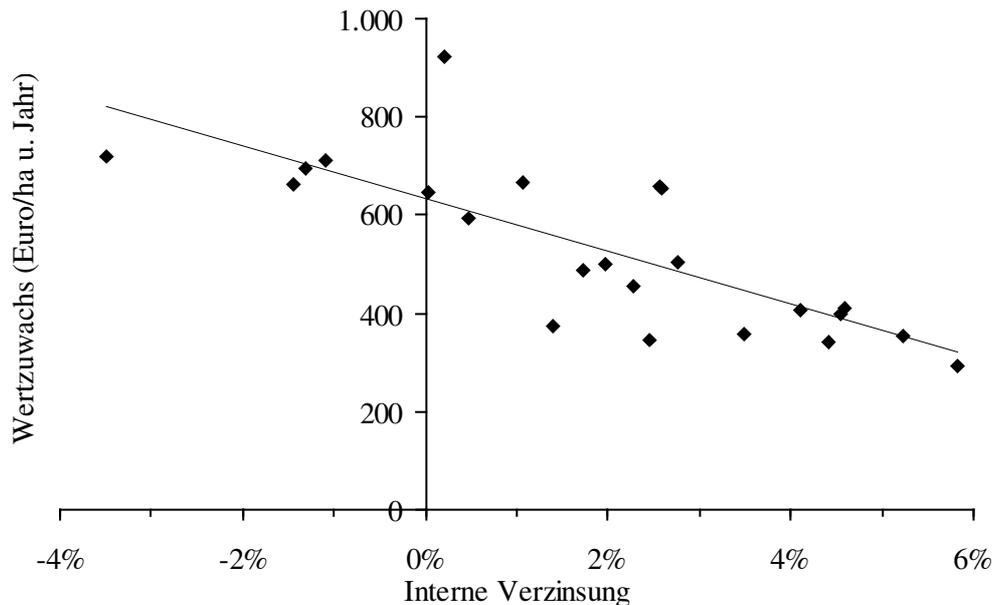


Abb. 79: Der laufende Wertzuwachs in den 23 untersuchten Forstbetrieben über der internen Verzinsung der jeweils letzten investierten Mengeneinheit.

Muss der Entscheidungsträger die Opportunitätskosten des Vorratsvermögens nicht berücksichtigen, führt der Druck, einen Mindestbeitrag zur Deckung der Fixkosten zu leisten, zur Produktion bei hohen Wertzuwächsen, aber auf dem Niveau einer niedrigen internen Verzinsung. Die Entscheidungsträger, die sowohl die Opportunitätskosten kalkulieren als auch die Fixkosten decken müssen, stehen unter einem zweiseitigen Druck, da sie einerseits ausreichend hohe Wertzuwächse, andererseits aber auch eine ausreichend hohe Rentabilität erzielen müssen. Sie operieren womöglich ständig an der Grenze der Betriebsaufgabe.

#### 4.5.2 Gewinnmaximierung als Betriebsziel

Wenn auch die Entscheidungen über die Größe des Produktionsapparats in den untersuchten Forstbetrieben offensichtlich nicht an bestimmten Zinsforderungen orientiert werden, soll hier geklärt werden, ob das Modell geeignet wäre, auf der Ebene der einzelnen Forstbetriebe diese Entscheidungen zu unterstützen. In Abb. 80 wird jeweils der aktuelle Holzvorrat in den Forstbetrieben der optimalen Vorratshöhe gegenübergestellt, die sich errechnet, wenn eine Verzin-

<sup>181</sup> Der Betrag gilt bei Verwendung der Kostenfunktion, wenn Restriktionen bei der Wahl des Faktoreinsatzes beachtet werden müssen.

<sup>182</sup> Fixkosten hier im Hinblick auf den Holzvorrat.

sung von 1,9 % angestrebt wird. Dieser Zinssatz entspricht der durchschnittlichen internen Verzinsung in den Forstbetrieben, wenn die Kostenfunktion mit Berücksichtigung der Restriktionen zugrunde gelegt wird.

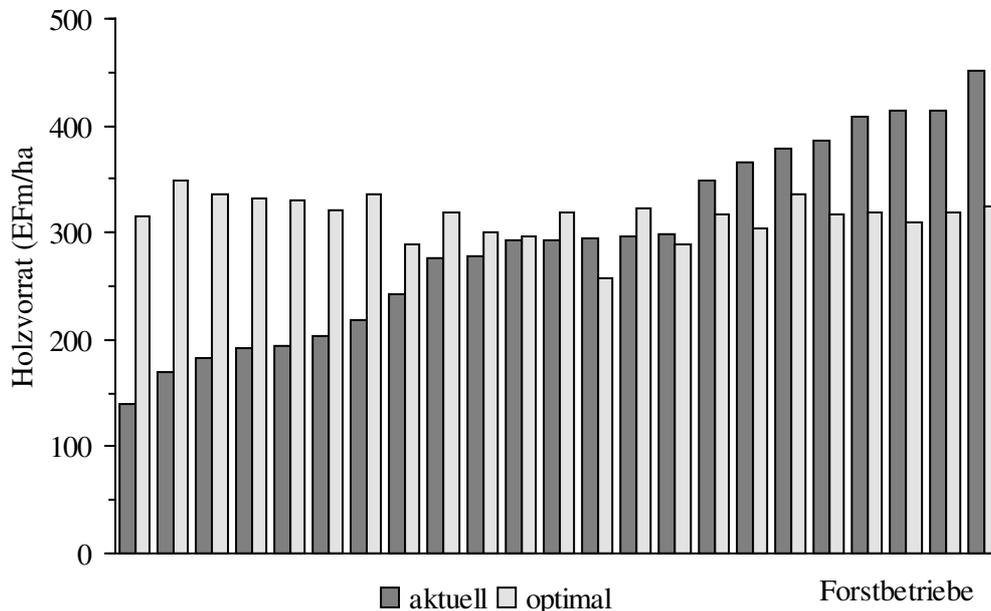


Abb. 80: Der aktuelle Holzvorrat in den untersuchten Forstbetrieben sowie der bei einer Zinsforderung von 1,9 % jeweils optimale Holzvorrat.

Die optimalen Vorräte liegen im Durchschnitt um 70 EFm/ha niedriger als die Vorräte des maximalen Waldreinertrags und streuen nur wenig. Die optimalen Vorräte liegen innerhalb des Rahmens, den die aktuellen Vorräte bereits abstecken. Das vorgestellte ökonomische Kalkül erscheint durchaus geeignet, die Entscheidung über die Größe des Produktionsapparats zu unterstützen.

Die Genauigkeit des Kalküls sollte dennoch nicht überschätzt werden. Als die wohl unsicherste Größe, die in das Kalkül eingeht, ist die Steigung der Kurve für den Nettostückerlös, also  $p_M - c_M$ , einzuschätzen. Wächst der Nettostückerlös mit dem Holzvorrat stärker als angenommen, ist die interne Verzinsung bei gleicher Vorratshöhe größer als errechnet.

#### 4.5.3 Die Wirkung von Kultur und Waldpflegekosten

Als einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Holzvorrat und der Höhe der Kulturkosten wurde die Steigung

$$K_M = -0,1224 \quad (87)$$

beschrieben. Danach bewirkt eine Zunahme des Holzvorrats um 1 EFm/ha eine Reduktion der Kulturkosten um 0,12 Euro/ ha Waldfläche.

Die empirischen Daten weisen auf sinkende Waldpflegekosten mit steigendem Holzvorrat hin. Dabei sinken die Pflegekosten möglicherweise mit der negativen Steigung

$$W_M = -0,1715 \quad (89)$$

Die empirischen Daten beziehen sich auf den gesamten Wald und nicht allein auf die Fichtenbestände. Wir können vermuten, dass die Pflege von Fichtenbeständen weniger kostenintensiv ist als die vor allem der Laubbaumbestände. Es spricht aber nichts gegen die Annahme, dass die Kostendegression bei den verschiedenen Baumarten gleich stark ausgeprägt ist und nur auf die Steigung kommt es im Kalkül an. Das Optimum für den Holzvorrat und die Nutzungsmenge beschreibt die folgende modifizierte Gleichung:

$$f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M = r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} + K_M + W_M \quad (93)$$

In Abb. 81 werden die Kurven für die interne Verzinsung der letzten in den Holzvorrat investierten Mengeneinheit mit und ohne Berücksichtigung der Kultur- und Waldpflegekosten dargestellt. Der die Kultur- und Waldpflegekosten mindernde Effekt eines höheren Holzvorrats wirkt sich hier so aus, dass dieselbe Verzinsung von 3 % mit einem um 23 EFm/ha höheren Holzvorrat erzielt werden kann. Der laufende Holzzuwachs ist dort um 0,6 EFm/ha und Jahr höher und erbringt einen um 41 Euro/ha und Jahr höheren Erlös bzw. Wertzuwachs.

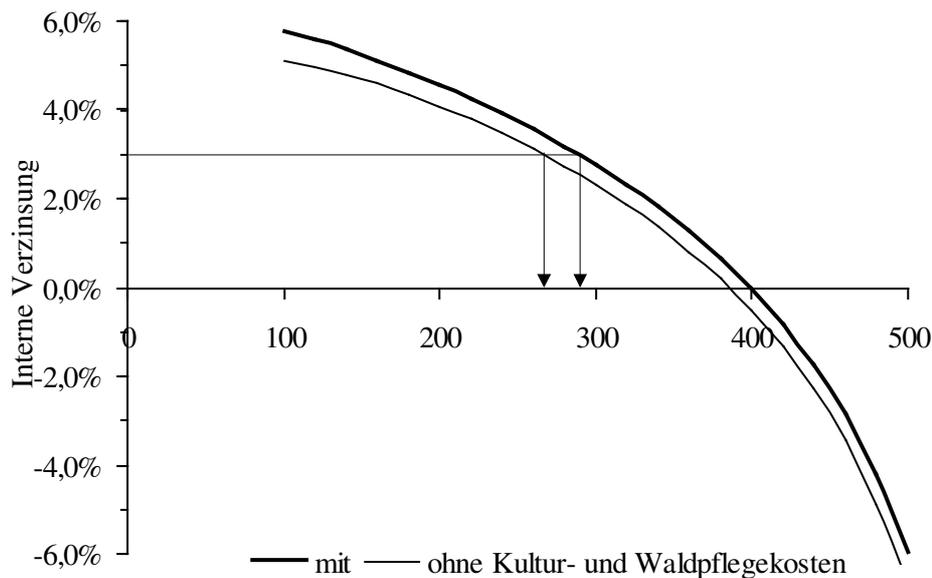


Abb. 81: Die Entwicklung der internen Verzinsung der letzten in den Fichtenholzvorrat investierten Mengeneinheit, wenn der laufende Holz- und Wertzuwachs geerntet wird und die Kultur- und Waldpflegekosten berücksichtigt werden.

In Abb. 82 wird gezeigt, wie sich die Berücksichtigung der Kultur- und Waldpflegekosten auf die optimalen Holzvorräte in den untersuchten Forstbetrieben auswirkt.

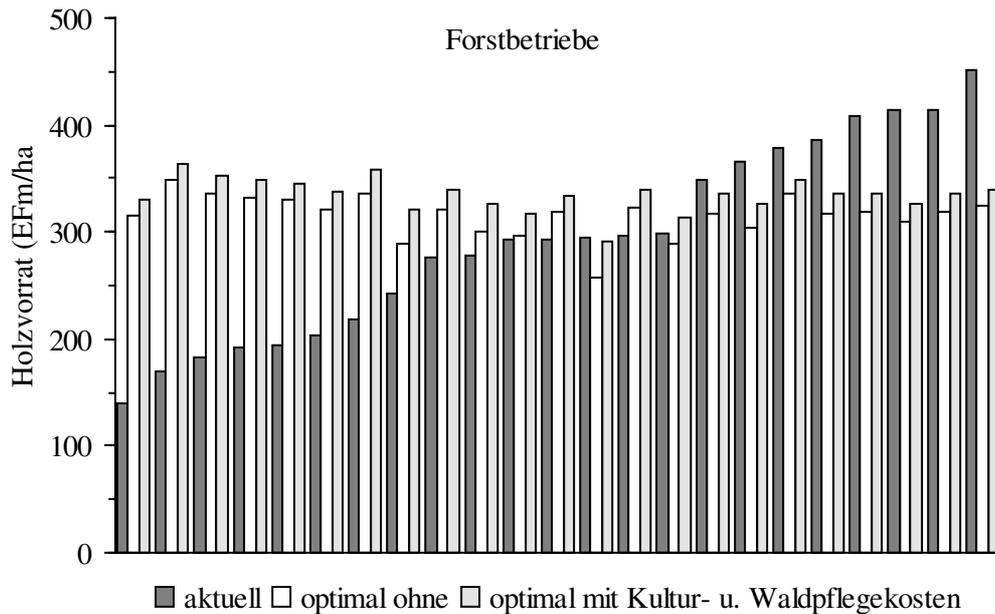


Abb. 82: Der aktuelle Holzvorrat in den untersuchten Forstbetrieben sowie der bei einer Zinsforderung von 1,9 % optimale Holzvorrat mit und ohne Berücksichtigung der Kultur- und Waldpflegekosten.

Die Forstbetriebe mit einem zu geringen Holzvorrat sind bei Berücksichtigung der Kultur- und Waldpflegekosten vom Optimum noch weiter entfernt als ohne, während die Betriebe mit einem zu hohen Holzvorrat jetzt näher am Optimum liegen.

#### 4.5.4 Vergleich mit anderen Vermögensanlagen

Der Zinsansatz von 1,9 % war ausgewählt worden, weil er der durchschnittlichen internen Verzinsung des Holzvorratsvermögens in den Forstbetrieben entsprach. Prüfen wir nun, ob mit der Forstwirtschaft auch die Renditen des Kapitalmarktes erzielt werden können. Eine Vermögensanlage in festverzinslichen Wertpapieren stellt unter den heute gegebenen wirtschaftlichen Rahmenbedingungen sicher kein größeres Risiko dar als die Investition in Waldvermögen. Für den Zeitraum von 1954 bis 1997 haben MOOG und BORCHERT (2000) inflationsbereinigt eine durchschnittliche Rendite von festverzinslichen Wertpapieren mit langer Laufzeit von 4,2 % ermittelt.

Wie Abb. 83 zeigt, liegen die optimalen Holzvorräte bei einer Zinsforderung von 4,2 % zu meist erheblich niedriger als die aktuellen Vorräte. Die Streuung der optimalen Vorräte ist hier erheblich größer als bei niedrigeren Zinsforderungen. Dies resultiert daraus, dass der Anteil des Grenzmassenzuwachses an der internen Verzinsung im Bereich der niedrigen Vorräte überwiegt. Da für alle Forstbetriebe dieselbe Preis- und Kostenfunktion zugrunde gelegt wurde, wirkte der dominierende Einfluss des Grenzwertzuwachses im Bereich hoher Vorräte nivellierend auf die optimalen Vorratshöhen. Die unterschiedliche physische Produktivität in den Forstbetrieben wirkt sich nur bei niedrigen Vorräten deutlich aus.

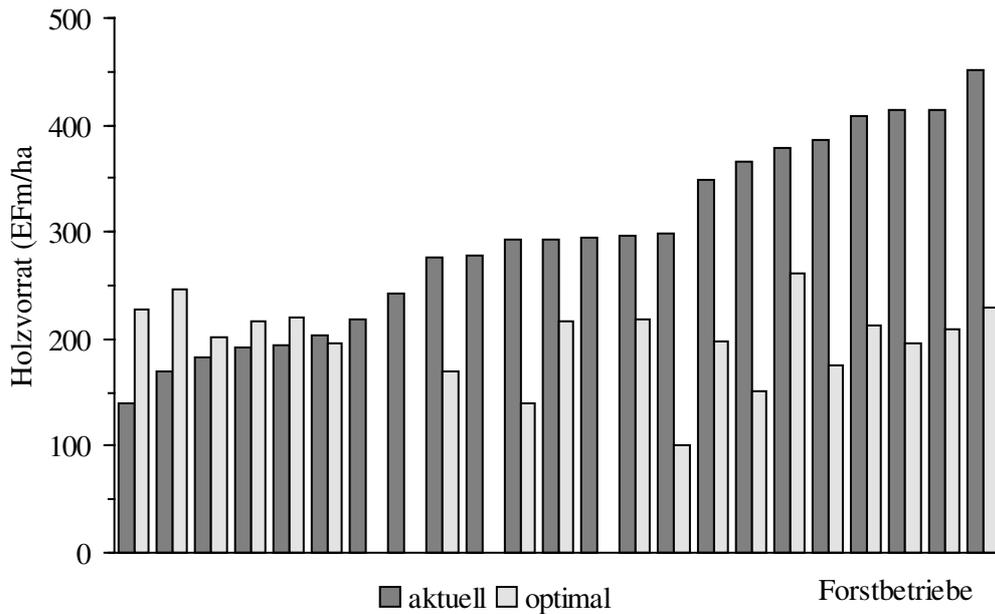


Abb. 83: Der aktuelle Holzvorrat in den untersuchten Forstbetrieben und der bei einem Zinssatz von 4,2 % optimale Holzvorrat.

Bei vier Forstbetrieben, Forstamt Bodenmais, Hammelburg und Hersbruck sowie beim Nationalpark Bayerischer Wald, übersteigt die hier geforderte Rendite die maximal mögliche Rentabilität. Mit Ausnahme des Forstamtes Hersbruck sind dies Forstbetriebe mit Fichtenwäldern in den Hochlagen von Mittelgebirgen, also mit ungünstigen klimatischen Bedingungen. Die Holzvorräte wären in diesen Betrieben soweit abzunutzen, soweit noch ein positiver erntekostenfreier Erlös erzielt werden kann und die Forstwirtschaft sodann aufzugeben. Die Aufgabe der Forstwirtschaft im Nationalpark Bayerischer Wald ist auch unter dem Aspekt der Leistungsfähigkeit der Wälder bei der Holzerzeugung wohl als sinnvolle Entscheidung zu bewerten. In zwei weiteren Forstbetrieben, Forstamt Neureichenau und Steinach, wären die Holzvorräte soweit abzubauen, dass die Fixkosten dann nicht mehr gedeckt werden könnten. In diesen Forstbetrieben wäre die forstliche Nutzung deshalb ebenfalls einzustellen. Beides sind Forstbetriebe mit Fichtenwäldern ebenfalls in höheren Mittelgebirgslagen.

Das in Abb. 83 gezeichnete eher düstere Bild der Forstwirtschaft wird etwas gemildert, wenn der Vergleich der Vermögensanlage „Wald“ mit einer Finanzanlage nach Steuern geführt wird, da Einkünfte aus der Forstwirtschaft gegenüber anderen Einkünften in Deutschland steuerlich begünstigt werden.<sup>183</sup> Trotzdem wird ein Arbitragekalkül wohl vielen Forstbetrieben nahelegen, die Holzvorräte drastisch abzubauen oder die Forstwirtschaft gar aufzugeben, wenn der einzige Nutzen aus der Vermögensanlage „Wald“ das Einkommen aus den Holznutzungen ist. Die Verzinsung von Waldvermögen ist aufgrund der physische Leistungsfähigkeit der Wälder schlicht begrenzt.

<sup>183</sup> MÖHRING, 1994, S. 168 ff; FINKENSTEIN, 1997.

## **5. Bewertung des Modells**

### **5.1 Die Einordnung des Modells in das Theoriegebäude der Betriebswirtschaftslehre**

Der Untersuchungsgegenstand der Betriebswirtschaftslehre ist die Unternehmung. Der methodische Weg der Analyse ist die Untersuchung der Unternehmung, ausgehend von einem hohen Abstraktionsniveau mit vielen einschränkenden Prämissen und die schrittweise Lockerung dieser Prämissen (ALBACH, 1999). In dieser Weise setzt sich die Betriebswirtschaftslehre auch mit dem Produktionsproblem auseinander. Das Produktionsproblem ist nach ALBACH die Frage nach der optimalen Ausbringungsmenge und den dafür erforderlichen Einsatzmengen, d.h. nach dem optimalen Produktionsplan. Mit der Annahme vollständiger Marktkonkurrenz wird bei der Behandlung dieser Frage ein hohes Abstraktionsniveau eingenommen. Außerdem wird der Produktionsapparat, also die Betriebsgröße, zunächst als gegeben angenommen. Unter diesen Voraussetzungen ist es für die Unternehmung optimal, über die Variation der Beschäftigung die Produktionsmengen so anzupassen, dass die Grenzkosten gleich dem Grenzerlös sind, der hier dem Produktpreis entspricht, sofern die Grenzkosten mit wachsender Ausbringungsmenge steigen.<sup>184</sup>

In einem nächsten Untersuchungsschritt wird die Annahme eines fixen Produktionsapparats aufgegeben. Bereits GUTENBERG (1957, S. 310) kritisierte die strikte Trennung zwischen Beschäftigungs- und Betriebsgrößenvariation. Von den anderen Produktionsfaktoren unterscheidet sich der Produktionsapparat lediglich dadurch, dass er Leistungen während mehrerer Perioden abgeben kann. Die Variation der Betriebsgröße wird deshalb auch als langfristige Anpassung bezeichnet.<sup>185</sup> Damit stellt sich die Frage nach der optimalen Betriebsgröße als ein Zeitproblem dar. Die Anpassung der Unternehmung ist dann ein dynamischer Prozess. Die mathematischen Modelle der Kontrolltheorie, die auch in der vorliegenden Arbeit verwendet wurden, sind geeignet diesen dynamischen Anpassungsprozess zu beschreiben (ALBACH).

GUTENBERG wies darauf hin, dass bedeutende empirische Untersuchungen einen linearen Verlauf der Kostenfunktion aufzeigten (S. 278) und damit den damaligen Annahmen der Kostentheorie über eine Kostenentwicklung bei steigender Produktionsmenge entsprechend der ertragsgesetzlichen Funktion widersprechen. Heute werden bei langfristiger Betrachtung eher sinkende Durchschnittskosten bei steigender Produktionsmenge für plausibel gehalten. Dies ermöglicht steigende Skalenerträge. Dazu muss die Annahme vollständiger Konkurrenz allerdings gelockert werden (FEES, 1997, S. 146).

Konstant steigende Grenzkosten bei wachsender Produktionsmenge, wie sie in der vorliegenden Arbeit angenommen werden, sind mit den heutigen Modellen der Betriebswirtschaftslehre jedenfalls nicht vereinbar. Auch die Annahme sinkender Grenzerlöse ist nur bei Vorliegen eines Angebotsmonopols plausibel, nicht aber bei der Annahme vollständiger Marktkonkurrenz, wie sie hier unterstellt wird.

In Kapitel 2.2.1.1 (S. 26 ff) wurden zunächst noch konstante Grenzkosten (bezogen auf die Produktionsmenge) angenommen. Das Kalkül des Mengenanpassers wurde dennoch als operational betrachtet, weil darin zusätzlich der Schattenpreis zu berücksichtigen sei. Es wurde allerdings nicht diskutiert, warum der Schattenpreis nicht konstant ist. In Kapitel 4.4.3 (S. 125 ff) wurden die steigenden Grenzkosten und sinkenden Grenzerlöse damit begründet, dass Rohholz kein homogenes Produkt, sondern ein Produktbündel ist, dessen Zusammensetzung

---

<sup>184</sup> DEMMLER, 1992, S. 320.

<sup>185</sup> SCHUMANN, 1980, S. 141.

sich mit steigender Angebotsmenge verändert. Diese Veränderung des Produktbündels ist auch der eigentliche Grund, warum der Schattenpreis mit der Größe des Produktionsapparats variiert.

Im Kontext betriebswirtschaftlicher Modelle zum optimalen Produktionsplan erscheint die Betrachtung eines inhomogenen Produktes abwegig. Außerdem widerspricht dies der Prämisse der vollständigen Marktkonkurrenz.<sup>186</sup> In dieser Arbeit ist es zwar gelungen, die Optimierungsaufgabe für das inhomogene Produkt 'Rohholz' zu lösen. Dabei wurde auf Lösungsmethoden zurückgegriffen, die vorwiegend für den Monopolfall entwickelt wurden.<sup>187</sup> Das Vorgehen in dieser Arbeit kann jedoch eine Begriffsverwirrung stiften, weshalb eine besondere Begründung dafür erforderlich erscheint. Wie hätten wir vorgehen können, wenn wir im Kontext bestehender betriebswirtschaftlicher Modelle geblieben wären?

Zunächst ist zu klären, für welches Produkt oder für welche Produkte wir einen Produktionsplan erstellen wollen. Wir könnten verschiedene Holzsortimente, die entsprechend den forstlichen Sortierungsübereinkommen nach ihrer Dimension und Qualität oder ihrem Verwendungszweck definiert sind, als Produkte der Forstwirtschaft betrachten. Dies sind in Mitteleuropa oftmals die tatsächlich von der Forstwirtschaft vermarkteten Produkte. Die Wahl der Holzsortimente als Produkte birgt folgende Schwierigkeit in sich:

1. Die Zahl möglicher Produkte ist fast unüberschaubar groß. Wie weit soll die Differenzierung in verschiedene Produkte vorgenommen werden. Sollen z.B. auch unterschiedliche Längen von Stammholzabschnitten als Produkte betrachtet werden?
2. Wir wollen eine Beziehung zwischen der Produktionsmenge und dem Produktionsapparat herstellen. Über die Ausformung mancher Sortimente wird erst entschieden, wenn die Bäume bereits am Boden liegen, weil z.B. innere Holzmerkmale wie Fäule erst dann sichtbar werden. Ein Zusammenhang zwischen der möglichen Produktionsmenge von z.B. Stammholz mit Fäuleschäden und dem Holzvorrat ist bisher nicht beschrieben.
3. Es taucht die Problematik der Kuppelproduktion auf. Bei dieser Produktion fallen technisch bedingt mehrere Produkte im Herstellungsprozess gemeinsam an,<sup>188</sup> in der Forstwirtschaft z.B. Industrieholz zusammen mit Stammholz.

Wir könnten statt der Holzsortimente den stehenden Baum, der für den Holzeinschlag ausgezeichnet ist, als Produkt betrachten oder auch ein ganzes Kollektiv von Bäumen, die in einem Hieb zusammengefasst werden. Dies entspricht eher dem Produkt, das beim Holzverkauf auf dem Stock von der Forstwirtschaft vermarktet wird. Nehmen wir z.B. den stehenden Baum einer bestimmten Baumart und Dimension als Produkt. Die Forstwirtschaft kann jetzt verschiedene Güter produzieren und ist deshalb ein Mehrproduktunternehmen. Damit begegnen wir dem Problem der Alternativproduktion. Dieses Problem besteht dann, wenn der Produktionsapparat nur alternativ für das eine Produkt oder das andere nutzbar ist oder wenn nur bestimmte Kombinationen mehrerer Produkte hergestellt werden können.<sup>189</sup> Für die Forstwirtschaft sind beide Formen der Alternativproduktion denkbar.

Angenommen die Stärke der Bäume ist das Produktmerkmal und jede Durchmesserstufe repräsentiert ein Produkt. Wollen wir einen Baum mit einem Durchmesser (BHD) von 25 cm

---

<sup>186</sup> SCHUMANN, 1980, S. 165.

<sup>187</sup> FEICHTINGER und HARTL, 1986, S. 449.

<sup>188</sup> SCHUMANN, 1980, S. 162.

<sup>189</sup> SCHUMANN, 1980, S. 159.

ernten, müssen wir zuvor auf die Ernte eines Baumes von 24 cm verzichten. Außerdem verzichten wir damit auf die künftige Ernte eines Baumes von 26 cm. Eine Besonderheit der Alternativproduktion in der Forstwirtschaft ist, dass die Alternativen 24, 25 und 26 cm nicht zeitgleich bestehen. Dies stellt für die Modellbildung jedoch kein Hindernis dar. Die Forstwissenschaft umgeht dieses Problem üblicherweise so, dass durch die Annahme eines räumlichen Nebeneinanders der Alternativen die Zeitgleichheit hergestellt wird. Nehmen wir an, es bestehen nur die zwei alternativen Produkte 'Bäume von 24 und 25 cm Durchmesser', deren jeweilige Mengen mit  $Y_{24}$  und  $Y_{25}$  bezeichnet werden sollen. Alle möglichen Kombinationen dieser zwei Produkte lassen sich durch Punkte in einem Diagramm darstellen, deren Verbindung zu einer Kurve als Produktionsmöglichkeiten- oder *Transformationskurve* bezeichnet wird. In Abb. 84 sind verschiedene mögliche Transformationskurven dargestellt. Die Steigung dieser Kurven wird als *Grenzrate der Transformation* bezeichnet.<sup>190</sup> Ein linearer Verlauf bedeutet eine konstante, konvexer Verlauf abnehmende und konkaver Verlauf zunehmende Grenzrate der Transformation. Die Grenzrate der Transformation sagt uns, auf welche Holzmenge von Bäumen mit 24 cm wir verzichten müssen, wenn wir die Menge von Bäumen mit 25 cm um eine (marginale) Mengeneinheit erhöhen wollen. Der Verlauf der Transformationskurve wird durch die Wachstumsfunktion des Waldes bestimmt. Durch Verzicht auf eine bestimmte Stückzahl von Bäumen mit 24 cm Durchmesser kann zwar keine größere Stückzahl von Bäumen mit 25 cm erwachsen, wohl aber eine größere Holzmenge.

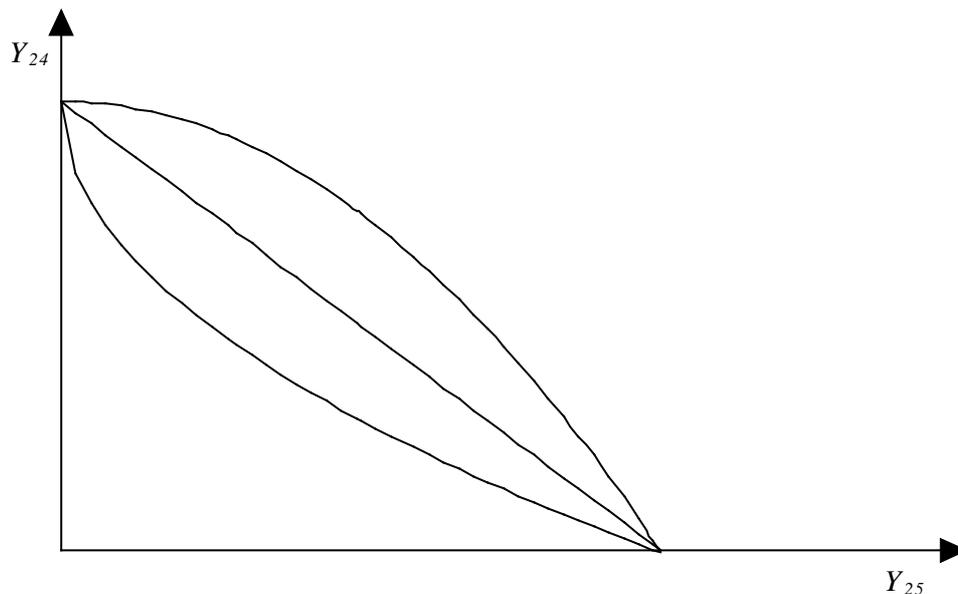


Abb. 84: Transformationskurven für die Produkte 'Bäume mit 24 und 25 cm Durchmesser'.

Der mögliche Gewinn  $G$  errechnet sich folgendermaßen:

$$G = p_{24} \cdot Y_{24} + p_{25} \cdot Y_{25} \quad (94)$$

<sup>190</sup> SCHUMANN, S. 159

mit

$p$  = Preis je Mengeneinheit der Bäume einer Durchmesserklasse auf dem Stock.<sup>191</sup>

Diese Gleichung können wir umformen zu

$$Y_{24} = -\frac{p_{25}}{p_{24}} \cdot Y_{25} + \frac{G}{p_{24}} \quad (95)$$

Für vorgegebene Gewinne können wir Gleichung (95) im Diagramm zusammen mit der Transformationskurve darstellen (Abb. 85). Die Geraden drücken aus, dass der jeweils vorgegebene Gewinn durch alle Mengenkombinationen auf der Geraden erzielt werden kann. Das Preisverhältnis der beiden Produkte (1. Term der rechten Seite) bezeichnet die Steigung der Geraden. Der 2. Term der rechten Seite bezeichnet den Schnittpunkt mit der Ordinate (y-Achse). Das Niveau der Geraden hängt von dem vorgegebenen Gewinn ab. Da das Produktionsvermögen des Waldes durch die Transformationskurve begrenzt wird, kann der maximale Gewinn dort erzielt werden, wo eine Gewinngerade die Transformationskurve berührt. In Abb. 85 ist dies im Punkt  $(Y^*_{25}, Y^*_{24})$ . In diesem Punkt haben die Gewinngerade und die Transformationskurve auch die gleiche Steigung. Die Grenzrate der Transformation, die durch die Wachstumsfunktion bestimmt wird, muss im Optimum dem Preisverhältnis der alternativen Produkte entsprechen.<sup>192</sup> An dieser Stelle entspricht der Grenzgewinn bei Mehrproduktion des einen Gutes genau dem negativen Grenzgewinn der Minderproduktion des anderen Gutes, womit die Opportunitätskosten gleich null sind.<sup>193</sup>

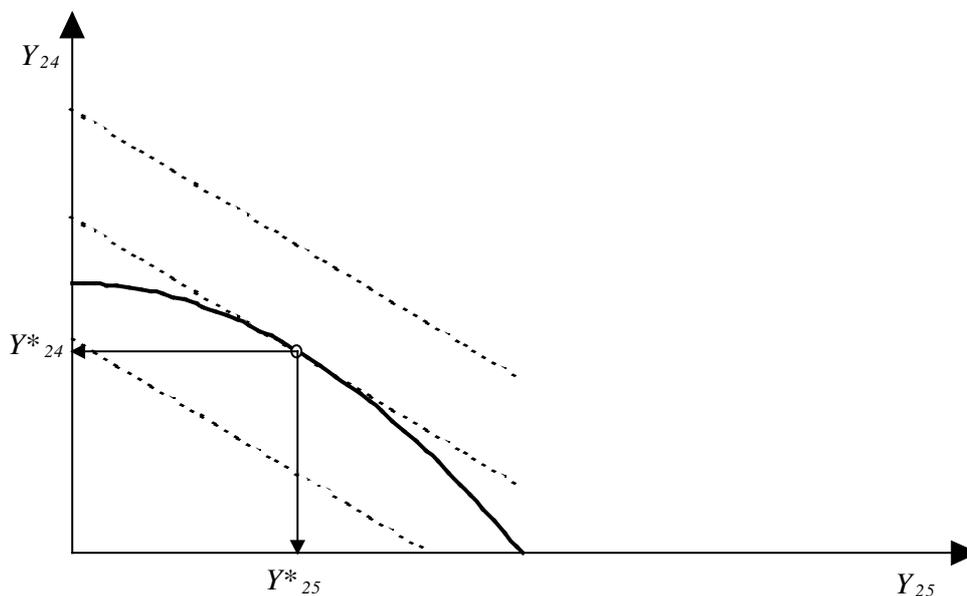


Abb. 85: Eine Transformationskurve für die Produkte 'Bäume mit 24 und 25 cm' (durchgezogene Linie) und drei Gewinngeraden (verändert nach SCHUMANN, 1980, S. 160).

<sup>191</sup> Erntekosten fallen hier nicht an, weil wir den Verkauf auf dem Stock unterstellen.

<sup>192</sup> vgl. auch VARIAN, 1991, S. 501.

<sup>193</sup> Eine analytische Lösung des Problems der Alternativproduktion findet sich bei FEES (1997, S. 197 ff), wobei er die Faktoreinsatzmengen als die Variablen betrachtet.

Wenn die Transformationskurve einen linearen oder konvexen Verlauf hat, wird der maximale Gewinn bei der Produktion nur eines Gutes, also nur bei Spezialisierung, erreicht. Für die Forstwirtschaft könnte z.B. ein bestimmter Zieldurchmesser der Bäume das Produktziel sein.

Betrachten wir jetzt auch andere Durchmesserstufen als alternative Produkte. Für andere Mehrproduktunternehmen wird das Optimierungsproblem äußerst komplex, weil jedes Produkt ein anderes ersetzen kann. Bei der Forstwirtschaft stellt sich das Problem einfacher dar, weil die Transformation immer nur in eine Richtung z.B. von Durchmesser 24 zu 25 und von 25 zu 26 cm erfolgen kann. Wir können die Alternativen deshalb in einer Reihenfolge betrachten. Die Transformationskurven für die einzelnen Alternativenpaare sind unterschiedlich. Sie werden durch die Wachstumsfunktion des Waldes bestimmt. Wenn die Transformationskurven nur in einer bestimmten Reihenfolge betrachtet werden müssen, kann ihre Veränderung auch als Funktion beschrieben werden. Wenn auch die Preise bzw. Nettoerlöse der Produkte nur in einer bestimmten Richtung verglichen werden, kann deren Veränderung auch als Funktion beschrieben werden. Damit stehen wir vor dem in dieser Arbeit gewählten Ansatz. Dieser Ansatz ist eine vereinfachte Lösung des Problems der Alternativproduktion in einem Mehrproduktunternehmen.

## **5.2 Das Modell im wissenschaftstheoretischen Kontext**

Das in dieser Arbeit entwickelte Optimierungsmodell ist den präskriptiven Theorien zuzurechnen. Mit Hilfe des Modells können Entscheidungsträgern Handlungsempfehlungen geboten werden. Mit den mathematischen Ableitungen bedient sich die Arbeit der Deduktion als Forschungsmethode.<sup>194</sup> Die Hypothesen zu funktionalen Zusammenhängen der verschiedenen Größen in dem Modell wurden mit induktiven Forschungsmethoden untersucht.

Grundsätzlich wäre das Modell auch deskriptiv verwendbar. Wenn wir annehmen, dass ein Entscheidungsverhalten entsprechend dem Modell rational ist und die Menschen über intuitive Fähigkeiten verfügen, sich auch ohne sorgfältige Kalkulationen rational zu verhalten, können wir das Entscheidungsverhalten beobachten und auf Übereinstimmung mit dem Modell überprüfen. Bei der Betrachtung der Rentabilität in den untersuchten Forstbetrieben wurde ein solcher Versuch bereits unternommen.

Nach der Zielsetzung ist diese Arbeit jedoch präskriptiv ausgerichtet. Im Folgenden soll das Modell deshalb hinsichtlich seiner praktischen Relevanz bewertet werden.

## **5.3 Kritik an den Prämissen des Modells**

### **5.3.1 Die Ernte des Wertzuwachses**

Die (annähernde) Übereinstimmung des erweiterten Fischerei-Modells mit dem Ansatz über das Grenzertragsprozent konnte hergestellt werden, indem angenommen wurde, dass mit der Ernte des Holzzuwachses exakt der Wertzuwachs des Waldes abgeschöpft wird. Die vorge-

---

<sup>194</sup> SEIFFERT, 1975, S. 102 ff.

stellten Ergebnisse für die Fichte sind auch nur unter dieser Prämisse gültig. Die Annahme, dass sowohl hinsichtlich der Masse als auch des Wertes der Zuwachs exakt entnommen werden kann, ist sehr restriktiv. Das erweiterte Fischerei-Modell bedarf zwar nicht dieser engen Prämisse. Dennoch ist sie für dieses Modell hilfreich, um die Funktionen für den Grenzwertzuwachs  $P_M - C_M$  und für die Veränderung des Nettostückerlöses mit wachsender Nutzungsmenge  $P_Y - C_Y$  beschreiben zu können. Wenn andere Wege gefunden werden können, um diese Funktionen zu spezifizieren, kann auf die genannte Einschränkung verzichtet werden.

### 5.3.2 Die betriebliche Zielsetzung

In dieser Arbeit wurde die Gewinnmaximierung als Zielsetzung für den Forstbetrieb unterstellt, ohne zu prüfen, ob diese Zielsetzung in der unternehmerischen Praxis verbreitet ist. In den meisten Unternehmen wird tatsächlich wohl die Sicherung des langfristigen Fortbestandes des Unternehmens die höchste Priorität besitzen.<sup>195</sup> Im Übrigen ist der Gewinn eine Größe, die sich allein aus Zahlungsvorgängen herleiten lässt. In der Ökonomie wird eher der allgemeinere Begriff „Nutzenmaximierung“ gewählt, wenn das rationale menschliche Verhalten erklärt werden soll.<sup>196</sup> Der Nutzen umfasst auch die nicht monetär bewerteten Vorteile.

Wenn wir dem Forstbetrieb die Zielsetzung „Nutzenmaximierung“ unterstellen, gehen wir damit stillschweigend von zwei Prämissen aus:<sup>197</sup>

1. Das Unternehmen handelt wie ein rationaler individueller Akteur.
2. Das Unternehmen hat eindeutige Ziele.

Beide Voraussetzungen mögen am ehesten erfüllt werden, wenn das Unternehmen vom Eigentümer geführt wird. Sobald die dispositiven Entscheidungen breiter gestreut sind, werden die Individuen mit ihren unterschiedlichen Präferenzordnungen auch um die Zielsetzung ringen. Womöglich ist die Existenzsicherung des Unternehmens dann der kleinste gemeinsame Nenner. Bei vollkommener Information (auch über die Präferenzen der Individuen) ließen sich die dispositiven Entscheidungen aller Akteure wohl auf eindeutige Ziele festlegen. Wird die Annahme vollständiger Information aufgegeben, lassen sich die Auswirkungen der unterschiedlichen Informationslage der Akteure auf die Unternehmensentscheidungen z.B. mit den Modellen der Principal-Agent-Theorie abbilden.<sup>198</sup>

Selbst wenn wir das Unternehmen nicht wie einen individuellen Akteur betrachten, sondern die Interessen der einzelnen Akteure, wird die Verhaltensannahme „Nutzenmaximierung“ verschiedentlich kritisiert. Das Entscheidungsverhalten der Akteure lasse sich aufgrund der unvollständigen Information nicht auf Nutzenmaximierung festlegen. Die frühesten Ansätze in der Betriebswirtschaftslehre, die Prämisse vollkommener Information aufzugeben, gehen auf SIMON (1957) zurück. Er entwickelte ausgehend von der begrenzten Kapazität des Menschen zur Informationsverarbeitung das Modell der begrenzten Rationalität im Entscheidungsverhalten:

---

<sup>195</sup> KIRSCH, 1990.

<sup>196</sup> z.B. FEES, 1997, S. 190.

<sup>197</sup> vgl. SCHREYÖGG, 1984, S. 152.

<sup>198</sup> vgl. ALBACH, 1999, S. 418.

„Administrative Theory is peculiarly the theory of intended and bounded rationality - of the behavior of human beings who *satisfice* because they have not the wits to *maximize*.“<sup>199</sup>

Entscheidungsträger bewältigen nach SIMON komplexe Entscheidungssituationen bei unvollkommener Information durch folgende Mechanismen:

- „(1) Im Unterschied zum maximierenden „homo oeconomicus“ sucht der Mensch in Wirklichkeit nur nach *befriedigenden* oder *brauchbaren* Lösungen - nach Handlungsalternativen, die gut genug sind. Die Kriterien, die bestimmen, wann eine Entscheidung als gut genug gelten kann, sind Ausfluß eines sich kontinuierlich anpassenden, zeitweise aber doch stabilen Anspruchsniveaus. Beispiele für solche Kriterien sind befriedigender Gewinn oder angemessener Marktanteil.
- (2) Im Unterschied zum „homo oeconomicus“ versucht der ‘reale’ Mensch nicht, die Entscheidungssituation in ihrer gesamten *Komplexität* abzubilden. Er behilft sich mit einer grob vereinfachten, viele Wirkungsbezüge bewußt ignorierenden Darstellung der Entscheidungssituation. Kurz gesagt, er schafft sich eine Welt gut bewältigbarer Entscheidungen.“<sup>200</sup>

Einen Widerspruch zur Verhaltensannahme der Nutzenmaximierung vermag der Verfasser daraus allerdings nicht zu erkennen. Wenn der Zeitaufwand für Informationssuche oder für die Problembehandlung als Opportunitätskosten ebenfalls im Entscheidungskalkül berücksichtigt wird, entspricht die „befriedigende“ Lösung eben dem Nutzenmaximum. Im übrigen ist Komplexitätsreduzierung Ziel jeder Modellbildung.

### 5.3.2.1 Budgetbeschränkungen

Bleiben wir aber bei der Bedeutung von unvollständiger Information. Entscheidungsträger werden mit der Situation konfrontiert, dass die Folgen ihrer Entscheidungen unsicher sind. Unsicherheit entsteht dadurch, dass Ereignisse nicht nur Ergebnis des Handelns der Entscheidungsträger, sondern auch von Umwelteinflüssen sind. Ein Modell, das die Prämisse vollkommener Information enthält, schließt Unsicherheit nicht unbedingt aus. Nicht alle Formen von Unsicherheit sind gleichermaßen auf einen Informationsmangel zurückzuführen. Wenn der Zufall über den Eintritt eines Ereignisses entscheidet, dann kann diese Form der Unsicherheit nicht durch zusätzliche Information reduziert werden.<sup>201</sup>

Wenn der Entscheidungsträger aber unvollständig informiert ist, muss er die Entscheidungen auf jeden Fall unter Unsicherheit treffen. Auch die Entscheidung über die optimalen Holznutzungsmengen müssen angesichts unvollständiger Information getroffen werden. Unvollständige Informationen bestehen z.B. hinsichtlich des aktuellen Holzvorrats, des Zuwachses oder der Holzpreisentwicklung. Können trotz Unsicherheit Annahmen zumindest über die Wahrscheinlichkeit des Eintritts bestimmter Zustände getroffen werden, so wird die Entscheidungssituation als Risikosituation bezeichnet. Für die Unterstützung von Entscheidungen unter Ri-

---

<sup>199</sup> SIMON, 1957, S. XXIV.

<sup>200</sup> in der Übertragung aus dem Englischen von SCHREYÖGG, 1984, S. 155. Im Original siehe SIMON, 1957, S. XXV.

<sup>201</sup> RIPPERGER, 1998, S. 15.

siko wurde in der Betriebswirtschaftslehre ein Methodenapparat entwickelt, der auch auf forstbetriebliche Entscheidungen angewendet wurde.<sup>202</sup> Kern dieser Methoden ist die Berechnung von Erwartungswerten. Auch wenn diese Methoden vorhanden sind, ist es im Hinblick auf das Bestreben nach Reduzierung der Komplexität fraglich, inwieweit sie in den Unternehmen eingesetzt werden. Mit Bezug auf die Arbeiten von CYERT und MARCH (1963) schreibt SCHREYÖGG (1984, S. 164):

„Organisationen neigen mehr dazu, Unsicherheit zu vermeiden, als sich damit durch Bildung von Erwartungswerten auseinanderzusetzen. Sie reagieren unmittelbar auf operationales Feedback, indem sie fortlaufend die aktuell drückenden Probleme lösen und lassen langfristig-strategische Entscheidungen weitgehend unbeachtet. Ferner wird versucht, die interne und externe Umweltunsicherheit durch (Quasi-)Verhandlungsprozesse zu reduzieren. So ist das *Budget* gewöhnlich ein solches Verhandlungsergebnis, das die interne Umwelt für den Budgetierungszeitraum stabilisiert.“

BERGEN et al. (1988, S.12) vermuten, dass die deutschen Forstbetriebe ihr Angebotsverhalten bei Nadelstammholz nach Liquiditätsgesichtspunkten ausrichten. Hier mögen Budgets zwischen den Eigentümern und den Betriebsleitern explizit oder stillschweigend ausgehandelt worden sein. Betrachten wir etwa den Fall eines Forstbetriebs, dessen aktueller Holzvorrat deutlich niedriger als der optimale Vorrat ist. Wenn der Kalkulationszinssatz entsprechend dem Opportunitätskonzept gewählt wurde, darf im Hinblick auf das Ziel der Gewinnmaximierung keine Holznutzung erfolgen bis der optimale Holzvorrat nahezu aufgebaut ist. Etwaige Liquiditätsengpässe wären besser über eine Kreditaufnahme zu überbrücken. Wenn in der Praxis dennoch eine stetige Auszahlung verlangt wird, so mag dies seine Begründung im Informationsgefälle zwischen den Akteuren oder in der Unsicherheit der Kalkulation finden. Ein längeres Aussetzen mit der Holzernte würde einen Geschäftsführer zumindest vorübergehend überflüssig machen, weshalb kontinuierliche Holzeinschläge auf jeden Fall in seinem Interesse sein werden.

Das im Holzvorrat gebundene Vermögen wird in der Forstwirtschaft in Deutschland bislang nicht periodisch bewertet (MÜLLER, 2000, S. 1). Der Erfolg der forstwirtschaftlichen Aktivitäten wird deshalb nicht transparent. Verfolgt der Eigentümer das Ziel der Gewinnmaximierung, kann er als Prinzipal das Ergebnis der Handlungen des Agenten (Geschäftsführers) gar nicht messen. Er kann die Leistungen des Geschäftsführers allenfalls nach den finanziellen Überschüssen beurteilen. Entsprechend wird der Geschäftsführer versuchen, finanzielle Überschüsse zu erwirtschaften, damit er die Geschäftsführung nicht verliert.

Auch wenn das im Holzvorrat gebundene Vermögen künftig bewertet werden sollte, bleibt die Kalkulation mit Unsicherheiten behaftet. Es ist denkbar, dass der Eigentümer deshalb trotzdem eine stetige Auszahlung verlangen wird. Letztendlich erfolgt damit allerdings ein Risikoaufschlag auf den Kalkulationszinsfuß, wenn auch die Entscheidungsträger sich dessen womöglich nicht bewusst sind. Die Forderung nach einem bestimmten finanziellen Überschuss kann durch Abwandlung des in dieser Arbeit vorgestellten Ansatzes zu einem Budgetmodell abgebildet werden (vgl. dazu FEICHTINGER und HARTL, 1986, S. 122 ff). Mit den Methoden der Kontrolltheorie können also auch andere unternehmerische Zielsetzungen als die Gewinnmaximierung abgebildet werden, solange diese in monetären Einheiten messbar sind.

---

<sup>202</sup> z.B. DIETER, 1997 u. BRÄUNIG u. DIETER, 1999.

### 5.3.2.2 Schutz- und Erholungsleistungen

Schwieriger gestaltet sich die Berücksichtigung von Zielen, die sich auf nicht marktgängige Güter beziehen. So sind die Schutzleistungen des Waldes entweder naturbedingt öffentliche Güter oder sie werden in Deutschland wie die Erholungsleistungen des Waldes auf ordnungsrechtlichem Weg der Koordination durch den Markt weitgehend entzogen. Insbesondere beim öffentlichen Wald umfassen die Zielsetzungen auch ausdrücklich diese nicht über den Markt vermittelten Leistungen, wobei „der Wald (...) nach dem höchstmöglichen Nutzen für das allgemeine Wohl zu bewirtschaften“ ist, so SCHREYER (1997, S. 120) z.B. für den Staatswald in Bayern. Es ist denkbar, dass der Nutzen des Waldes aus dem Konsum öffentlicher Güter mit dem Holzvorrat wächst. So wächst z.B. die Vielfalt der Vogelarten mit dem Alter der Waldbestände (WEIGER 1997, S. 99). Manche seltene Vogelarten sind ganz auf Altbestände angewiesen (vgl. ZAHNER 1999, S. 387). Es könnte vermutet werden, dass das Durchschnittsalter der Wälder mit dem Holzvorrat zunimmt. Aus Abb. 76 war aber zu erkennen, dass trotz sehr unterschiedlicher Vorratshöhen das Durchschnittsalter in fast allen untersuchten Forstbetrieben nahezu identisch ist. Die Hypothese, dass die Naturschutzleistungen der Wälder mit dem Holzvorrat zunehmen, kann hier empirisch nicht gestützt werden.

Denkbar wäre auch, dass die Bedeutung von Wäldern für die Erholung mit steigendem Holzvorrat zunimmt. Aus Befragungen Anfang der 70er Jahre ist bekannt, dass die Erholungssuchenden seinerzeit unter anderem einen „gewaltigen Wald“ bevorzugten (AMMER, 1978, S. 73). Einen solchen Eindruck können wohl nur Wälder mit einem größeren Holzvorrat bieten. Nehmen wir an, der Nutzen des Waldes für die Erholung steigt tatsächlich mit zunehmendem Holzvorrat. Wenn wir dies in unserem Entscheidungskalkül berücksichtigen wollen, müssen wir den Nutzen für die Walderholung zunächst monetär quantifizieren.

„Eine Bewertung aus der Sicht der die Leistungen produzierenden Forstbetriebe reicht dafür nicht aus, da es sich dabei um eine Bewertung des Ressourcenverzehr und nicht um eine nutzerorientierte Bewertung handelt.“<sup>203</sup>

Die Kosten der Bereitstellung von Erholungsleistungen dürfen also nicht der Maßstab für die Bewertung des Nutzens sein. Es bestehen eine Reihe indirekter nutzenorientierter Bewertungsverfahren. GUTOW und SCHRÖDER (2000, S. 358) geben einen Überblick über die in Deutschland in den vergangenen Jahren durchgeführten Studien zur monetären Bewertung öffentlicher Güter des Waldes und der dabei angewendeten Methoden. Die Studien zum Erholungswert des Waldes liefern selbstverständlich keine Aussagen über eine Beziehung des Erholungsnutzens zur Waldstruktur, da dies nicht Gegenstand dieser Untersuchungen war (z.B. ELSASSER, 1996, S. 7). Nehmen wir an, künftige Studien könnten den Erholungsnutzen  $EN$  des Waldes in Abhängigkeit vom Holzvorrat  $M$  in Geldeinheiten quantifizieren. Der Erholungsnutzen  $EN(M)$  könnte in die zu maximierende Zielfunktion neben den Holzerlösen eingestellt werden. Als Bedingung für die optimale Vorratshöhe ergibt sich:

$$(P - C) \cdot f_M + (P_M - C_M) \cdot f(M) + EN_M = (P - C) \cdot r \quad (96)$$

Der Grenzkapitalertrag (linke Seite von Gleichung 96) wird um den Grenzerholungsnutzen  $EN_M$  ergänzt. Die Grenzkapitalkosten ändern sich nicht. Für den Vermögenswert des Waldes, der über den Abtriebserlös hinausgeht, gibt es keine alternative Verwendung, da die Erho-

<sup>203</sup> BERGEN et al., 1995, S. 2.

lungsleistungen eben nicht marktgängig sind. Weil es keine alternative Verwendung gibt, bestehen auch keine Opportunitätskosten, die im Kalkül berücksichtigt werden müssten.

Vergleichen wir die optimale Vorratshöhe ohne und mit Berücksichtigung des Erholungsnutzens. Da wir einen positiven Grenzerholungsnutzen angenommen haben, müssen die beiden anderen Terme der linken Seite von Gleichung (98) im Wert abnehmen, um das Gleichgewicht mit der rechten Seite wieder herzustellen. Für die anhand empirischer Daten spezifizierten Funktionen bezüglich der Fichtenwälder können wir feststellen, dass der optimale Holzvorrat mit Berücksichtigung des Erholungsnutzens bei Zinsforderungen, die nicht höher als der Kapitalmarktzins sind, größer sein muss als ohne.

Wir können festhalten, dass Zielsetzungen, die sich auf nicht marktgängige Güter beziehen, im Modell ebenfalls berücksichtigt werden können. Die Voraussetzung dafür ist, dass ein Zusammenhang zwischen der Leistung öffentlicher Güter und dem Produktionsapparat besteht und monetär quantifiziert werden kann.

### **5.3.3 Kritik an der Methodik**

Auf eine detaillierte Kritik der Methoden, mit denen die vermuteten funktionalen Zusammenhänge untersucht wurden, soll an dieser Stelle verzichtet werden, da diese bei ihrer Beschreibung bereits kritisch hinterfragt wurden. Die naturalen Zusammenhänge lassen sich sicher auch methodisch anders und vielleicht noch genauer beschreiben. Dies ist jedoch das Forschungsgebiet der Waldwachstumskunde und sollte nicht im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen. Methodische Schwierigkeiten stehen einem praktischen Einsatz des Modells sicher nicht entgegen.

### **5.3.4 Kritische Würdigung der Ergebnisse**

In Kapitel 4.3 wurde vorgestellt, welche Nutzungspfade gewählt werden müssen, wenn der Holzvorrat im Startzeitpunkt nicht im Optimum ist. Bei sehr niedrigen Zinssätzen führen die berechneten Nutzungspfade stets zur optimalen Vorratshöhe hin. In den anderen Fällen führen die errechneten Nutzungspfade stets von der optimalen Vorratshöhe fort. Würden wir den berechneten Nutzungspfaden in umgekehrter Richtung folgen, also die Zeit rückwärts laufen lassen, kämen wir auch hier zur optimalen Vorratshöhe. Diese Lösung erhalten wir aber nicht aus einer mathematischen Ableitung, weshalb sie nur als Vermutung betrachtet werden kann.

Das unbefriedigende Ergebnis unserer Lösung im nichtlinearen Fall ist möglicherweise darauf zurückzuführen, dass bei der Lösung die Randbedingungen außer Acht gelassen wurden. Hier bleibt Raum für weitere Forschungsarbeiten offen. Für eine praktische Anwendung des Modells ist die Information, über welche Nutzungspfade eine optimale Vorratshöhe zu erreichen ist, von nachrangiger Bedeutung. Bei der ganzen Unsicherheit der Kalkulation und allen sonstigen zu beachtenden Restriktionen, denen die Forstwirtschaft unterliegt, kann selbst die optimale Vorratshöhe nur eine Orientierungsgröße für die Entscheidungsträger sein.

#### **5.4 Abschließende Beurteilung des erweiterten Fischerei-Modells**

Das erweiterte Fischerei-Modell kann nur auf Wälder angewendet werden, in denen aufgrund ihrer besonderen Struktur, z.B. Plenterwälder, oder ihrer Größe laufend Holz geerntet werden kann. Auf Einzelbäume oder gleichaltrig aufgebaute Waldbestände ist es deshalb nicht anwendbar. Für Entscheidungen über den optimalen Nutzungszeitpunkt von Einzelbäumen oder gleichaltrigen Wäldern bietet das Faustmann-Modell ein geeignetes Entscheidungskalkül, das nicht durch das Fischerei-Modell ersetzt werden kann. Bei der Anwendung des Faustmann-Modells sollte immer beachtet werden, dass Wechselwirkungen mit Nachbarbäumen oder benachbarten Waldbeständen möglicherweise nicht abgebildet werden.

Bei gleichaltrig strukturierten Wäldern kann das erweiterte Fischerei-Modell auf Betriebsebene die optimalen Nutzungsmengen und Vorratshöhen aufzeigen. Dies wurde am Beispiel von staatlichen Forstbetrieben demonstriert. Auch andere Leistungen der Wälder als die Holzproduktion können dabei berücksichtigt werden, soweit sie mit dem Holzvorrat in Zusammenhang stehen. Damit bietet das Modell insbesondere der langfristigen Forstbetriebsplanung eine geeignete Weisergröße für den Hiebsatz, die ohne den Umweg über die Bestimmung einer Umtriebszeit ermittelt werden kann.

**Literatur:**

- ABETZ, K.: **Gedanken zu Theorie und Praxis der forstlichen Rentabilitätslehre.** Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung 1929. S. 287-298.
- ALBACH, H.: **Eine allgemeine Theorie der Unternehmung.** Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1999, Heft 4 S. 411- 427.
- ALEKSEEV, V. M.; TIKHOMIROV, V. M.; FOMIN, S. V.: **Optimal control.** New York: Cosultants Bureau 1987.
- AMIDON, E. L.; AKIN, G. S.: **Dynamic Programming to Determine Optimum Levels of Growing Stock.** Forest Science 1968, 14: 287-291.
- AMMER, U.: **Landschaftspflege und Holzerzeugung.** Forstwissenschaftliches Centralblatt 1978, 97: 67-79.
- ANDERSON, F. J.: **Control Theory and the Optimum Timber Rotation.** Forest Science 1976, 22: 242-246.
- ASSMANN, E.; FRANZ, F.: **Vorläufige Fichten-Ertragstafel für Bayern 1963.** In: BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR ERNÄHRUNG, LANDWIRTSCHAFT UND FORSTEN (Hrsg.): **Hilfstafeln für die Forsteinrichtung .** Zusammengestellt für den Gebrauch in der Bayerischen Staatsforstverwaltung. 1990.
- BARTMANN, H.: **Umweltökonomie - ökologische Ökonomie.** Stuttgart u.a.: Kohlhammer Verlag 1996.
- BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR ERNÄHRUNG, LANDWIRTSCHAFT UND FORSTEN: Bayerische Staatsforstverwaltung. **Jahresberichte.** München: 1951 - 1999.
- BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR ERNÄHRUNG, LANDWIRTSCHAFT UND FORSTEN: **Richtlinie für die mittel- und langfristige Forstbetriebsplanung in der Bayerischen Staatsforstverwaltung** 1982.
- BERGEN, V.: **Nadelstammholz-Angebot und Waldschäden in der Bundesrepublik Deutschland.** Der Forst- und Holzwirt 14/ 1987: S. 384 - 386.
- BERGEN, V.; MOOG, M.; KIRSCHNER, C.-M.; SCHMID, F.: **Analyse des Nadelstammholzmarktes in der Bundesrepublik Deutschland und dessen Beeinflussung durch die Waldschäden.** Schriften aus der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen und der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt Bd. 92. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländers' s Verlag 1988.
- BERGEN, V.; LÖWENSTEIN, W.; PFISTER, G.: **Studien zur monetären Bewertung von externen Effekten der Forst- und Holzwirtschaft.** 2., erweiterte Auflage. Frankfurt am Main: J.D. Sauerländer' s Verlag 1995.
- BOOM, VAN DER, A. H.; GRIFT, VAN DER, F.: **Periodischer Zins und kontinuierlicher Zins, periodische Analyse und kontinuierliche Analyse.** Zeitschrift für Betriebswirtschaft Nr. 7, 1999. S. 729-743.
- BORCHERS, J.: **Privatisierung staatlicher Forstbetriebe.** Eine ökonomische Analyse zur Deregulierung im Bereich der Forstwirtschaft. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer' s Verlag 1996.
- BORCHERT, H.: **Untersuchung zu Unterschieden der Wertschöpfung bei der Holzernte durch Unternehmer und Selbstwerber** im Bayerischen Staatswald und über die Effizienz des Fak-

- toreinsatzes bei der Holzernte in Nadelschwachholzbeständen. Projektbericht von 1998. (unveröffentlicht).
- BORCHERT, H.: **Krankheiten und Unfälle erhöhen Lohnnebenkosten.** München: FORSTINFO Nr. 17, 1999.
- BORGMANN, W.: **Tagesfragen auf dem Gebiet der forstlichen Betriebslehre.** Forstwissenschaftliches Centralblatt 1927. S. 889-913.
- BORGGREVE, B.: **Die Forstreinertragslehre** insbesondere die sogenannte forstliche Statik Prof. Dr. Gustav Heyer's nach ihrer wissenschaftlichen Nichtigkeit und wirtschaftlichen Gefährlichkeit. Studien über die Grundbedingungen und Endziele der Forstwirtschaft. Bonn: Emil Strauss Verlag 1878.
- BORTZ, J.: **Statistik für Sozialwissenschaftler.** 5. Aufl. Berlin u.a.: Springer 1999.
- BOSCH, K.: **Mathematik-Taschenbuch.** 5. Auflage. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1998.
- BRABÄNDER, H. D.; BITTER, A. W. JOHANN, M.: **Zur Verwendung des Kostenbegriffs in der Praxis des forstlichen Rechnungswesens.** Forstarchiv 64/1993: S. 219 - 225.
- BRÄUNIG, R.; DIETER, M.: **Waldumbau, Kalamitätsrisiken und finanzielle Erfolgskennzahlen.** Schriften zur Forstökonomie Band 18. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer's Verlag 1999.
- BRANSON, W. H.: **Makroökonomie.** Theorie und Politik. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1989.
- BRODIE, J. D.; ADAMS, D. M.; KAO, CH.: **Analysis of Economic Impacts on Thinning and Rotation for Douglas-fir, Using Dynamic Programming.** Forest Science 1978, 74:513-523.
- BRODIE, J. D.; KAO, CH.: **Optimizing Thinning in Douglas-fir with Three-Descriptor Dynamic Programming to Account for Accelerated Diameter Growth.** Forest Science 1979, 25: 665-672.
- BURSCHEL, P.; HUSS, J.: **Grundriß des Waldbaus.** Ein Leitfaden für Studium und Praxis. 2. Aufl. Berlin: Parey Verlag 1997.
- CHANG, S. J.: **Determination of the optimal rotation age.** A theoretical analysis. Forest Ecology and Management, 8 - 1984, S. 137-147.
- CHAPPELLE, D. E.; NELSON, TH. C.: **Estimation of Optimal Stocking Levles and Rotation Ages of Loblolly Pine.** Forest Science, 10/4 1964, S. 471-502.
- CLARK, C. W.: **Mathematical Bioeconomics.** The optimal management of renewable resources. 2. Ed. New York (u.a.): John Wiley & Sons 1990.
- CLARK, C. W.; MUNRO, G. R.: **The economics of fishing and modern capital theory: A simplified approach.** Journal of Environmental Economics and Management Nr. 2 1975: 92-106, und in: Mirman, L. J.; Spulber, D. F. (Ed.): **Essays in the Economics of Renewable Resources.** Amsterdam: Noth-Holland Publishing 1982, S. 31-54.
- CROPPER, M. L.; LEE, D. R.; PANNU, S. S.: **The Optimal Extinction of a Renewable Natural Resource.** Journal of Environmental Economics and Management 6, 1979, S. 341-349.
- CYERT, R. M.; MARCH, J. G.: **A behavioral theory of the firm.** Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall 1963.
- DASGUPTA, P., HEAL, G.; MAJUMDAR, M.: **Resource Depletion and Research and Development.** In: INTRILIGATOR, M. (Hrsg.), *Frontiers of Quantitative Economics*, 1976, S. 483-505. Ab-

- druck in: HEAL, G. (Hrsg.): **The Economics of Exhaustible Resources**. Aldershot: Elgar 1993, S. 90-112.
- DASGUPTA, P.: **The Control of Resources**. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press 1982.
- DEUTSCHER BUNDESTAG: **Materialband zum Agrarbericht 1999 der Bundesregierung**. Drucksache 14/348.
- DIETER, M.: **Berücksichtigung von Risiko bei forstbetrieblichen Entscheidungen**. Schriften zur Forstökonomie Band 16. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer's Verlag 1997.
- DIXIT, A. K.: **Optimization in Economic Theory**. Oxford: Oxford University Press 1990.
- DUERR, W. A.; BOND, W. E.: **Optimum stocking of a selection forest**. Journal of Forestry 50/1952: S. 12-16.
- DUERR, W. A.: **Fundamentals of Forestry Economics**. New York, Toronto, London: McGraw-Hill Book Company 1960.
- DUERR, W. A.: **Introduction to Forest Resource Economics**. New York u.a.: McGraw-Hill, Inc. 1993.
- EDWARDS, E. F.; MEGREY, B. A.(Ed.): **Mathematical Analysis of Fish Stock Dynamics**. American Fisheries Society Symposium 6. Bethesda, Maryland: American Fisheries Society 1989.
- EICHHORN, W.; HENN, R.; NEUMANN, K.; SHEPHARD, R. W. (Hrsg.): **Economic Theory of Natural Resources**. Würzburg, Wien: Physica Verlag 1982.
- ENDRES, M.: **Waldwertrechnung und Forststatik**. Berlin: Julius Springer Verlag 1911.
- ENDRES, A.; QUERNER, I.: **Die Ökonomie natürlicher Ressourcen**. Eine Einführung. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1993.
- FAUSTMANN, M.: **Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Waldbestände für die Waldwirtschaft besitzen**. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung, 12/1849: 441-455.
- FEESS, E.: **Mikroökonomie**. Marburg: Metropolis Verlag 1997.
- FEICHTINGER, G.; HARTL, R. F.: **Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse**. Berlin, New York: Walter de Gruyter 1986.
- FELLER, S.; WEIXLER, H.; PAUSCH, R.: **Holzernte in Fichten-Altbeständen mit einem Raupen-Harvester**. AFZ/Der Wald Nr. 9, 1997, S. 478-481.
- FINKENSTEIN, B. GRAF: **Die Besteuerung privater Forstbetriebe**. Der Einfluß der Besteuerung auf betriebliche Entscheidungen. Schriften zur Forstökonomie Band 14. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer's Verlag 1997.
- FOERSTER, W.; BÖSWALD, K.; KENNEL, E.: **Vergleich der Inventurergebnisse von 1971 und 1987**. Allgemeine Forstzeitschrift Nr. 23, 1993, S. 1178-1180.
- FORBIG, A. TH.: **Konzeption und Anwendung eines Informationssystems über Forstmaschinen auf der Grundlage von Maschinenbuchführung, Leistungsnachweisen und technischen Daten**. Dissertation an der Forstwissenschaftlichen Fakultät der Technischen Universität München 1999.

- GEHRELS, F.: **Die optimale Nutzung erschöpfbarer, möglicherweise aber erneuerbarer Ressourcen.** In: Möller, H.; Osterkamp, R.; SCHneider, W. (Hrsg.): **Umweltökonomik.** Beiträge zur Theorie und Politik. Königstein/Taunus: Verlag Anton Hain Meisenheim 1982, S. 192-209.
- GELLERT, W.; KÜSTNER, H.; HELLWICH, M. KÄSTNER, H. (Hrsg.): **Kleine Enzyklopädie Mathematik.** Frankfurt am Main, Zürich: Verlag Harri Deutsch 1972.
- GORDON, H. S.: **The Economic Theory of a Common-Property Resource: The Fishery.** Journal of Political Economy. Vol. 62, 1954: 124-142.
- GOTTWALD, D.: **Die dynamische Theorie der Allokation erschöpfbarer Ressourcen.** Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1981.
- GUTENBERG, E.: **Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre.** Band 1: **Die Produktion.** 3. Aufl. Berlin u.a.: Springer Verlag 1957.
- GUTOW, S.; SCHRÖDER, H.: **Die Volkswirtschaft im Volkswirtschaftlichen Rechnungswesen.** Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer's Verlag 2000.
- HARDES, H. D.; MERTES, J.: **Grundzüge der Volkswirtschaftslehre.** München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1991.
- HARDIN, G.: **The tragedy of the commons.** Science 1968. S. 1243-1248.
- HEAL, G.: **Depletion and Discounting.** A classical issue in the economics of exhaustible resources. In: McKelvey, R. W. (Ed.): **Environmental and Natural Resource Mathematics.** Proceedings of symposia in applied mathematics. Volume 32. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society 1984.
- HEAPS, T.: **The Forestry Maximum Principle.** Journal of economic dynamics & control. Amsterdam: North-Holland Publ. 1984. S. 131-151.
- HENDERSON, J. M.; QUANDT, R. E.: **Mikroökonomische Theorie.** 5. Auflage. München: Verlag Franz Vahlen 1983.
- HENNING, N.: **Zur optimalen Ausbeute einer natürlichen erneuerbaren Ressource.** Eine kontrolltheoretische Analyse. Diss. Universität Essen 1982.
- HEYER, G.: **Die Methoden der forstlichen Rentabilitätsrechnung.** Leipzig: B. G. Teubner Verlag 1871.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J.: **Operation Research.** Einführung. 4. Auflage. München, Wien: Oldenbourg 1988.
- HOTELLING, H.: **The Economics of Exhaustible Resources.** The Journal of Political Economy. Vol. 39, No. 2, 1931. S. 137-175.
- HOWE, CH. W.: **Natural Resource Economics.** Issues, Analysis and Policy. New York (u.a.): John Wiley & Sons 1979.
- IOFFE, A. D.; TICHOMIROV, V. M.: **Theorie der Extremalaufgaben.** Berlin: VEB Verlag 1979.
- KAO, CH.: **Optimal Stocking Levels and Rotation under Risk.** Forest Science, 1982, 28: 711-719.
- KEYNES, J. M.: **Allgemeine Theorie der Beschäftigung, des Zinses und des Geldes.** München: Duncker & Humblot 1936.
- KILKKI, P.; VÄISÄNEN, U.: **Determination of the Optimum Cutting Policy for the Forest Stand by Means of Dynamic Programming.** Acta Forestalia Fennica 1969, 102: 5-22.

- KIRSCH, W.: **Unternehmenspolitik und strategische Unternehmensführung**. München: Barbara Kirsch Verlag 1990.
- KLEMPERER, W. D.: **Forest Resource Economics and Finance**. New York u.a.: McGraw-Hill 1996.
- KNEESE, A. V.: **Natural Resource Economics**. Selected Papers of Allen V. Kneese. Brookfield (US): Edward Elgar Publishing 1995.
- KNOKE, TH.: **Analyse und Optimierung der Holzproduktion in einem Plenterwald**. Zur Forstbetriebsplanung in ungleichaltrigen Wäldern. Forstliche Forschungsberichte München Bd. 170/1998.
- KÖNIG, G.: **Die Forst-Mathematik** mit Anweisung zur Forstvermessung, Holzschätzung und Waldwertberechnung nebst Hülftafeln für Forstschätzer. Gotha: Kommission der Beckerschen Buchhandlung 1835.
- KOSMOL, P.: **Optimierung und Approximation**. Berlin, New York: Walter de Gruyter 1991.
- KRAMER, H.: **Waldwachstumslehre**. Hamburg, Berlin: Verlag Paul Parey 1988.
- KROTH, W.: **Der forstliche Produktionszeitraum**. In: **Möglichkeiten einer optimalen Betriebsgestaltung in der Forstwirtschaft**. München, Basel, Wien: Bayer. Landwirtschaftsverlag 1968. S. 173-184.
- KULA, E.: **The Economics of Forestry**. Modern Theory and Practice. Portland (Oregon): Timber Press 1988.
- LÖFGREN, K.-J.: **Knut Wicksell on the optimal rotation problem in forestry**. Journal of Forestry Economics 1:2, 1995. S. 153-163.
- MANKIW, G. N.: **Principles of Economics**. Orlando u.a.: The Dryden Press 1997.
- MARTIN, H.: **Die Folgerungen der Bodenreinertragstheorie für die Erziehung und die Umtriebszeit der wichtigsten deutschen Holzarten**. Leipzig: B. G. Teubner Verlag 1894.
- MCKELVEY, R. W. in MCKELVEY, R. W. (Ed.): **Environmental and Natural Resource Mathematics**. Proceedings of symposia in applied mathematics. Volume 32. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society 1984.
- MICHELS, L.: **Zum Angebotsverhalten privater Forstbetriebe**. Forst und Holz, Jahrgang 46/ 1991: S. 473 - 476.
- MICHELS, L.; STEINMEYER, U. P. M.: **Zum Angebotsverhalten der Niedersächsischen Landesforstverwaltung auf dem Nadelstammholzmarkt von 1976 bis 1989**. Forst und Holz Jahrgang 47 / 1992: S. 748 - 751.
- MINISTERIUM LÄNDLICHER RAUM BADEN-WÜRTTEMBERG: **Jahresberichte der Landesforstverwaltung**. Stuttgart: 1988 - 1999.
- MÖHRING, B.: **Über ökonomische Kalküle für forstliche Nutzungsentscheidungen**. Frankfurt/ M: J. D. Sauerländer's Verlag 1994.
- MOOG, M.: **Untersuchungen zum Angebotsverhalten der Landesforstverwaltung Baden-Württemberg**. Der Forst- und Holzwirt 14/ 1987: S. 387 - 388.
- MOOG, M.: **Untersuchungen zum Angebotsverhalten der Landesforstverwaltung Baden-Württemberg auf dem Kiefernstammholzmarkt**. Forstarchiv 59. Jahrgang 1988: S. 24 - 28.

- MOOG, M.: **Wie stark wird das Buchenindustrieholzangebot durch Buchenstammholzmengen und Industrieholzpreise beeinflusst?** Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, 162. Jahrgang 5 u. 6/ 1991: S. 107 - 111.
- MOOG, M.: **Überlegungen zu Produktionsfunktion und Kostenfunktion von Forstbetrieben.** Ein Beitrag zur Intensitäts-Diskussion. Forstarchiv. 62. Jahrgang 1991, S. 200-204 u. 247-251.
- MOOG, M.; SCHWARZBAUER, P.: **Das Angebotsverhalten der Österreichischen Forstwirtschaft.** Ökonometrische Schätzungen von Angebotsfunktionen. Schriftenreihe des Instituts für forstliche Betriebswirtschaft und Forstwirtschaftspolitik Bd. 14. Wien: Eigenverlag des Instituts 1992.
- MOOG, M.; BORCHERT, H.: **Increasing Rotation Periods during a Time of Decreasing Profitability of Forestry - a Paradox?** Journal of Forest Policy and Economics, in Vorbereitung.
- MÜLLER, D. M.: **Bilanzierung des Waldvermögens im betrieblichen Rechnungswesen.** Schriften zur Forstökonomie Band 21. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer' s Verlag 2000.
- NÄSLUND, B.: **Optimal Rotation and Thinning.** Forest Science 1969. S. 446-451.
- NEHER, PH. A.: **Natural resource economics.** Conservation and exploitation. Cambridge: Cambridge University Press 1990.
- ODERWALD, G.; DUERR, W. A.: **König-Faustmannism: A Critique.** Forest Science 1990 36 (1): S. 169-174.
- ÖSTERREICHISCHES STATISTISCHES ZENTRALAMT: **Agrarpreisstatistik Jahresdurchschnitt 1998.** Erzeugerpreise in Schilling, Produktgruppe: Holz. Wien, 1999.
- OHRNER, G.: **Wie wirtschaftlich arbeiten Harvester?** Forst und Holz Nr. 23, S. 727 - 732, 1999.
- PELZ, D. R.: **Determination of optimal growing stock levels by inventory theory.** Forest Science 23, 1977: 183-189.
- PELZION, P.: **Theorie der erschöpfbaren Ressourcen.** Die Anwendung kontrolltheoretischer Methoden auf das Extraktionsproblem unter besonderer Berücksichtigung dauerhafter und rezyklisierungsfähiger Ressourcen. Schriftenreihe: Forschungsergebnisse der Wirtschaftsuniversität Wien. Wien: Service Fachverlag 1993.
- PFEIL, W.: **Behandlung, Benutzung und Schätzung der Forsten.** Ein Handbuch für Forstbesitzer und Forstbeamte. Teil 5: Forsttaxation. Berlin: J. W. Boike Verlag 1833.
- PLOURDE, C. G.: **A simple model of replenishable natural resource exploitation.** The American Economic Review 1970: 518-522.
- PRATO, T.: **Natural resource and Environmental economics.** Ames: Iowa State University Press 1998.
- PRESSLER, M. R.: **Der Rationelle Waldwirth und sein Waldbau des höchsten Ertrags.** Band II: **Die forstliche Finanzrechnung** mit Anwendungen auf Wald-Werthschätzung und -Wirtschaftsbetrieb als Hauptgrundlage einer jeden staats-, volks- und finanzwirtschaftlich rationalen Holzproduktion möglichst populär und praktisch dargestellt. Dresden: Woldemar Türk Verlag 1859.
- PRESSLER, M. R.: **Zur Verständigung über den Reinertragswaldbau und dessen Betriebsideal.** Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung 1860. 1. Artikel S. 6-55 und 2. Artikel. S. 173-191.

- PRETZSCH, H.: **Waldwachstum im Wandel**. Forstwissenschaftliches Centralblatt 118, S. 228-250, 1999.
- RANDALL, A.: **Resource Economics**. An economic approach to natural resource and environmental policy. New York u.a.: John Wiley & Son 1987.
- REES, J.: **Natural Resources**. Allocation, Economics and Policy. 2. ed. London, New York: Routledge 1990.
- REIMEIER, S.: **Modelle zur Korrektur von Ertragstafelzuwächsen aus Daten der permanenten Stichprobeninventur**. AFZ/ Der Wald 20, S. 1069-1071, 1999.
- REIMEIER, S.: **Modelle zur Korrektur von Ertragstafelzuwächsen aus Daten der permanenten Stichprobeninventur**. Vortrag auf dem 4. Statusseminar des Kuratoriums für... am 20.05.1999 in Freising.
- RIPPERGER, T.: **Ökonomik des Vertrauens**. Analyse eines Organisationsprinzips. Tübingen: Mohr Siebeck Verlag 1998.
- RITTERS, K.; BRODIE, J. D.; HANN, D.W.: **Dynamic Programming for Optimizing of Timber Production and Grazing in Ponderosa Pine**. Forest Science 1982, 28:517-526.
- SACHS, L.: **Angewandte Statistik**. 7. Auflage. Berlin u.a.: Springer Verlag 1991.
- SAMUELSON, P. A.: **Economics of Forestry in an Evolving Society**. Economic Inquiry Vol. XIV/ 1976. S. 466 - 492.
- SAMUELSON, P.A.; NORDHAUS, W.D.: **Volkswirtschaftslehre**. Grundlagen der Makro- und Mikroökonomie. Bd. 2. 8.Auflage. Köln: Bund-Verlag 1987.
- SCHAEFFER, M. B.: **Some considerations of population dynamics and economics in relation to the management of marine fisheries**. Journal Fisheries Research Board of Canada 14, 1957: 669-681.
- SCHNEEWEISS, CH.: **Dynamisches Programmieren**. Würzburg, Wien: Physica Verlag 1974.
- SCHÖPFER, W.; STÖHR, D.: **Variable Bestandessortentafeln für Fichten-Schwachholztriebe**. Mitteilungen der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg, Heft 162, 1991.
- SCHÖPFER, W.; AVEMARK, W.; STÖHR, D.: **Sorten-, Erlös- und Kostenkalkulation in der Holzrente - eine PC-gestützte Entscheidungshilfe für den Forstbetrieb**. Forst und Holz Nr. 14, 1996, S. 457-461.
- SCHÖTTLE, R.; PFEIL, CH.; SAUTER, F.: **Leistung und Einsatzmöglichkeiten des Raupenharvesters in der Durchforstung**. AFZ/ Der Wald Nr. 22, 1997, S. 1179-1181.
- SCHREUDER, G. F.: **The Simultaneous Determination of Optimal Thinning Schedule and Rotation for an Even-Aged Forest**. Forest Science 1971, 17: 333-339.
- SCHREYER, G.: **Umtriebszeiten für Fichte und Kiefer aus der Sicht der Bayerischen Staatsforstverwaltung**. Allgemeine Forstzeitung 1986, S. 517-519.
- SCHREYER, G.: **Leitlinien für die Bewirtschaftung des bayerischen Staatswaldes**. In: BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN (Hrsg.): **Forstwirtschaft im Konfliktfeld Ökologie - Ökonomie**. Rundgespräche der Kommission für Ökologie Nr. 12. München: Verlag Dr. Friedrich Pfeil 1997, S. 119-122.

- SCHREYÖGG, G.: **Unternehmensstrategie**. Grundfragen einer Theorie strategischer Unternehmensführung. Berlin, New York: Walter de Gruyter 1984.
- SCHÜFFLER, K.: **Mathematik in der Wirtschaftswissenschaft**. München, Wien: Carl Hanser Verlag 1991.
- SCHUMANN, J.: **Grundzüge der mikroökonomischen Theorie**. 3.Auflage. Berlin u.a.: Springer-Verlag 1980.
- SEIFFERT, H.: **Einführung in die Wissenschafts-Theorie 1**. 8. Auflage. München: C. H. Beck Verlag 1975.
- SIEBERT, H.: **Ökonomische Theorie der Umwelt**. Tübingen: J. C. B. Mohr 1978.
- SIEBERT, H.: **Ökonomische Theorie natürlicher Ressourcen**. Tübingen: J. C. B. Mohr 1983.
- SIEBERT, H.: **Einführung in die Volkswirtschaftslehre**. Stuttgart, Berlin, Köln: W. Kohlhammer Verlag 1992.
- SIMON, H. A.: **Administrative behavior**. A Study of Decision-Making Process in Administrative Organization. 2. Ed. New York: The MacMillan Company 1957.
- SPEIDEL, G.: **Forstliche Betriebswirtschaftslehre**. 2. Auflage. Hamburg, Berlin: Verlag Paul Parey 1984.
- SPIEKER, H.; MIELIKÄINEN, K.; KÖHL, M. SKOVSGAARD, J. P. (ed.): **Growth trends in European forests** - Studies from 12 countries. European Forest Institute research report No. 5. Berlin: Springer Verlag 1996.
- STEINMEYER, U.P.M.: **Das Laubstammholz-Angebot in der Bundesrepublik Deutschland von 1968 bis 1988 - eine ökonometrische Analyse**. Forst und Holz 17 / 1991: S. 476 - 480.
- STEINMEYER, U.P.M.: **Der bundesdeutsche Industrieholzmarkt von 1965 bis 1987**. Eine ökonomische und ökonometrische Analyse. Schriften zur Forstökonomie Bd. 4. Frankfurt am Main: J. D. Sauerländer's Verlag 1992.
- STREISSLER, E.: Vortrag auf der Tagung des Vereins für Sozialpolitik. In: FRANKFURTER ALLGEMEINE ZEITUNG: **Von den Thünenschen Kreisen zu den modernen Kapitalmärkten**. 25.09.1998.
- STRÖBELE, W.: **Rohstoffökonomik**. Theorie natürlicher Ressourcen mit Anwendungsbeispielen Öl, Kupfer, Uran und Fischerei. München: Franz Vahlen 1987.
- TAKAYAMA, A.: **Analytical Methods in Economics**. The University of Michigan Press 1993.
- THÜNEN, J. H. von: **Der isolierte Staat** in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie. Erster Teil. Untersuchung über den Einfluß, den die Getreidepreise, der Reichtum des Bodens und die Abgaben auf den Ackerbau ausüben. 2. Auflage. 1842. Stuttgart: Gustav Fischer Verlag, Neudruck 1966.
- URBAN, D.: **Regressionstheorie und Regressionstechnik**. Studienskripten zur Soziologie. Stuttgart: B. G. Teubner 1982.
- VARIAN, H. R.: **Grundzüge der Mikroökonomik**. 2. Aufl. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1991.
- WEIGER, H.: **Forderungen des Naturschutzes an die Forstwirtschaft**. In: BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN (Hrsg.): **Forstwirtschaft im Konfliktfeld Ökologie - Ökonomie**.

Rundgespräche der Kommission für Ökologie Nr. 12. München: Verlag Dr. Friedrich Pfeil 1997, S. 89-104.

WEISER, CH.: **Simultane Optimierung von Preis- und Investitionsstrategien.** Ein diskreter kontrolltheoretischer Ansatz. Wiesbaden: Deutscher Universitäts Verlag 1990.

WESTPHAL, U.: **Makroökonomik.** Theorie, Empirie und Politikanalyse. Berlin u.a.: Springer-Verlag 1988.

WOLL, A.: **Allgemeine Volkswirtschaftslehre.** 7. Auflage. München: Verlag Vahlen 1981.

ZAHNER, V.: **Haben Waldvögel Bedeutung für die Forstwirtschaft?** Allgemeine Forst Zeitschrift/Der Wald 1999, 8: 386-387.

## Anhang 1

Die Aufgabenstellung lautet:

$$Z(M(t), Y(t)) = \int_{t_0}^{\infty} [P(M(t), t) - C(M(t), t)] \cdot Y(t) \cdot e^{-rt} dt \quad \text{max!} \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$M_t(t) = f(M(t)) - Y(t) \quad (2)$$

$$0 \leq Y(t) \leq M(t) \quad \text{und} \quad (3)$$

$$M(0) = M_0. \quad (4)$$

mit

$P$  = Preis je Mengeneinheit des geernteten Holzes

$C$  = Erntekosten je Mengeneinheit

$P - C$  = erntekostenfreier Holzerlös je Mengeneinheit (Nettostückerlös)

$Y$  = Nutzungsmenge (-rate)

$M$  = Holzvorrat

$f(M(t))$  = laufender Holzzuwachs

$r$  = Zinssatz

## Lagrange-Ansatz

Die Idee von Lagrange ist, eine restringierte Optimierungsaufgabe als eine nicht restringierte zu behandeln, indem die Nebenbedingungen in Nullform mit einem Multiplikator in die Zielfunktion eingeführt werden.<sup>204</sup> Mit der Bewegungsgleichung ist die Zahl der Nebenbedingungen in der hier behandelten Aufgabe unendlich. Die Lagrange-Multiplikatoren können in diesem Fall durch die Lagrange-Multiplikatorfunktion  $\lambda(t)$  und die Summe der Gleichungen durch ein Integral ersetzt werden:<sup>205</sup>

$$\Lambda(M, Y) = \int_{t_0}^{\infty} \bar{\lambda}(t) [M_t(t) - (f(M(t)) - Y(t))] dt \quad (5)$$

Da in der Zielfunktion eine Abdiskontierung vorgenommen wird, ist es zweckmäßig, den Gegenwartswert der Lagrange-Funktion

$$\bar{\lambda}(t) = \lambda(t)e^{-rt} \quad (6)$$

anzusetzen.<sup>206</sup> Die Funktion  $Z_\lambda = (Z - \Lambda)$  ist nun:

<sup>204</sup> KOSMOL, 1991, S. 71.

<sup>205</sup> KOSMOL, 1991, S. 145

<sup>206</sup> STRÖBELE 1987, S. 175

$$Z(M, Y) - \Lambda(M, Y) = \int_{t_0}^{\infty} [P(M(t), t) - C(M(t), t)] \cdot Y(t) \cdot e^{-rt} - \lambda(t) \cdot e^{-rt} \cdot [M_t(t) - f(M(t)) + Y(t)] dt \quad (7)$$

Im Hinblick auf die Unendlichkeit des Zeithorizonts wird angenommen, dass das uneigentliche Integral für jede zulässige Lösung konvergiert. Aufgrund des nach oben hin offenen Zeitintervalls ist noch eine nichtnegative Konstante  $\lambda_0$  einzuführen, mit der  $Z(M, Y)$  zu multiplizieren ist. Eine notwendige Bedingung für das Optimum einer zulässigen Lösung ist, dass für alle Zeitpunkte des Planungsintervalls  $t \in [0, \infty]$  die Bedingung  $(\lambda_0, \lambda(t)) \neq (0, 0)$  gilt, d.h. beide dürfen nicht gleichzeitig verschwinden, also keinen Nullvektor bilden.<sup>207</sup> Damit sollen die abnormen Fälle ausgeschlossen werden, bei denen die Bewertung der Nutzungsmengen im Startzeitpunkt  $t_0$  keinen Einfluss auf die Lösung hat.<sup>208</sup>

Es soll nun ein Kandidat  $\lambda(t)$  gefunden werden, für den ein  $(M^*, Y^*)$  eine globale Maximallösung ist.<sup>209</sup> Da bei festgehaltenem  $M^*$  die Funktion  $Y^*$  eine Maximallösung von  $J_\lambda$  auf der Menge aller zulässigen  $Y$  ist, ist der Integrand in  $J_\lambda$

$$L(M, M_t, Y, \lambda, t) = \lambda_0 \cdot [(P - C) \cdot Y \cdot e^{-rt}] - \lambda \cdot e^{-rt} \cdot (M_t - f(M) + Y) \quad (8)$$

bei festen  $t, M, \lambda$  bezüglich  $Y$  zu maximieren. Das vorliegende Kontrollmodell ist linear, d.h. die Funktion  $L$  ist linear in der Kontrollvariablen  $Y(t)$ . Die partielle Ableitung von  $L$  nach  $Y$  hängt deshalb nicht mehr von  $Y$  ab. Es gilt daher:<sup>210</sup>

$$Y^*(t) = \begin{cases} 0 \\ \text{unbestimmt} \\ M(t) \end{cases} \text{ wenn } L_Y = \begin{cases} < 0 \\ = 0 \\ > 0 \end{cases} \text{ ist.} \quad (9)$$

Verschwindet  $L_Y$  auf einem Zeitintervall von positiver Länge, so kann  $Y^*(t)$  Werte aus dem Inneren der Menge zulässiger Steuerungen

$$0 \leq Y(t) \leq M(t)$$

annehmen, in diesem Fall gilt:<sup>211</sup>

$$L_Y = \frac{dL_Y}{dt} = 0 \quad (10)$$

$$L_Y = \lambda_0 \cdot (P - C) \cdot e^{-rt} - \lambda \cdot e^{-rt} := 0 \quad (11)$$

<sup>207</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 39; TAKAYAMA, 1993, S. 463.

<sup>208</sup> PELZION, 1993, S. 99.

<sup>209</sup> KOSMOL 1991, S. 146

<sup>210</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 55

<sup>211</sup> Das Symbol „:=“ definiert Gleichheit.

$$\lambda_0 \cdot (P - C) = \lambda(t) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL_Y}{dt} = \lambda_0 \cdot \left[ (P_M - C_M) M_t + (P_t - C_t) \right] \cdot e^{-rt} \\ + \lambda_0 \cdot (P - C) \cdot e^{-rt} \cdot (-r) - \lambda_t \cdot e^{-rt} - \lambda \cdot e^{-rt} \cdot (-r) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Dies entspricht:

$$\lambda_t = \lambda_0 \left[ (P_M - C_M) \cdot M_t + P_t - C_t \right] - \lambda_0 (P - C) \cdot r + r \cdot \lambda \quad (14)$$

(12) in (14) eingesetzt ergibt:

$$\lambda_t = \lambda_0 \left[ (P_M - C_M) \cdot M_t + P_t - C_t - (P - C) \cdot r + (P - C) \cdot r \right] \quad (15)$$

$$\lambda_t = \lambda_0 \left[ (P_M - C_M) \cdot M_t + P_t - C_t \right] \quad (16)$$

Bei festgehaltenem  $Y^*$  ist die Funktion  $M^*$  eine Maximallösung von  $J_\lambda$  auf der Menge aller zulässigen  $M$ . Die notwendige Bedingung dafür ist die Erfüllung der **Euler-Lagrange Gleichung**

$$L_M := \frac{dL_{M_t}}{dt} \quad (17)$$

bezüglich des Integranden:

$$L_M = \lambda_0 \cdot (P_M - C_M) \cdot Y \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot e^{-rt} \cdot f_M \quad (18)$$

$$L_{M_t} = -\lambda(t) \cdot e^{-rt} \quad (19)$$

$$\frac{dL_{M_t}}{dt} = -\lambda_t \cdot e^{-rt} + r \cdot e^{-rt} \cdot \lambda \quad (20)$$

Für Gleichung (17) gilt dann:

$$\lambda_0 \cdot (P_M - C_M) \cdot Y \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot e^{-rt} \cdot f_M = -\lambda_t \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot e^{-rt} \cdot r \quad (21)$$

$$\lambda_t = \lambda \cdot (r - f_M) - \lambda_0 (P_M - C_M) \cdot Y \quad (22)$$

Gleichung (12) in (22) eingesetzt ergibt:

$$\lambda_t = \lambda_0 \cdot (P - C) \cdot (r - f_M) - \lambda_0 (P_M - C_M) \cdot Y \quad (23)$$

Gleichung (16) und (23) ergeben:

$$\lambda_0 \left[ (P_M - C_M) \cdot M_t + P_t - C_t \right] = \lambda_0 \cdot (P - C) \cdot (r - f_M) - \lambda_0 (P_M - C_M) \cdot Y \quad (24)$$

Da  $M_t = f(M) - Y(t)$ , ergibt sich:

$$(P_M - C_M) \cdot f(M) + P_t - C_t = (P - C) \cdot (r - f_M) \quad (25)$$

### Endbedingung

In Aufgaben der optimalen Steuerung dynamischer Prozesse sind grundsätzlich auch Bedingungen für die Zustandsvariable im Endzeitpunkt der Steuerung als notwendige Voraussetzung für das Optimum einer Lösung zu beachten (Transversalitätsbedingung).<sup>212</sup> Bei unendlichem Zeithorizont ist die Grenztransversalitätsbedingung:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \lambda(t) \cdot [M(t) - M^*(t)] \geq 0 \quad (26)$$

einzuhalten.<sup>213</sup> Unter der Voraussetzung, dass jede zulässige Zustandstrajektorie nicht negativ ist, wird die Grenztransversalitätsbedingung (26) für jede gegen einen Gleichgewichtspunkt konvergierende Lösung erfüllt.<sup>214</sup> Die Nichtnegativität jeder Zustandstrajektorie wird durch die Beschränkung der zulässigen Steuerung (Gleichung (3)) garantiert. Eine etwaige Konvergenz gegen einen Gleichgewichtspunkt ist bei der Diskussion der Lösungen zu untersuchen. Gleichung (26) enthält implizit auch die Bedingung, dass  $\lambda(t)$  nicht negativ ist.

### Ausschluss abnormer Lösungen

Der Fall, dass  $\lambda_0$  und  $\lambda(t)$  gleichzeitig verschwinden, kann durch die bisher eingeführten Bedingungen für das Optimum der Lösung nicht ausgeschlossen werden. Um abnorme Lösungen auszuschließen, wird als zusätzliche Bedingung eingeführt, dass  $\lambda(t) \neq 0$  ist. Sind degenerierte Lösungen ausgeschlossen, kann  $\lambda_0 = 1$  gesetzt werden.<sup>215</sup>

### Der Weg hin zum Optimum

Wenn die optimale Vorratshöhe  $M^*$  nicht vorliegt, d.h.  $M(t) \neq M^*(t)$ , dann bedeutet dies, dass die Zielfunktion  $Z$  das globale Maximum durch die Wahl einer geeigneten Entnahmemenge  $Y(t)$  noch nicht einnehmen kann, die partielle Ableitung des Integranden der Lagrangefunktion  $L_Y \neq 0$  ist. Es gilt<sup>216</sup>:

$$\text{für } L_Y \begin{cases} < 0 \\ = 0 \\ > 0 \end{cases} \text{ ist } Y^*(t) = \begin{cases} 0 \\ \text{unbestimmt} \\ M(t) \end{cases} \quad (27)$$

Bei der Aufgabenlösung haben wir uns zu nutze gemacht, dass das Kontrollmodell linear ist, d.h. die Lagrange-Funktion  $L$  ist linear in der Steuervariablen  $Y(t)$ . Diese Linearität kam durch die Annahme zustande, dass die Preise und Stückkosten konstant sind. Dies hat zur Folge,

<sup>212</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 19.

<sup>213</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 42.

<sup>214</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 43.

<sup>215</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 24; TAKAYAMA, 1993, S. 457; PELZION, 1993, S. 99.

<sup>216</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 55

dass die partielle Ableitung von  $L$  nach  $Y$  nicht mehr von  $Y$  abhängt. Wenn diese partielle Ableitung  $L_Y$  auf einem Zeitintervall von positiver Länge verschwindet, so kann  $Y^*(t)$  Werte aus dem Inneren der Menge zulässiger Steuerungen annehmen. Wir haben deshalb sowohl  $L_Y$  als auch deren Ableitung nach der Zeit  $L_{Yt}$  gleich null gesetzt. Wenn aber  $L_Y$  nicht gleich null ist, greifen die Randbedingungen aus Gleichung (27), d.h. für einen größeren Vorrat als  $M^*$  ist die partielle Ableitung der Lagrangefunktion über dem gesamten Bereich zulässiger Steuerungen positiv, für einen geringeren Vorrat als  $M^*$  ist sie negativ. Es gilt deshalb:

$$\text{Wenn } \begin{cases} M(t) < M^*(t) \\ M(t) > M^*(t) \end{cases}, \text{ dann ist } Y^*(t) = \begin{cases} 0 \\ M(t) \end{cases} \quad (28)$$

### Maximumprinzip

Im Folgenden soll das Maximumprinzip von Pontryagin aus dem oben vorgestellten Lagrange-Ansatz abgeleitet werden:

Da der Term  $\langle \lambda(t) M_t(t) \rangle$  in (7) nicht von  $Y(t)$  abhängt, kann er bei der Maximierung bezüglich  $Y(t)$  weggelassen werden. Mit der Bezeichnung:

$$H(M, Y, \lambda, t) := \lambda(t) \cdot [f(M(t)) + Y(t)] - l(M, Y), \quad (29)$$

wobei  $l(M, Y) = (P - C) \cdot Y(t)$ , also den Integranden von  $J(M, Y)$ , bezeichnet, entspricht Gleichung (8)

$$L(M, M_t, Y, \lambda, t) = -\lambda(t) \cdot M_t(t) - H(M, Y, \lambda, t) \quad (30)$$

wobei der Diskontfaktor aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen wurde.

$H(M, Y, \lambda, t)$  wird als **Hamilton-Funktion** bezeichnet. Die notwendigen Bedingungen für ein Optimum sind nach dem Maximumprinzip:

$$H(M^*, Y^*, \lambda, t) = \max_{Y \in \Omega} H(M^*, Y, \lambda, t) \quad (31)$$

mit  $\Omega = \{Y(t) | 0 \leq Y(t) \leq M(t)\}$  und

$$\lambda_t(t) = r \cdot \lambda(t) - H_M(M^*, Y^*, \lambda, t) \quad (32)$$

Gleichung (31) wird durch Gleichung (10) erfüllt und Gleichung (32) entspricht der Euler-Lagrange-Gleichung (17). Gleichung (31) reduziert sich für Fälle, in denen der Steuerbereich unbeschränkt ist, auf die Bedingung

$$H_Y = 0, \quad (33)$$

<sup>217</sup> KOSMOL, 1991, S. 152.

Gleichung (32) ohne Abdiskontierung auf die Bedingung

$$\lambda_t = -H_M. \quad (34)$$

Gleichung (31) bzw. (33) ist die Maximumbedingung. Gleichung (32) bzw. (34) wird als *adjungierte Gleichung (Kozustandsgleichung)* und zusammen mit der Bewegungsgleichung (2) als das *kanonische Differentialgleichungssystem* bezeichnet.<sup>218</sup> Die adjungierte Gleichung beschreibt die zeitliche Änderung der Kozustandsvariablen  $\lambda$ , die der Problemstellung als zusätzliche Hilfsvariable beigefügt ist.<sup>219</sup>

### Hinreichende Bedingungen

Wenn die Hamiltonfunktion  $H(M, Y, \lambda, t)$  konkav sowohl in  $M$  als auch in  $Y$  ist, d.h. die Hesse-Matrix<sup>220</sup>

$$D^2 H = \begin{pmatrix} H_{MM} & H_{MY} \\ H_{YM} & H_{YY} \end{pmatrix} \quad (35)$$

negativ semidefinit ist, dann sind die notwendigen Bedingungen (Maximumprinzip, adjungierte Gleichung, Grenztransversaliätsbedingung) auch hinreichend für das Optimum der Lösung.<sup>221</sup> Die Konkavität von  $H$  in  $M$  und  $Y$  ist zu prüfen, wenn die Zuwachs-, Preis- und Kostenfunktionen ( $f(M)$ ,  $p(M)$ ,  $c(M)$ ) spezifiziert sind.

---

<sup>218</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 19.

<sup>219</sup> PELZION, 1993, S. 92.

<sup>220</sup> SCHÜFFLER, 1991, S. 275.

<sup>221</sup> FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 37; TAKAYMA, 1993, S. 494.

## Anhang 2

Die Optimierungsaufgabe im nichtlinearen Fall lautet:

$$Z(M, Y, t) = \int_{t_0}^{\infty} [P(M, Y, t) - C(M, Y, t)] \cdot Y \cdot e^{-rt} dt \quad \max! \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$M_t(t) = f(M(t)) - Y(t) \quad (2)$$

$$Y(t) \leq M(t) \quad (3)$$

$$M(0) = M_0 \quad (4)$$

Die Beschränkung für  $Y(t)$  auf Werte kleiner oder gleich  $M(t)$  stellt zusammen mit der Bewegungsgleichung auch sicher, dass  $Y$  und  $M$  nicht kleiner als null werden. Diese Beschränkung könnte in der Lösung durch Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen<sup>222</sup> berücksichtigt werden. Im Folgenden werden sie außer Acht gelassen.<sup>223</sup> Die Lagrange-Funktion lautet:

$$L = (P(M, Y, t) - C(M, Y, t)) \cdot Y \cdot e^{-rt} - \lambda \cdot e^{-rt} (M_t - f(M) + Y) \quad (5)$$

Wenn die Lagrangefunktion in Bezug auf  $Y$  streng konkav ist, besteht ein globales Maximum bei  $L_Y = 0$ . Weiterhin muss die Euler-Lagrange-Gleichung erfüllt werden. Die notwendigen Bedingungen für das Optimum sind damit:

$$L_Y := 0 \quad \text{und} \quad (6)$$

$$L_M := \frac{dL_M}{dt} \quad (7)$$

Dies ergibt:

$$L_Y = [(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y - \lambda] \cdot e^{-rt} = 0 \Leftrightarrow \lambda = (P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y \quad (8)$$

$$L_M = (P_M - C_M) \cdot Y \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot e^{-rt} \cdot f_M \quad (9)$$

$$L_{M_t} = -\lambda(t) \cdot e^{-rt} \quad (10)$$

$$\frac{dL_{M_t}}{dt} = -\lambda_t \cdot e^{-rt} + r \cdot e^{-rt} \cdot \lambda \quad (11)$$

<sup>222</sup> HILLIER u. LIEBERMAN, 1988, S. 437.

<sup>223</sup> Bezüglich der Problemformulierung und Aufgabenlösung vgl. FEICHTINGER u. HARTL, 1986, S. 449, dort allerdings für die nichtlineare Preisfunktion im Monopolfall. Die Autoren berücksichtigen die Steuer- und Zustandsbeschränkung in der Aufgabenlösung.

$$L_M := \frac{dL_M}{dt} \Leftrightarrow (P_M - C_M) \cdot Y \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot e^{-rt} \cdot f_M = -\lambda_t \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot e^{-rt} \cdot r \quad (12)$$

$$\lambda_t = \lambda \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot Y \quad (13)$$

Gleichung (8) in (24) eingesetzt ergibt:

$$\lambda_t = [(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot Y \quad (14)$$

Gleichung (8) wird nach der Zeit abgeleitet:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} &= \lambda_t \\ &= (P_M - C_M) \cdot M_t + (P_t - C_t) + (P_Y - C_Y) \cdot Y_t + (P_{YY} - C_{YY}) \cdot Y_t \cdot Y + (P_Y - C_Y) \cdot Y_t \end{aligned} \quad (15)$$

Gleichung (14) und (25) ergeben:

$$\begin{aligned} &[(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot Y = \\ &(P_M - C_M) \cdot M_t + (P_t - C_t) + 2 \cdot (P_Y - C_Y) \cdot Y_t + (P_{YY} - C_{YY}) \cdot Y_t \cdot Y \end{aligned} \quad (16)$$

$M_t$  in Gleichung (15) wird durch  $f(M) - Y(t)$  aus Gleichung (2) ersetzt. Es ergibt sich Gleichung (16):

$$Y_t = \frac{[(P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot f(M) - (P_t - C_t)}{2 \cdot (P_Y - C_Y) + (P_{YY} - C_{YY}) \cdot Y} \quad (17)$$

### Anhang 3

Für  $Y_t = 0$  gilt:

$$\left[ (P - C) + (P_Y - C_Y) \cdot Y \right] \cdot (r - f_M) - (P_M - C_M) \cdot f(M) - (P_t - C_t) = 0 \quad (1)$$

Werden die folgenden Funktionen:

$$P - C = p - c + \frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f(M)} \cdot (M - Y) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P_M - C_M &= p_M - c_M + \frac{(p_M - c_M) \cdot (M - Y)}{M - f(M)} + \frac{M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot (M - Y)}{M - f(M)} \\ &\quad + \frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f(M)} - \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot (1 - f_M) \cdot (M - Y)}{(M - f(M))^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$P_Y - C_Y = -\frac{M \cdot (p_M - c_M)}{M - f(M)} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} P_t - C_t &= p_t - c_t + (p_M - c_M) \cdot M_t + \frac{M_t \cdot (p_M - c_M) \cdot (M - Y)}{M - f(M)} \\ &\quad + \frac{M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot M_t \cdot (M - Y)}{M - f(M)} + \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot (M_t - Y_t)}{M - f(M)} \\ &\quad - \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot (M - Y) \cdot (M_t - f_M \cdot M_t)}{(M - f(M))^2} \end{aligned} \quad (5)$$

in Gleichung (1) eingesetzt, kann diese folgendermaßen nach  $Y$  aufgelöst werden, wobei zu berücksichtigen ist, dass  $M_t = f - Y$ :

$$\begin{aligned} &(p_M - c_M) \cdot f + \frac{(p_M - c_M) \cdot M \cdot f}{M - f} + \frac{M^2 \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f}{M - f} \\ &+ \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} - \frac{M^2 \cdot (p_M - c_M) \cdot (1 - f_M) \cdot f}{(M - f)^2} + p_t - c_t + (p_M - c_M) \cdot f \\ &+ \frac{f \cdot (p_M - c_M) \cdot M}{M - f} + \frac{M^2 \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f}{M - f} + \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \\ &- \frac{M^2 \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{(M - f)^2} + \frac{M^2 \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M \cdot f}{(M - f)^2} \\ &- (p - c) \cdot (r - f_M) - \frac{M^2 \cdot (p_M - c_M) \cdot (r - f_M)}{M - f} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= Y^2 \cdot \left[ -\frac{(p_M - c_M)}{M - f} - \frac{M \cdot (p_{MM} - c_{MM})}{M - f} + \frac{M \cdot (p_M - c_M)}{(M - f)^2} - \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M}{(M - f)^2} \right] + \\
 &Y \cdot \left[ \frac{2 \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} + \frac{2 \cdot M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f}{M - f} - \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot (1 - f_M) \cdot f}{(M - f)^2} + (p_M - c_M) \right] \\
 &+ \frac{2 \cdot M \cdot (p_M - c_M)}{M - f} + \frac{M^2 \cdot (p_{MM} - c_{MM})}{M - f} - \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{(M - f)^2} - \frac{M^2 \cdot (p_M - c_M)}{(M - f)^2} \\
 &+ \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M \cdot f}{(M - f)^2} + \frac{M^2 \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M}{(M - f)^2} - \frac{2 \cdot M \cdot (p_M - c_M) \cdot (r - f_M)}{M - f} \quad (6)
 \end{aligned}$$

Setzen wir für die linke Seite der Gleichung  $k$ , für den 1. Ausdruck in eckiger Klammer  $a$  und den 2. Ausdruck  $b$ , dann kann diese Gleichung mit Hilfe der binomischen Formel folgendermaßen gelöst werden:

$$Y = \pm \sqrt{\frac{b^2}{(2 \cdot a)^2} + \frac{k}{a} - \frac{b}{(2 \cdot a)}} \quad (7)$$

Diese Gleichung bestimmt die optimale Erntemenge bei beliebiger Vorratshöhe. Bei optimaler Vorratshöhe ist  $Y = f(M)$ . Die obige Gleichung reduziert sich dann auf:

$$\begin{aligned}
 &f_M \cdot (p - c) + 2 \cdot f \cdot (p_M - c_M) + M \cdot (p_{MM} - c_{MM}) \cdot f + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f_M + (p_t - c_t) = \\
 &r \cdot (p - c) + r \cdot M \cdot (p_M - c_M) - r \cdot \frac{M \cdot (p_M - c_M) \cdot f}{M - f} \quad (8)
 \end{aligned}$$

#### Anhang 4

Die Herleitung des Pressler'schen Weiserprozents:

$$A_t(t) = r \cdot A(t) + r \cdot A(t) \frac{1}{e^{rt} - 1} \quad (1)$$

Der Abtriebswert in Gleichung (56) ist  $M \cdot (p - c)$ . Der Wertzuwachs in der Zeit ist die 1. Ableitung des Abtriebswertes nach der Zeit:

$$A_t(t) = f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M) + M \cdot (p_t - c_t) \quad (2)$$

Gleichung (56) können wir dann schreiben als:

$$f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M) = r \cdot M \cdot (p - c) + \frac{r \cdot M \cdot (p - c)}{e^{rt} - 1} \quad (3)$$

wobei der letzte Term aus Gleichung (2) weggelassen wurde. Es wird also unterstellt, dass sich die Preise und Erntekosten aufgrund konjunktureller Schwankungen u.a. in der Zeit nicht ändern.

Das *Weiserprozent* nach PRESSLER (1869, S. 190) ist:

$$p = (a + b) \cdot \frac{R}{R + 1} \quad (4)$$

mit

$$\begin{aligned} a &= \text{relativer Massenzuwachs} \\ b &= \text{relativer Qualitätszuwachs} \\ R &= e^{rt} - 1 \end{aligned}$$

Es gilt:

$$a = \frac{f(M)}{M} \quad \text{und} \quad b = \frac{(p_M - c_M) \cdot f(M)}{p - c}$$

Das Weiserprozent ist dann:

$$p = \left( \frac{f(M)}{M} + \frac{(p_M - c_M) \cdot f(M)}{p - c} \right) \cdot \frac{e^{rt} - 1}{(e^{rt} - 1) + 1} \quad (5)$$

$$p \cdot [(e^{rt} - 1) + 1] = \left( \frac{f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M)}{M \cdot (p - c)} \right) \cdot (e^{rt} - 1) \quad (6)$$

$$p \cdot [(e^{rt} - 1) + 1] \cdot M \cdot (p - c) = [f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M)] \cdot (e^{rt} - 1) \quad (7)$$

$$p \cdot M \cdot (p - c) + \frac{p \cdot M \cdot (p - c)}{e^r - 1} = f(M) \cdot (p - c) + M \cdot (p_M - c_M) \cdot f(M) \quad (8)$$

$$p \cdot A(t) + p \cdot \frac{A(t)}{e^r - 1} = A_t(t) \quad (9)$$

Mit  $r = p$  entspricht dies Gleichung (3).

Aufgelöst nach  $r$ , soweit dies möglich ist, erhalten wir:

$$r = \frac{A_t(t)}{A(t) + \frac{A(t)}{e^r - 1}} \quad (10)$$

## Anhang 5

Forstbetriebe	Durchmesserstufen in cm																	
	-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89
Holzvorrat EFm/ha	Anteil am Vorrat in %																	
140,4	0,0	1,2	3,9	5,8	5,5	6,3	15,0	32,8	22,1	5,5	1,5	0,5	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
169,3	0,0	0,1	0,6	5,3	8,2	19,3	22,4	26,9	13,4	3,0	0,6	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0
182,2	0,0	0,9	8,3	3,6	5,0	12,1	27,8	16,6	17,6	3,8	3,1	0,6	0,8	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0
191,3	0,0	0,0	0,5	1,4	3,3	3,7	7,9	22,2	24,7	19,5	9,2	3,9	1,9	1,2	0,2	0,1	0,2	0,1
193,8	0,0	0,2	0,7	3,0	5,7	5,4	8,6	24,2	16,8	16,4	9,7	4,7	2,7	0,8	0,3	0,7	0,2	0,0
204,1	0,0	0,0	4,1	10,5	11,2	14,0	20,3	28,8	9,3	0,8	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
217,6	0,0	2,8	18,9	19,2	16,5	9,8	10,8	16,4	3,6	1,3	0,7	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
242,4	0,0	0,2	1,2	3,2	5,2	7,6	13,5	15,9	19,0	16,3	9,2	5,8	1,5	0,7	0,2	0,4	0,1	0,1
275,4	0,0	0,0	5,4	17,0	15,8	11,3	12,9	5,6	8,8	8,8	10,0	0,7	3,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
277,9	0,0	0,1	2,0	2,9	6,0	12,0	19,2	20,1	18,4	13,0	4,4	1,7	0,3	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0
292,5	0,0	0,2	3,2	6,4	9,0	15,2	14,6	19,8	13,8	9,7	5,0	2,9	0,0	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0
292,5	0,0	1,0	8,2	16,6	10,8	15,2	11,0	13,3	14,2	5,9	3,6	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
295,2	0,0	0,9	5,0	9,0	12,8	13,7	17,1	17,6	16,9	5,4	0,9	0,5	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
296,3	0,0	0,1	1,5	6,3	10,1	15,7	20,3	20,8	16,0	6,8	1,9	0,3	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
299,2	0,0	1,0	6,7	15,2	17,0	20,3	8,5	15,1	13,0	1,2	2,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
332,9	0,0	0,2	2,7	6,2	9,3	14,9	18,1	25,6	15,1	6,2	1,3	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
349,4	0,0	0,2	1,7	4,8	7,0	11,8	17,1	26,6	20,0	7,8	2,2	0,6	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
365,2	0,0	1,2	7,6	14,9	15,0	12,9	14,4	12,3	13,3	4,9	2,5	1,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
378,6	0,1	1,0	5,3	5,7	14,8	13,2	19,4	26,7	12,1	0,0	0,7	1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
386,3	0,0	0,2	6,4	4,7	2,7	5,8	14,7	25,4	22,8	13,5	0,0	2,7	1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
408,6	0,0	0,5	2,9	6,7	11,3	24,6	26,0	20,4	6,5	0,5	0,5	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
413,8	0,0	0,2	1,3	4,2	5,2	7,6	11,6	19,2	19,5	16,0	8,6	3,9	1,5	0,9	0,3	0,1	0,0	0,0
414,1	0,0	0,8	8,5	19,9	18,6	10,1	7,3	9,2	11,0	7,9	4,6	1,5	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
450,2	0,0	0,5	2,7	5,6	7,6	11,0	15,8	23,1	17,8	9,2	4,0	1,8	0,6	0,3	0,1	0,1	0,0	0,0

## Sachregister

### A

Abbauskosten.....40  
 Abbaupfad.....41  
 Ableitung..... 10; 14 ff; 21; 26; 46; 54; 59; 85; 100;  
 ..... 111; 117; 120; 144; 149; 161; 163 ff; 170  
 Ableitung, partielle..... 26; 164  
 Abschreibung .....29  
 Abtriebswert..... 11 ff; 17ff; 20ff; 32; 37ff; 49; 53ff;  
 ..... 59; 63; 67; 170  
 Allmende ..... 42; 43  
 Allokation, intertemporale .....40  
 Altersklasse .....61; 63ff; 69; 71; 98; 101; 104ff; 109  
 Altersklassenwald.....61; 63ff  
 Angebot.....3; 30; 32; 35; 41; 49; 126; 127ff; 140ff;  
 ..... 147; 151; 155; 156; 158  
 Angebotsmenge .....128  
 Angebotspreis.....32  
 Angebotsverhalten.....126  
 Arbeitsverfahren  
     maschinelle.....89  
     motormanuell..... 90; 91  
     optimale..... 89; 113  
 Ausbringungsmenge ..... 5; 27; 140  
 Auszahlungen ..... 13; 14; 46; 62; 63  
 Autokorrelation .....78

### B

Baumalter ..... 64; 71  
 Baumartenzusammensetzung .....104  
 Baumdimension..... 64; 90; 92; 93  
 Baumhöhe ..... 79; 98  
 Bedingungsgleichung ..... 52; 122  
 Beschäftigung..... 89; 140; 154  
 Bestandesstruktur ..... 79; 82  
 Bestandsbegründung ..... 101; 105  
 Bestandsgröße .....12  
 Bestimmtheitsmaß..... 77; 80; 82; 84; 97  
 Betrieb, aussetzender .....62  
 Betrieb, nachhaltiger .....62  
 Betriebsgröße ..... 5; 17; 23; 27; 29; 140  
 Betriebsklasse.....3; 9; 33; 48; 52; 61; 62; 63; 70; 72  
 Bevölkerungswachstum.....44  
 Bewegungsgleichung..22; 24; 25; 54; 160; 165; 166  
 Bewertung  
     monetäre ..... 148; 151  
 Bodenart.....79  
 Bodenertragswert .... 13ff; 46; 48ff; 51; 53; 56; 61ff;  
 ..... 67; 69  
 Bodenreinertrag..... 53; 55  
 Bodenreinertragslehre ..... 48; 54; 56; 60; 61; 64  
 Bodenrente .....9; 15; 16; 17; 30; 50; 63  
 Bonität.....84  
 Borkenkäfer.....106  
 Brennholz.....50  
 Buche .....126

### D

Derbholz .....10; 85  
 Desinvestition .....31  
 Dienstleistung.....99  
 Differentialgleichung ..... 16; 22; 24; 165  
 Diskontsatz.....41; 45  
 Douglasie .....61  
 Dummy-Variable.....79  
 Durchforstung ..... 14; 65; 67; 68; 69; 106  
 Durchmesservertelung..... 3; 66; 79; 87

### E

Effekte  
     externe .....10  
 Endnutzung ..... 12; 13; 14; 65; 67; 68; 69  
 Entschädigungsforderung.....94  
 Erholung..... 4; 148; 149  
 Erntekosten .....41  
 Ertragstafel..... 84; 151; 157  
 Erzeugungskosten .....32  
 Existenzsicherung .....145  
 Exposition .....79  
 Extrapolation.....131

### F

Faktoreinsatz .....42  
 Faktorkosten..... 30; 38; 128  
 Faktorpreis ..... 2; 3; 30; 31; 38; 96; 121  
 Fangintensität .....25  
 Fangkapazität .....33  
 Fangkosten .....25  
 Faserholz.....127  
 Faustmann-Modell ...2ff; 9; 11ff; 17; 20; 22; 48; 54  
 ..... 61ff; 67; 69; 70; 71  
 Fichte .....62  
 Fischerei-Modell...2; 3; 9; 16; 25; 54; 60ff; 64ff; 70  
 ..... 113; 114; 145  
 Fixkosten..... 46; 121; 136; 139  
 Flächenteilung.....61  
 Fließgleichgewicht .....16  
 Forstbetriebsplanung.....72; 155  
 Fortschritt, technischer.....41  
 Forwarder..... 89; 90; 91  
 Fremdbezug.....33; 99

### G

Gebrauchskosten ..... 29; 30; 31  
 Gewinnmaximum .....27  
 Gleichgewicht, bioökonomisches.....26  
 Grenzerlös..... 27; 42; 43; 54; 58; 128  
 Grenzertragsprozent.....3; 57; 60ff; 69; 70; 145  
 Grenzkapitalertrag..... 31; 42; 54  
 Grenzkapitalkosten..31; 42; 47; 54; 57ff; 121ff; 149  
 Grenzkosten ..... 27; 42; 43; 58; 128  
 Grenzleistungsfähigkeit.....31; 32  
 Grenzmassenzuwachs.....20; 25; 28; 39; 40ff; 43; 57  
 ..... 66; 71; 85ff; 112ff; 119; 121; 123; 149

Grenzproduktivität .....	31	Kranvollernter .....	90
Grenzrate der Transformation .....	142; 143	Kulturkosten.....	2ff; 13ff; 47ff; 53; 55ff; 101ff
Grenzwertzuwachs.....	28; 40; 42; 112; 113; 114; 132; 145	.....	104ff; 137
Gut		<i>L</i>	
homogenes.....	11; 23	Lagerhaltungsproblem.....	71
Güter		Lagerstätte.....	41
öffentliche.....	148	Lagrange .....	160
<i>H</i>		Lagrange-Ansatz .....	24; 164
Hangneigung .....	89	Lagrange-Multiplikator .....	27; 160
Harvester .....	89; 90; 121; 153; 156	Landrente .....	50
Hiebsatz.....	26	Laubstammholz .....	126
Hiebsreife .....	48; 52	Laubwald.....	104
Höhenlage .....	79; 80	Lebenszyklus.....	64
Holzart .....	126	Liquidität.....	128; 147
Holzdimension .....	50	Löhne .....	38
Holzmerkmale		Lohnnebenkosten .....	90; 152
innere.....	141	Lufttemperatur .....	79
Holzpreis .....	41; 128	<i>M</i>	
Holzsorte .....	126	marginal value growth percent.....	57; 58; 59; 60; 61
Holzsorten .....	23; 126	Marktzinssatz .....	31
Homoskedastizität.....	76	Maschinenarbeitsstunde .....	90
Hotelling-Regel.....	2; 40; 41	Massenzuwachs.....	49; 51; 76; 77; 170
<i>I</i>		Maximumprinzip.....	24; 25; 41; 67; 68; 71; 164; 165
Industrieholz.....	65; 94; 97; 126; 127; 141; 156; 158	Mehrproduktunternehmen.....	141; 144
Information		Mengenanpasser.....	29; 128
unvollständige .....	146	Messzahl .....	92; 93; 132
vollkommene .....	145; 146	Mikroökonomie.....	27
Insektenfraß.....	79	Modell	
Insektenschäden .....	101; 103; 106; 107	kontinuierliches .....	12
Integral .....	23; 160; 161	Modell, autonomes.....	26
interne Verzinsung .....	31	Modell, diskretes.....	12; 13
Inventur .....	72; 80; 153	Monopolist.....	35
Investition.....	31	Monopoltheorie.....	35
Ersatz- .....	29; 30	Multikollinearität .....	79; 82
Investitionsrechnung .....	12; 13	<i>N</i>	
dynamische.....	12	Nachfrage .....	30; 49; 126
Isokline.....	34	Nadelstammholzmarkt .....	126
<i>K</i>		Niederschlag .....	79
Kahlhieb .....	87	Normalverteilung .....	78; 82
Kalamität.....	97; 98; 152	Normalvorrat.....	61
Kalkulationszinssatz.....	58	Normalwaldmodell.....	63
Kambium.....	64	Nutzenmaximierung .....	145; 146
Kapitalertrag .....	15; 54	Nutzungskosten .....	42; 44
Kapitalkosten .....	2; 15; 16; 30; 54; 58; 59	Nutzungsmenge, optimale.....	52
Kapitalstock .....	39; 58	Nutzungspfad .....	118; 149; 150
Kapitalwert..	9; 12ff; 21ff; 28; 31ff; 46; 53; 67ff; 71	Nutzungsprofil .....	23
Kiefer .....	126	Nutzungsregime .....	40; 49; 65; 66; 67; 68; 69; 70
Knaptheit.....	27; 30; 42; 101; 109; 129	<i>O</i>	
Konkurrenz		Oberschicht .....	72; 79
vollkommene .....	10; 11	Operation Research.....	22; 154
Konkurrenz, vollständige .....	27	Opportunitätskosten ...	15; 27; 32; 47; 132; 136; 143
Konsum .....	5; 25; 27; 29; 32; 43; 49; 148	.....	146; 149
Kontrollmodell.....	164	Outsourcing.....	99
Kontrolltheorie.....	22; 23; 24; 26; 67; 140; 148	<i>P</i>	
Kontrollvariable .....	22; 161	Planungshorizont.....	22
Kostenfunktion.....	29		
Kranrückezug .....	91		

Plenterwald.....	17; 57; 63; 66; 70; 155
Präferenz .....	43; 92; 145
Prämisse .....	4; 33; 128; 140; 145
Preisniveau .....	39; 94; 132
Preissprung.....	39; 131
Preisverfall .....	121; 123; 124
Preiswachstum.....	41; 42
Principal-Agent-Theorie.....	145
Produkt	
homogenes.....	35; 129; 141
Produktbündel .....	35; 129; 141
Produktion	
Alterniv- .....	142; 143; 144
Kuppel-.....	141
Produktionsanlage .....	29; 30
Produktionsapparat.....	5; 17; 20ff; 27; 29ff; 43; 46
.....	104; 128; 132ff; 136ff; 140ff; 149
Produktionsfaktor.....	25; 30; 128; 140
Produktionsfunktion, linear homogene.....	28
Produktionskapazität.....	29
Produktionsmenge...2; 17; 21; 23; 26ff; 29ff; 35; 46	
.....	48; 140; 141
Produktionsplan .....	5; 27; 140; 141
Programmierung	
dynamische.....	24; 67; 68; 69; 70
<i>Q</i>	
Qualitätszuwachs.....	11; 51; 170
Quantitätszuwachs.....	51
Querschnittsanalyse.....	78
<i>R</i>	
Randbedingung .....	33; 114; 149; 164
Rationalisierung .....	100
Rationalität	
begrenzte .....	146
Regressionsgerade.....	75; 76; 86; 97
Regressionsmodell .....	74
Reinvestition .....	5; 27; 28; 29; 32; 37; 57
Rekursion	
Rückwärts-.....	68
Vorwärts-.....	68
Rendite .....	20; 31; 32; 133; 138; 139
Rentabilität ...2; 3; 9; 20; 31ff; 47ff; 50ff; 55; 60; 62	
.....	133; 144; 151; 154
Rente	
ewige periodische .....	12
Residuen.....	75; 76; 78; 82; 83
Ressource .....	2; 9; 12; 22; 44; 128
natürliche .....	30; 41; 44
Ressource, erneuerbare .....	45
Ressource, natürliche .....	27; 40
Ressource, natürliche erneuerbare.....	41
Ressource, nicht erneuerbare.....	40; 45
Ressourcenabbau.....	41; 45
Ressourcenbestand .....	25; 43; 45
Ressourceneinsatz	
effizient.....	89
Ressourcenökonomie .....	9
Ressourcenökonomik .....	26
Risiko .....	98; 138; 147; 148; 153
Rohholzmarkt.....	126
<i>S</i>	
Sachinvestition .....	48
Sachkapital .....	55
Sägeholz.....	65
Sägerundholz.....	127
Schalenwild.....	103; 106
Schattenpreis... 2; 27ff; 35; 40ff; 57; 114; 128ff;141	
Schutzleistungen .....	148
Seilschlepper .....	89; 90; 91
Selbstwerbung.....	99
Signifikanz .....	76; 77; 78
Skalenerträge.....	129; 140
Sortengemisch.....	23; 25
Sortentafel.....	87
Sortentarif	
erweiterter .....	90
Staatswald .....	72ff; 88ff; 93; 96ff; 121; 127; 135
.....	148; 151; 157
Stammzahlhaltung.....	79
Standardfehler .....	72
Standorteinheiten .....	79
Stärkeklasse.....	92; 93; 94
Starkholz .....	89; 99
Steuerungsproblem.....	24; 26
Stockpreis.....	12; 37
Stoffeinträge.....	74
Streuung .....	73ff; 103; 105; 108ff
Streuungsungleichheit .....	76
Stromgröße.....	12
Stücklohn .....	90
Stückmasse.....	11; 29; 89; 90; 91
Sturmgefährdung.....	98
Sturmschäden.....	98; 101; 107
<i>T</i>	
Tarifvertrag .....	90
Teuerungszuwachs .....	51
Trajektorien.....	23
Transformationskurve .....	142; 143; 144
Trophie.....	79
<i>U</i>	
Übernutzung.....	44
Überschuss .....	50; 136; 148
Überweidung.....	44
Umtriebszeit.....	9; 12ff; 47ff; 52ff; 60ff; 64; 67ff;
.....	104; 128; 155; 157
Unsicherheit .....	60; 72; 74; 146; 147; 150
user cost .....	28
<i>V</i>	
Variationskoeffizient.....	80; 82
Variationsrechnung .....	24; 41
Vegetationszeit.....	74
Verfügungsrecht.....	44
Verwaltungskosten.....	2; 13; 14; 31; 46; 51; 53; 55
Verzinsung .....	55

interne....31ff; 48; 58ff; 62; 66ff; 112ff; 133; 137  
Verzinsung, interne ..... 52; 55; 58; 62  
Vornutzung.....67  
Vorratshöhe, optimale ..... 26; 45; 61

*W*

Wachstumsfunktion.... 10; 16; 69; 71; 142; 143; 144  
Waldeigentümer .....126  
Waldökosystem.....16  
Waldpflege ..... 3; 106; 107; 108; 109; 137  
Waldreinertrag .....53  
Waldreinertragslehre ..... 43; 45; 60  
Waldrentierungswert .....52  
Waldschäden ..... 106; 151  
Waldschutz..... 106; 107; 109  
Waldumbau ..... 104; 152  
Waldwachstumskunde.....149  
Wasserhaushalt.....79  
Wechselwirkung..... 3; 62; 63; 66; 70  
Wechselwirkungen .....63  
Wegeunterhalt ..... 106; 108; 109; 110

Weiserprozent ..... 16; 49; 52; 63; 170  
Wertpapier .....138  
Wertzuwachs..... 4; 15ff; 28; 37; 46; 50ff; 55; 57ff  
..... 63; 66; 68ff; 111ff  
Wertzuwachsprozent.....51  
Wildschäden.....106

*Z*

Zahlungsbereitschaft.....92  
Zahlungsstrom.....63  
Zeitpfad .....23  
Zeitpräferenz .....44; 45  
Zeitreihe ..... 72; 73; 74; 78; 101  
Zielfunktion..... 22; 23; 26; 47; 149; 160; 163  
Zinsforderung.....45  
Zinskosten ..... 15; 16; 20; 21; 26; 31; 37; 46; 50; 54  
..... 57; 59; 63; 111; 112  
Zinssatz ..... 41; 44; 45; 52  
Zustandsentwicklung.....22  
Zuwachs  
    laufender..... 10; 74; 75; 85; 112